EXAMINATIO

ET

EMENDATIO MATHEMATICÆ HODIERNÆ,

Qualis explicatur in libris JOHANNIS WALLISII Geometriæ Professoris SAVILIANI in Academia Oxoniensi.

Distributa in sex Dialogos.

Clarissimo Viro Domino

VERDUSIO,

Nobili Aquitano, Χαίρειν.

CHarissime VERDUSI,

Mitto ad te libellum recens editum, tibi do, & dedico. Primo, Quia placiturum credo. Mihine, tuus, inquies, hominis Hæretici? Ne tumultuare. Nihil hic invenies quod non possis sine scandalo Ecclesiæ tuæ approbare. Geometria, si hæretica est, tanto forte probabilior est. In doctrinis enim purè humanis, nihil tam Catholicum est quam Errare. Condonemus ergo mutuò (ut Homericè loquar σοὶ μὲν ἔγω, σύδε μοὶ) ea quæ diversè didicimus in Sacris. Secundò, Quia, ingenium tuum novi liberum, candidum, acutum. Postremò, Quia amicitiam nostram aliquo modo signatam esse volui, nec alio potui. Quod tam paucis te alloquar, si id quoque amicitiæ tribueris, facies quod æquum est. Vale.

Servorum tuorum obsequentissimus

Iul. 1660.

THOMAS HOBBES.

Dialogus

- *Primus.* De Mathematicæ Origine, & Principiis Scientiæ, & de natura Demonſtrationis.
- *Secundus.* De Principiis traditis ab *Euclide*.
- *Tertius.* De Demonſtratione Operationum Arithmeticarum & Regulæ Aureæ.
- *Quartus.* De Rationibus.
- *Quintus.* De Angulo Contactus, de Sectionibus Coni, & Arithmetica Infinitorum.
- *Sextus.* De Cycloide.

DIA-

DIALOGVS PRIMVS.

B. Salve mi *A.*

A. Et tu mi *B.* Quid adfers novi?

B. Novum librum.

A. De qua re?

B. Mathematica.

A. Legiſtin'?

B. Legi.

A. Accuraténe ſcriptum?

B. Accuratiſſimè; quantum ſaltem ego judico.

A. Videam quæſo. [*Iohan. Walliſii Oratio inauguralis. Matheſis univerſalis ſive Arithmeticum opus integrum, & adverſus Meibomii de proportionibus dialogum, tractatus Elenchticus.*] Quid illud ſibi vult, *Matheſis univerſalis, ſive Arithmeticum opus integrum?* Num Matheſin nihilo latius patere arbitratur quam Arithmetica?

B. Sic dixit fortaſſe, quod Doctrinam Rátionum (quæ totam comprehendit Matheſin) Arithmeticæ potius conſiderationis eſſe judicaverit quam Geometricæ.

A. Quamobrem autem?

B. Cauſam quidem non oſtendit, ſed in Epiſtola dedicatoria illud affirmat, & ad Geometriam fuiſſe relegatam ab Arithmeticis, propterea quod ſine Geometria, magnam in calculandis fractionibus invenerunt difficultatem.

A. Eandemne rem eſſe cenſet Rationem & Fractionem?

B. Ita plane, & id pluribus tum hujus, tum aliorum ſuorum Librorum locis, diſertis verbis aſſerit.

A. Aſſerenti tantum, non etiam demonſtranti, non eſt neceſſe ut aſſentiamur. Sed legamus [*Quantumvis non ſim ego prorſus neſcius quanto ſubſidat intervallo.*] Quantumvis *Walliſius* doctus ſit Mathematicus, non eſt certe Latinæ linguæ peritiſſimus.

B. Rogo, quidni?

A. Quia qui dicit *Quantumvis* rem determinandam relinquit arbitrio tuo; qui dicit *Prorſus*, ipſe determinat. Itaque *Quantumvis* & *Prorſus* non cohærent. *Quantumvis doctus* Latinè dicitur, ſed *Quantumvis doctiſſi-*

mus non item. Similiter *Quantumvis magnus* dicitur, ſed non *Quantumvis infinitus*. *Quantumvis* & *Etſi*, non idem ſonant ſemper.

B. Negligentiæ huic, ſi hoc loco non Oratorem egiſſet, ſed Mathematicum, facile ignoſci potuiſſet.

A. Pergamus. [*Norunt melius quam mihi ſit opus ſigillatim illa repetendo ſingula immorari.*] Videturne tibi verba hæc Latina eſſe?

B. Minime ſane. Nam dictum oportuit *ſingulis*, ut & ipſe alias loquitur.

A. Erratum ergo eſt Typographi. [*Vnde hic ſolis ſelectus fuit qui ſereniſſimam Angliæ Reginam Elizabetham in Græcis litteris inſtituat.*] Latinéne hoc?

B. Minime. Erat enim ſcribendum *inſtitueret*.

A. Uſus eſt ergo *tempore præſente* pro *præterito imperfecto*.

B. Ita.

A. An & ſæpe?

B. Sæpiſſime.

A. Abſolvamus ergo Typographum.

B. Recte. Verum ego illum non laudavi à Grammatica, quamquam ipſe alias non intelligere & loqui Latinè, dedecus eſſe cenſet Academico.

A. [*Numeros etiam reperimus ab ipſis mundi primordiis (prout in ætatum Patriarcharum Catalogo liquet) per Monadas, Decadas, Centuriaſque apte diſpoſitos, gradibus ſcilicet, ne inordinata numerorum multitudine & ἀταξία laboret calculus, vel quidem nullus omnino ſit.*] Quod iterum tempore præſente utatur pro imperfecto, quoniam tu ita vis, prætereo. Hoc tantum à te quæro, utrum ab eo quod *Gen.* cap. 5. ætates Patriarcharum uſque ad diluvium per centurias, decadas, monadas numerentur inferri poſſit, Numerorum nomina eo tempore ita ordinata fuiſſe.

B. Siquidem caput illud quintum ante diluvium ſcriptum fuiſſet, illatio illa eſſet bona. Sed quoniam vel à *Moſe*, vel longo poſt *Moſem* tempore ab *Eſdra* ſcriptum eſſe omnes conſentiunt, fatendum eſt bonam non eſſe.

A. Deſideramus ergo in *Walliſio* ἀκρίβειαν illam logices quam exigimus à Mathematicis [*Matheſis apud Chaldæos poſt Diluvium primò floruiſſe creditur, deinde apud Ægyptios — cum hoc tamen diſcrimine; Chaldæorum Aſtronomia, Ægyptiorum Geometria celebrata eſt.*] Unde ſcit? Quare creditur? Cui Hiſtorico? oportuit nominaſſe authorem ſuum. Nam contra, Aſtronomiam Chaldæos ab Ægyptiis didiciſſe author eſt Hiſtoriæ veteris tranſcriptor *Diodorus Siculus* in ſecunda parte Libri primi, ſic ſcribens: *Chaldæos etiam dicunt, qui in Babylone ſunt colonos Ægyptiorum, propter Aſtrologiam celebrari, quam à ſacerdotibus Ægyptiis didicerunt.* Quis hæc conciliabit?

B. Etiam

B. Etiam *Wallisium* credibile est, ejus quod hic dicit, authorem habuisse Historiographum aliquem; nam dissentire inter se Historicos mirandum non est.

A. [*Et præter varia Theoremata de novo inventa, ipsa inveniendi methodus multum facilitatur. Algebræ nempe, sive Analyticæ usus ultra quam qui veteribus innotuit, jam innotescit.*]

B. Quænam sunt illa Theoremata nova per Algebram inventa?

A. Intelligit fortasse ea quæ sunt in *Ougthredi* clave Mathematica. Sed tamen multa illis pulchriora in libro septimo *Pappi*, extant inventa per Algebram, etsi sine Symbolis demonstrata sint; sed neutrius Theoremata alia sunt quam quæ continentur in doctrina rectangulorum & triangulorum rectilineorum. Falsum etiam est (quod ille innuit) Algebram & Analyticam eandem esse rem. Falsum item Algebram methodum esse inveniendi. Sed hæc posterius magisque suo loco examinabimus. [*Astronomia eximiis inventis instauratur.*] Numerat hoc loco *observationem stellarum circa Iovem. Solis maculas. Saturni ansulas. Iovis fascias. Lunæ asperitatem.* Sed quid hæc ad Algebram? ne à Gometra quidem aut Astronomo ullo inventa hæc sunt, sed ab illiterato quodam Batavo. Nam illi cui inventio debetur Telescopii, debetur quoque detectio stellarum Iovialium, macularum Solarium &c. nonne & tibi sic videtur?

B. Omnino.

A. [*Mathematum studia non modo pro ea quam in se habent veritate colenda esse (quæ tamen ipsa per se conspicua & ultra Scepticorum litigia posita animum reficiet valde & oblectabit) sed & quod rerum aliarum cognitioni non uno quidem nomine conducant multum.*] Id quod de studio Mathematicæ hic dicit, nonne tibi videtur dici etiam posse de studio Physicæ vel Ethicæ, vel Politicæ, vel denique scientiæ cujuscunque?

B. Non. Nam Theoremata Physicæ, quia actiones naturales pleræque sensum fugiunt; Ethica propter voluntatis humanæ inconstantiam; Politica propter Ethicæ ignorationem pauca possunt demonstrari. Præterea, habet Mathematica certa quædam & indubitata demonstrandi Principia; qualia sunt *Definitiones, Axiomata, Petitiones* quæ non habet neque Politica, neque Ethica, neque etiam Physica. Quare Mathematicam extra litigia Scepticorum solam eminere rectè dicit.

A. Nonne etiam rationis lineæ ad lineam, vel cujuslibet magnitudinis ad aliam magnitudinem ἀκρίβεια sensum fugit? Potest tamen demonstrari. An non & veræ Physicæ sua inest veritas, quæ vel affirmativè vel negativè enuntiari potest? Nonne litigat cum Mathematicis non minus quam cum Dogmaticis Sextus Empiricus *Scepticus?* Præterea non minus oblectat animum in Physicis, vel Ethicis, vel Politicis inventa veritas, quam in Geometricis.

B. Imo

B. Imo magis, quanto ſcilicet in illis ſæpius erratur, quam in Geometria.

A. Etiam vocabula quibus in Phyſica, Ethica, Politica Philoſopho utendum eſt, an definiri non poſſunt?

B. Poſſunt.

A. Cur ergo in his magis quam in illis deſideras principia? An ſi aſſumerentur in Phyſicis, Ethicis, & Politicis Poſtulata, Petitioneſque, ſicut in Euclidis Elementis Geometriæ, eone firmiores fore demonſtrationes eſſe judicas? Si ita judicas, toto cœlo erras. Sunt enim eo infirmiores. Quicquid enim aſſumitur precariò naturam tollit demonſtrationis.

B. Intelligo jam quid dicendum erat *Walliſio,* ſi ſententiam ſuam *ἀκριβῶς* voluiſſet explicare, nempe, ſcientiam unam altera neque veriorem, neque evidentiorem eſſe, ſed Doctores alium alio peritiorem eſſe, id eſt, veritatem magis intelligere, melius demonſtrare, à tricis verborum melius cavere, & in illas, ſi forte incidat, facilius ſe inde extricare poſſe.

A. [*Vix item maturo magis judicio quiſpiam eſt quam qui rebus hiſce exercitati, vel Sophiſmatum fallacias felicius deteget, vel Syllogiſmorum vires juſtamque ſequelam aſſequetur.*] Hoc quidem de exercitatis in rebus ipſis verum, ſed de exercitatis in libris falſum.

B. Exemplo eſſe poteſt ipſe Walliſius. Atque hæc ſufficiat notas ſe in Oratione Inaugurali, niſi quod præterire non poſſum verba illius hæc. [*Quod ego interim non pro forma tantum opto.*] Nam *pro forma* vox eſt Scholaſtica, non Latina. Reliqua quæ ſummiſſe legi, vulgaria, vilia eſſe facile cum legebas ipſe animadvertiſti. Transeamus jam ad Epiſtolam Dedicatoriam.

A. [*Cum quæ in publicum prodeant, pro more ſcilicet (eoque ſatis inveterato) nonnullis inſcripta ſoleant prodire.*] Non intelligo hæc. An ille ipſe quoties in publicum prodit, inſcriptus (ἐπιγραμμένος) prodit?

B. Ad vocem illam Relativum *quæ*, ſubaudiendum eſt, pro Antecedente, non *Omnia*, ſed *Scripta.*

A. Bene eſt. Hoc ergo vult, Edicta regum quando publica fiunt, inſcripta eſſe, nimirum ipſorum nomina regum. Et verum eſt.

B. Ah, neque ſic intelligendum eſt, ſed ſolummodo de libris.

A. Si ſe ita intelligi voluit, quam facilè ſcripſiſſe potuit. *Cum libri qui in publicum prodeunt* &c. (non *prodeant*, ut hic ſcriptum eſt.) Verùm non ſatis intelligo quid ſibi hic vult vox ea *nonnullis*, quæ ſolitarie poſita ſine ſubſtantivo ſemper ſubauditam habet vocem *rebus.* Quibus ergo rebus inſcribi ſolere dicit libros?

B. Quibus? niſi nominibus, ut (poſt *quinque* aut *ſex* verſus) ex his verbis

verbis *vestra libuit nomina seligere, quibus qui sequitur tractatum duxerim inscribendum*, cuilibet manifestum esse potest.

A. At melius fuisset si præcedentia sequentibus prætulissent potius lucem quam debuissent, sed pergo. [*Id mihi maxime visum est incumbere, ut justissimis votis suis, quantum in me est, satisfaciam.*] *Suis* hic pro *illius* (nempe *D. H. Savilii*) non rectè utitur. Sed nolle te, Grammaticam hoc loco examinari, oblitus eram. [*Ex quo, inquam hæc (id est Symbolica) introducta est Vietæ, Ougthredi, Harrioti, Cartesii ope, quam ingentes fecerit profectus Mathesis universa, nemo hisce rebus vel leviter exercitatus ignorare possit.*] Audin?

B. Audio.

A. Ne ipsi quidem Analyticæ per potestates adscribi possunt, quæ ille hic ascribit Symbolis; nam quæcunque inveniri possunt per Symbola ista nova, inveniri etiam potuissent per antiquissima Symbola, nimirum verba. Deinde quinam sunt ingentes illi profectus quos fecisse dicit Mathesin universam ope authorum illorum quos hic nominat. Si mihi unam solummodo propositionem indicaveris Symbolicæ hujus ope inventam, præter aliquot Rectangulorum & Triangulorum rectilineorum metamorphoses, quæ & ipsæ sine Algebra inveniri potuerunt, concedam tibi omnia quæ dixeris, & quanquam per Algebram (ut nonnulli existimaverunt) nullum non Problema solvi posset, nihil tamen hoc ad laudem faceret Symbolorum; idem enim fieri per verba posset. Quæritur quis numerus sit, qui, sive assumens ternarium, sive multiplicans producit idem. Diceret *Wallisius*. Sit quæsitum *A*. Quare $3 + A$ -- $3A$. Et (dempto utrinque *A*) 3 -- $2A$. & *A* -- $\frac{3}{2}$ Nonne idem esset si diceremus 3 una cum *Quæsito* æquari triplo *Quæsito*, & duo Quæsita æquari ternario, & proinde Quæsitum æquari $\frac{3}{2}$ Vides ergo Symbolicam istam quam jactant, nil omnino propter Symbola, sed propter solam à supposito ad consequentia ratiocinationem valere; quæ securius aliquanto, & multo magis perspicue perficitur Oratione.

B. At mihi quidem utilis videtur propter Symbolorum brevitatem.

A. Quî quæso? Nonne vim demonstrationum Symbolicè scriptarum quam Latinè memoria tenere difficilius est? Et quanquam Analytica per Symbola brevius scribatur quam Oratione plena, non tamen clarius, neque ut à tam multis possit intelligi, partim quod eadem Symbola paucis sint communia, partim etiam quod verba ipsa (non sola Symbola) animo simul percurrenda sunt. Cur autem Arithmeticam speciosam ope *Vietæ*, *Ougthredi*, &c. introductam esse dicit? Quasi veteris Algebræ notæ, quibus Radix, Quadratum, Cubus, cæteræque Potestates significabantur à *Diophanto* non essent Symbola.

 B. Quid?

B. Quid? Nihilne addidit Algebræ *Vieta*, sed veterum notas cum literis Alphabeti tantum commutavit?

A. Nihil omnino.

B. Sed ipsam Artem sive Methodum, quâ à supposito ad Quæsitum via brevissima pervenitur, quis excogitavit primus?

A. Nescio, nisi verum sit (quod memini me alicubi legisse) fuisse Arabem quendam *Ghebrum*, à quo etiam artem ipsam (si modo Ars sit potius quam casus) denominatam esse *Algebram*. Symbola quidem addere, subtrahere, multiplicare, dividere Binomia, Trinomia, &c. Artis esse fateor, non magnæ. Sed ut ex supposito inveniatur id quod quæritur (nisi in facillimis quæstionibus) id verò pernego. Quid enim Magistri Symbolicæ hodiernæ maximi *Ougthredus* & *Cartesius* Aliud præcipiunt, quàm ut pro Quantitate quæsita supponamus aliquam ex Alphabeto literam, & inde *apta* ratiocinatione procedamus ad Consequentia? At si Ars esset, deberent quænam sit illa *apta* ratiocinatio ipsa, ostendere. Quod cum non faciant, Algebristæ modò ab uno supposito, modò ab alio incipere, & modò unam, modò aliam viam ingredi coguntur. Adeo ut non minus fortuito Quæsitum inveniunt quam si quis in cubiculo jussus initio facto à limine diligenter totum cubiculum intentis oculis & animo percurrere inveniret latentem aciculam. Præterea, Logarithmos invenitne *Neperus* ope Algebræ? Aut qui Canonem condidit Sinuum, Tangentium & Secantium, per Arithmeticam speciosam id fecit? Denique quæ Præpositio inventa per Algebram non dependet à 16ª. 6ⁱ. Elementorum *Euclidis*, & à 47ª. 1ⁱ. ejusdem, aliisque notissimis Propositionibus, quas opertet prius scire quam quis possit uti regula Algebræ. Adeo Geometriæ Algebra debetur, non illi Geometria. Nam absque hac, Quæsitum, etsi in Æquatione contineatur, sæpissimè ignoratur. Imo vero ipsa *Analytica per Potestates* sive cum Symbolis, sive absque Symbolis exerceatur, adeò est exigua pars Analyticæ universalis, ut nullus ejus, neque in Angulis, neque in Circulis, neque in Solidis usus sit, sed solummodo in Parallelogrammis Rectangulis, & Triangulis Rectilineis. Etiam in his, hoc tantum præstat, ut id quod in (illarum quas modo dixi Propositionum) verborum involucris continetur eruere valeamus. *Analysis* enim *per potestates*, non procedit ab effectu ad causam, sed ab una proprietate ad aliam, non (ut est natura causæ) priorem, sed ab eadem causa genitam. Analytica ergo hæc res admodum angusta est, quanquam ad Trigonometriam in rectis lineis exercendam non omnino inutilis; verum ob magnam multitudinem Symbolorum, quibus hodie oneratur, una cum falsa opinione quod plus valeat ipsa Methodus quam revera valet, pro peste Geometriæ habenda est. Inde enim est quod investigatio causarum (à qua sola

ſola ſperari poteſt ſcientia) negligitur, nimirum, propter ſpem factam à parum acutè videntibus Magiſtris, poſſe per Arithmeticam ſpecioſam nullum non Problema ſolvi; cum tamen Problemata, quæ veteres ſolvere non potuerunt, ad hunc usque diem maneant inſoluta. Iam ſi quid contra hæc dicendum habeas audiamus.

B. Nihil contra dico. Etſi enim multi hac methodo in Problematis ſolidis uſi ſint, in eo tamen proceſſus eorum ſemper deſinit, ut pronuntient Problema, cujus conſtructionem quærunt per eam Geometriam quæ nunc extat, eſſe inſolubile, atque adeo opus eſſe ad conſtructionem ejus quibusdam aliis lineis, quæ nulla Arte accuratè duci poſſunt.

A. Legamus ergo ulterius, [*partim etiam quod Arithmetices pomœria tam ſtricta fecerint, ut veris numeris (rationalibus* ſcil. *& quidem integris) coërceantur.*

B. Prævideo hic quid reprehenſurus es.

A. Quid?

B. Quod Arithmeticam verſari putet circa aliud præter numeros. Nam qui numerus verus non eſt, omnino non eſt numerus.

A. Rectè. Sed & illud quoque reprehenſurus eram, quod explicet qui ſint verè numeri per *Rationales & quidem integros*, nam numerus ad numerum irrationalis eſſe non poteſt, quoniam omnes metitur *unitas*. Quem ergo ille numerum non verum, & alii *ſurdum* dicunt, quantitas continua eſt, & pertinet, non ad Arithmeticam, ſed ad Geometriam. Præterea non rectè à veris numeris diſtinguit Fractiones: quanquam enim ſoleant appellari Numeri Fracti, non tamen numerus frangitur, ſed res in rerum numerum. Itaque duæ unciæ non minus numerus verus eſt, quam duo Aſſes. Deſideratur ergo hic *ἀκρίβεια* illa quæ tam neceſſaria eſt Geometræ, quam intelligere & loqui Latinè Academico. Sed pergo [*Vt reapſe oſtendam etiam Geometrica Problemata (quatenus ſaltem à poſitione ſive locali ſitu abſtrahunt) à Principiis Arithmeticis vel maximè dependere. Et quidem eo usque abeſſe, ut ad Problemata ſive Theoremata purè Arithmetica ſtatuminanda (quod tamen non rarò factum video) Geometricæ plane demonſtrationes ſint huc forinſecùs advocandæ, ut contra quæ Geometrica habebantur ſimplicius quidem & univerſalius ex purè Arithmeticis, adeoque univerſalibus demonſtranda videantur.*] Prætereo in gratiam tuam quod vox, *abſtrahunt*, hoc in loco Scholaſticum ſit, Latinum non ſit. Sed rogo te ubi probat id quod hic dicit?

B. Probabunt ipſius per totum hoc opus à Principiis Arithmeticis demonſtratæ concluſiones Geometricæ.

A. Id ergo videbimus inferius. Interea verò mirari mihi liceat viſum eſſe neceſſarium *Euclidi* numeros alios planos, alios ſolidos appellare, & tam multa de illis demonſtrare. Numerus enim, neque ſuperficies eſt, ut

possit propriè dici planus, neque corpus, ut possit vocari, solidus. Sed forte *Euclides* numerum à divisione continui, & demonstrationes Arithmeticas, à Geometricis, non contra (ut *Wallisius*) derivavit. Distulit ergo Theoremata Arithmetica ad Elementum septimum ut in illis demonstrandis imitaretur demonstrationes quasdam quæ sunt in Elementis Geometricis Antecedentibus. Itaque noni Elem. propositiones 18ᵃ· & 19ᵃ· fundantur in 16ᵃ· & 17ᵃ· Elem. 6ⁱ· Item decem primæ propositiones Elem. 2ⁱ· in numeris demonstrari possunt, Sex posteriores non possunt, propterea quod non omnes Lineæ sunt commensurabiles. Ostendat tibi *Wallisius*, si potest, duos numeros, quorum major ad minorem eandem habeat rationem quam majus segmentum Lineæ divisæ extrema & media ratione, ad segmentum minus; vel quam habet quadrati Diagonalis ad latus. Ipsum latus appellabit fortasse *numerum*, sed ut te fallat, non scribet *latus* sed *l.* vel *p*, vel aliud aliquod Symbolum. Cōge igitur illum numeros suos eloqui. Dicit credo numerum alterum saltem esse surdum. *Surdum* autem est quod effabile non est. Iam si series proponatur numerorum ab unitate incipientium, & unitate crescentium infinita, nonne in illa serie numeros omnes contineri putares?

B. Certè.

A. Aut ullum eorum esse ineffabilem?

B. Nullum.

A. Nullus ergo numerus, surdus est. Sed pergamus. [*Quod autem vel Philologica vel etiam alia Philosophica Mathematicis immiscuerim; partim illud ad subjecti explicationem commodum videbatur, partim etiam condimenti loco, &c.*] Quid illud est quod apparat Condimenti Scientiæ per se jucundissimæ; An γελοτοποιὸν an γελοῖον acturus est?

B. Nihil minus. Nam per Philologica ea intelligit quæ continentur in cap. 6. & quibusdam sequentibus de Etymologiis nominum numeralium Latinorum plena ingenii, qualia sunt, Latinorum vocem *unum* derivari à Græco ὃ ἕν; *duo* à δύο; *tres* à τρεῖς; *quatuor* à πέτορες, πέτορες à πίτορες, & hoc à τέσσαρες; *quinque* à πέντε, posito *quin* pro πεν, & *que* pro τε.

A. Vnde hæc conjicit?

B. Nescio nisi à congruitate literarum.

A. Non est inter ὃ ἕν & *unum*, neque inter *quatuor*, & τέσσαρες, neque inter *quinque* & πέντε magna affinitas literarum, & quilibet etiam puer tantundem conjicere potuit.

B. Deinde *Bellum* (inquit) *à* πόλεμος *fortasse dictum est.* An tantundem conjiceret etiam puer?

A. Minimè. Non est enim derivatio illa neque vera, neque verisimilis, sed ridicula condimenti causa. *B. Exem-*

B. Exemplum à *ſimili* derivari dicit, ideoque non *exemplum* ſed *exſemplum* debere ſcribi.

A. Quidni & *exſero* pro *exero*, & *exſiſto* pro *exiſto*, & *exſuo* pro *exuo*, & *exſequiæ* pro *exequiæ*, & ſimilia multa ſcribi jubet, qualia nemo Latinorum unquam ſcripſit? Eadem enim eſt ratio in his, quæ in *Exemplum*. Credo ſperaſſe illum novitate hac fore olim ut diſtingueretur ab indoctis hominibus hujus ſeculi. Sed errat: ſicut enim nullius *exemplum* ſecutus eſt ille, ita nemo illius *exſemplum* eſt ſequuturus. Sed quænam ſunt ea quæ appellat *condimenta Philoſophica?*

B. Neſcio, niſi ea intelligat quæ diſſeruit de natura Mathematicæ, & de natura Demonſtrationis.

A. Pergamus ergo ad reliqua Epiſtolæ Dedicatoriæ. Excuſans ſe quod tardius prodierit liber ejus quam ſperaverat, [*Interea* (inquit) *temporis bis occurrebat caſtigandus Hobbius; Latinè primum, Elencho meo in ipſum edito, quo ipſius in Libro de Corpore ἀγεωμετρησία caſtigatur, & faſtus reprimitur; deinde & Anglicè, ob ſcriptum ipſius Anglicanum convitiis fartum, quo ſcurram agit, &c.*] Hoc habet mercedis ob Politicam ſuam (Leviathan.)

B. Fortaſſe *Wallifius* contra illum iratus ſcripſit, & tanto aſperius, quanto liber ille Hominibus honeſtis magis placuit. Sed videamus an in hoc libro *Wallifii* nihil ſit quod mereatur caſtigari.

A. Accedentibus jam ad ipſum opus Mathematicum, ubi orationi ſcientificæ debitam ἀκρίβειαν exigere non modo iniquum non eſt, ſed etiam neceſſarium, quicquid non accuratiſſimè dictum, id liberum erit reprehendere. De rebus enim, quarum ſcientia certa eſſe poteſt, idem eſt non accurate, & falſe dicere. Itaque qui propter inſcitiam ſcribere vel diſſerere accurate neſciunt, quoties reprehenduntur, hac defenſione uti ſolent, non eſſe litigandum de verbis, ubi res conſtat; cum tamen de veritate rei, niſi accuratiſſimis verbis conſtare non poſſit. Non moror ergo homines illos ambitioſe graves, qui propriæ imperitiæ aliorum prætendunt λογομαχίαν. Quaſi aut eſſet diſputatio aliqua, quæ λογομαχία non eſſet, aut veritas aliqua, quæ non eſſet verborum veritas. In quocunque igitur libro, de quacunque ſcientia, hujuſmodi verba inveneris, *mera eſt hæc λογομαχία: non placet, dum de re conſtet, de verbis litigare,* pro certo habeas ſcriptorem illum ſcientiæ quam tractat imperitum eſſe, ignorantiamque ſuam gravitate (ut videtur ipſi) ſententiolæ velle tegere. Nec moleſtum tibi ſit, ſi quicquid, ſive in dictionibus hujus authoris, ſive in ratiocinatione, ἀκρίβεια debita carere videro, notavero, eâ ſaltem lege, ſi quomodo eadem ἀκριβῶς enuntianda ſunt, ſimul docuero.

B. Non iniquum poſtulas.

A. Præterea in Philologicis illis (ut vocat) condimentis, postulo ut liceat mihi conjecturis illius apponere conjecturas meas.

B. Neque hoc iniquum est.

A. Inscribitur Caput primum de *Mathesi* in genere, & de Objecto & Distributione ejus. Videamus ergo quam sit accuratum. [*Disciplinæ Mathematicæ dicuntur omnes illæ sive Artes, sive scientiæ, quæ circa Quantitatem peculiari modo versantur, sive Continuam, sive Discretam.*] Tune Definitionem hanc censes esse accuratam?

B. Ego verò satis. Etsi vox illa, *peculiari modo*, nisi ex sequentibus non facile intelligitur.

A. Expone ergo verba illa ex sequentibus.

B. Intelligit Quantitatem *peculiari modo*, id est, strictiore sensu, prout ad numerum & magnitudinem restringi solet.

A. At intelligi ita non possunt. Nam *versari circa Quantitatem, sive Continuam sive Discretam* (quæ eadem sunt cum Magnitudine & Numero) posita sunt in ipsa Definitione?

B. Minime. Nam in definitione per *Quantitatem continuam* intelligit solam quantitatem Corporum, nempe Lineam, Superficiem, & Solidum, exclusa quantitate Temporis, Loci, Motus, & Ponderis. Per *Quantitatem* autem *discretam* (exclusa Oratione) solum Numerum, propterea quod Tempus, Locus, Motus, Pondus, *vix ullam* (inquit) *subeunt speculationem Mathematicam, nisi ad modum vel Magni, vel Multi considerantur*.

A. Videtur sane non bene intelligere *Wallisius*, quid sit ipsa quantitas. Neque id mirum est, cum nemo Geometrarum illorum, qui ante ipsum fuerunt, tradiderit quantitatis Definitionem; ipse autem examinatione nulla, sed tantum lectione, suam fecerit Geometriam alienam.

B. Quomodo autem quantitatem definis tu?

A. *Quantitas est per quam quærenti de qualibet re quanta sit, apte respondetur; sive* (quod idem est) *per quam cujuslibet rei magnitudo determinatur*. Verbi causâ, longitudine propositâ, quæro quanta ea sit. An responderi aptè putas *longitudinem esse*, An potius quod sit tanta, quanta est *Ulna*, vel quanta est aliqua alia mensura vel mensuræ; vel quod sit ad longitudinem expositam in hac vel illa ratione? Similiter si quæstio fiat de superficie, vel solido, non apte respondebitur, nisi per mensuram aliquam vel comparationem cum aliquo mensurato. Alioqui quærentis animus nihil habet (in quo acquiescat) determinatum. Non sunt ergo longitudo, superficies, solidum, *Quantitates* ipsæ, sed *Quanta*, vel potius sine scholarum etiam antiquarum barbarismo, *Tanta*.

B. Nihil video propter quod hæc non sint accurate dicta. Sed quid inde infers?

A. Istuc

A. Istuc infero, Tempus, Locum, Motum, Pondus, non minus proprie quantitates dici, quam Linea, Superficies, & Solidum. Cum enim neque hæc neque illa quantitates sint, sed quanta, æque sunt utraque quantitates. Cumque tam illa quam hæc quantitatem habeant, sunt æque utraque quanta. Quare in Definitione hac Matheseos universalis, nihil est neque *ἀκριβὲς* neque ὑγιές. Multa habet *Archimedes* in Libris suis per Motum, & Tempus demonstrata, quæ tamen ne *Wallisius* quidem ipse credo negabit esse & bene demonstrata & pure Mathematica.

B. Quid *Wallisius* negaturus sit nescio. Sed Tempus, Locus, &c. mihi quidem videntur Quantitates non minus proprie dictæ, quam Magnitudo, & Numerus; nec quantitas à Magnitudine aliter distingui, nisi quod per quantitatem intelligimus determinate Tantum; Magnitudo autem vox sit indefinita. Video item alteram post adhibitam mensuram, comparationemque cum alio actu semper dici; alteram non semper. Sed desidero adhuc Definitionem *Mensuræ*. Mirandum enim esset, si qui Geometriæ (quam sine mensuratione assequi nemo potest) prima Principia posuit, *Mensuram* nusquam definisset.

A. Definitio *Partis* (*subaudi aliquotæ*) tradita ab *Euclide* initio Elementi quinti paucis mutatis erit Definitio *Mensuræ*. Est enim *Mensura Magnitudo una alterius, quando ipsa vel ipsius multipla alteri applicata cum ea coincidit.*

B. Definitio hæc fere eadem est cum Axiom. 8. El. 1^i. *Euclidis*. Nam videmus quotidie omne genus rerum per ἐφαρμόσιν mensurari; Sed plerumque repetitam.

A. Definitio ergo hæc, cum sit mensurationis quotidianæ descriptio accurata, ipsa quoque Definitio accurata est. Quænam autem sunt quantitates illæ quas *discretas* vocat?

B. Numerum & Orationem.

A. Scio. Sed quid significat vox ea *discreta?*

B. Ponitur hoc loco pro *interrupta*, sive *intercisa*. Exempli causa, *Euclidis* in prioribus quidem sex Elementis Diagrammata ex lineis constant perpetuis, sive continue ductis, quibus exponitur lectori quantitas continua; deinde in tribus Elementis sequentibus lineis usus est punctim designatis, sive lineis intercisis, ut exponeret quantitatem *numeri*. Videtur ergo *Euclidi* origo Numeri consistere in divisione Integri continui?

A. Certissimè.

B. Sed *Wallisio*, contra, ex compositione *Unorum*.

A. Quanquam is qui primus numeravit, utrum corpus corpori apposuit, an in corpora divisit, nihil referat; posterius tamen verisimilius est, nisi

nisi putem illum, hominem unum vocasse, *unum*, deinde unum hominem & unam arborem *duo*, item unum hominem, & unam arborem, & unum montem, *tres*, & sic deinceps. Numerus enim absolute dictus supponit in Mathematicis unitates ex quibus constituitur inter se æquales, æqualitatem autem unitatum in quantitate oriri, nisi à divisione integri continui in partes æquales, vix potest cogitari. Vtut tamen hoc sit, nisi numerus consideretur ut sic ortus, Scientia Arithmetica fere periit. Nam ex additione unitatum Theoremata Arithmetica valde pauca, ex divisione continui omnia possunt demonstrari. Deinde *Oratio*, cur ponitur (primò) inter quantitates? An quia Oratio una quam alia longior esse potest? Quare ergo non potius ponitur inter quantitates Genus ejus, nempe Sonus; Nam & sonorum alius est longior, alius brevior. Cur non sunt etiam latratus, ruditus, mugitus quantitates, & quidem discretæ? Deinde cur est *Oratio discreta quantitas*. An quia dividitur? Si ita sit, quidni sonus tubæ dicetur quantitas continua?

B. Orationem esse *Quantitatem*, & quidem *discretam* dicit *Aristoteles*.

A. Credo. At non nunc quærimus quid sit *Aristotelicum*, sed quid sit τὸ ἀκριβές. [*Tempus tractat Astronomia.*] Tractat quidem, sed an ut Tempus? Proprietatemne *Temporis* ullam demonstrant Astronomi? Vt loquerentur de *Tempore* necessarium erat propter *Motum*. Annum, Mensem, Diem, Horas, & Horarum minuta prima, secunda, &c. Definiunt Astronomi, non ad *Temporis* Proprietates, sed Partes cognoscendas, quæ motu corporum Cœlestium distinguuntur. [*Item Chronologia.*] Chronologia Historiæ quidem, sed non scientiæ pars est. [*Locus autem in Steriometria quantum ad ejus capacitatem.*] Quid quæso interest inter *loci capacitatem*, & *loci magnitudinem*?

B. Planè nescio.

A. Sed verebatur, puto, ne si dixisset Magnitudinem, etiam *Locum* ad quantitatem proprie dictam, quem antè inde expulerat, videretur reduxisse. [*Orationem tractat Musica.*] An ut *Orationem*, an ut Sonum? Vt sonum certe (qualis est Musica hodierna,) quanquam hoc fortasse rectius dixit quam sensit. Nam antiquitus tum verba tum Modos componere ejusdem erat Artis Musicæ. [*Motus autem & Pondus in Mechanicis præsertim considerantur.*] Quid? An Mechanici opus esse putat demonstrare? vel Motus & Ponderis nullas esse proprias passiones quæ demonstrari possunt. Quis nescit omnia quæ rectè facit Mechanicus fieri ex præscripto & secundum regulas Mathematicorum? Mathematici ergo est ut aliarum quantitatum, ita etiam Motuum & Ponderum rationes demonstrare. Vides igitur quam crassa hæc sunt *Wallisii* Professoris, & ab ἀκριβείᾳ ἐπιστημονικῇ aliena. Sed Doctrinam Rationum omnem fatetur considerationis

tionis esse vel Arithmeticæ, vel Geometricæ; neque nescit credo ipsis Rationibus suas esse certas quantitates; nam una Ratio major aliâ vel minor esse potest. Est ergo Ratio quantitas propriè dicta, etiam ex Doctrina illius. Respondeat mihi jam, utrum numerus sit Ratio. Negabit puto. Quî fit ergo ut tractetur in Arithmeticâ, & solâ quidem, ut ille vult? Rursus utrum Ratio sit Linea, vel superficies, vel solidum? nihil horum; vel quantitas continua, vel discreta? neutram dicet. Quî fit ergo ut tractetur in purè Mathematicis?

B. Si Ratio, neque continua quantitas, neque discreta sit, non videtur saltem mihi, omnino esse quantitas.

A. Quid ita? Si quis quantitatem omnem *continuam* vel *non continuam* esse diceret, necessarium faceret ut omnis quantitas alterutra earum esset. Sed non idem sequitur ex divisione in *continuam*, & *discretam*. Itaque ut Rationem ad aliquod quantitatum genus referam, quantitas dividenda est in Absolutam & Relativam. Absoluta est Longitudinis; Superficiei, Solidi, Temporis, Motus, per se considerata quantitas. Relativa est, qua determinatur quanta sit quælibet dictarum Magnitudinum ut comparata cum alia ejusdem generis. Deinde absoluta quantitas alia est corporum, ut Longitudo corporis. Alia Temporis, ut Longitudo Temporis. Alia Motus, ut Velocitas & Pondus. Item Rationum alia est Geometrica, alia Arithmetica.

B. In quo ergo genere, ponis Rationem Numeri ad Numerum?

A. Rationem tam Geometricam quam Arithmeticam divido in Rationem rei ad rem, & Rationem rerum ad res. Putasne in ullo alio quantitatum genere collocari oportere Rationem duarum ulnarum ad duos palmos, quam in qua collocatur ratio unius ulnæ ad palmum unum? Aut Rationem plurium ad plura aliam esse speciem Rationis quam unius ad ùnum? Aut aliam quidem esse speciem quantitatis tres ulnas, aliam autem unam ulnam? Aut denique Rationem unius ulnæ ad tres ulnas, non eandem esse quam habet unum ad tria?

B. Sunt quidem hæc ita manifesta, ut mirandum sit *Aristotelem* Quantitatem discretam nominâsse. Est enim Ratio numeri ad numerum nihil aliud quàm Ratio partium aliquotarum quantitatis continuæ ad quantitatis continuæ partes aliquotas, (& inter se & illis) æquales. Itaque (ut more meo cum Aristotelicis loquar) sicut calor à calido abstrahit, ita numerus abstrahit ab inæqualitate partium, dum considerantur partes non aliter quam quatenus plures.

A. Rectè. Sed discedis jam à libris.

B. Quidni?

A. Procedamus ad alia [*Quamquam autem hæc omnia in disciplinis*

Mathematicis tractentur, non tamen per se & primario, sed quatenus vel Mensurantur vel Numerantur.]

B. Ne mihi quidem hoc placet, propterea quod Geometriam ipse definit inferius scientiam esse magnitudinis quatenus est mensurabilis, & Arithmeticam scientiam esse Numeri, quatenus numerabilis. Itaque Magnitudo & Numerus non meliore jure, ex illius sententia quantitates sunt proprie dictæ, quam illæ alteræ Locus, Tempus, Motus, *&c.*

A. Vides ergo necessitatem circa scientias loquendi ubique ἀκριβῶς. Nam qui ita non fecerint, obliti eorum quæ scripserant, neque habentes ipsi Ideas rerum, cogentur sibimetipsis turpiter contradicere.

B. Da quæso scientiæ, quam appellant Mathematicam, Definitionem aliquam accuratam.

A. Mox faciam. Legamus interea rationem ipsius nominis *Mathematicæ* apud *Wallisium*; & quare videtur illi, impositum esse solis Geometriæ & Arithmeticæ. [*Si de Mathematum sive Matheseos nomine quæratur, cur hac appellatione insigniantur illæ Disciplinæ, ideo fortasse fuit, quoniam Mathemata apud multos quidem sola, apud alios Antiquorum primo ante alias disciplinas loco ediscebantur; adeoque* καὶ ἐξοχὴν μαθήματα *dicta, quia* πρωτομάθητα.] Quoniam hæc ait *fortasse ita esse*, nos quoque *fortasse* aliter esse non minus probabiliter affirmare possumus. Fortasse ergo fuit quod veritas Theorematum circa Magnitudines tantum & Numeros antiquitus docebatur, & propterea à Magistris discipuli eam ἔμαθον, id est didicerunt, intellexerunt, perceperunt, id quod sine summa evidentia facere non potuerunt. De aliis rebus sine Principiis manifestis, & sine accurata ratiocinatione, in porticibus & ambulacris à sedentibus ambulantibusve Scholastice, id est, στοχαστικῶς disserebatur, quemadmodum nos nunc disserimus per *fortasse*. Et quidem si propter hoc dicebantur Mathematica, non est difficile universaliter definire quid sit Mathesis. Est enim Mathesis *cognitio veritatis per demonstrationem.*

B. Scientiæ ergo juxta tuam definitionem sunt omnes Mathematicæ. Cur ergo Græci non omnes scientias sic vocabant?

A. Annon omnes sic vocabant, quæ traditæ erant demonstrativè? Nam quæ Theoremata demonstrata habuerunt Græci veteres præterquam circa quantitatem?

B. Puto nulla.

A. Vides ergo causam cur illæ scientiæ, quarum subjectum est quantitas, solæ habitæ sunt ab Antiquis Mathematicæ, & sic appellantur etiam hodie. Itaque si illo tempore doctrinæ, Moralis & Civilis, fuissent demonstratæ, cur non credam & illas pro Mathematicis haberi potuisse?

Non

Non enim ſubjectum, ſed demonſtrationes faciunt Mathematicam. Tranſit jam ad ſcientiarum Mathematicarum ſpecies. [*Sunt autem diſciplinæ Mathematicæ aliæ Puræ, aliæ Mixtæ. Puras dicimus illas quæ Quantitatem abſolute conſideratam tractant, prout à materia abſtrahitur. Mixtas autem illas appellamus in quibus præter conſiderationem Quantitatis (ſive multitudo illa fuerit, ſive magnitudo) etiam ſubjectum cui ineſt connotatur.*] Hæccine tibi videntur dicta eſſe accuratè?

B. Ita.

A. An non qui quantitatem conſiderat, conſiderat eam prout abſtrahitur à materia? An vox *Quantitas* abſtracta non eſt à concreta voce *Quantum?* Quænam autem eſt ea ſcientia quæ non modo quantitatem conſiderat, ſed etiam ſubjectam ejus? Quaſi ſubjectum non conſideraretur tunc, quando conſiderantur ejus accidentia. Cujus quæſo ſcientiæ ſubjectum eſt, ſine Accidentibus conſideratum corpus?

B. Nullius. Neque dicit ille ſubjectum cum quantitate ſua *conſiderari, ſed connotari.*

A. Si connotari non ſit conſiderari, quî fit ut ſola quantitate conſiderata ſcientia appelletur Mixta? Video eum nihil hic videre. Scribit quæ didicit puer. Scientia enim quemadmodum ſubjectum ejus (nempe mundus) non dividitur (per *puram* & *mixtam*) in Species, ſed in partes, eo modo qui dicetur infra, poſtquam legerim hujus Capitis reliqua. [*Verbi gratia, ubi in Arithmetica traditur* bis duo quatuor efficere, *numeri hic ſeorſim conſiderantur, & abſtractim ab omni materia ſubjecta.*] Vide quæſo hominis negligentiam doceri dicentis in Arithmetica *bis duo efficere quatuor.* Si doceatur hoc in Arithmetica, etiam in Arithmetica demonſtratur. Quis hoc unquam demonſtravit aut demonſtrare conatus eſt, aut ex Principiis Arithmeticorum nunc poſitis demonſtrare poteſt? Ne aſſumitur quidem ut *Communis notio*, neque ut *Petitio*, ſed à pueris domo affertur. [*In aliis ſecus eſt, verbi gratia, cum docet Aſtronomia Æquatorem & Zodiacum ſe mutuò in binis punctis ſecare,*] Aſtronomia illud non docet, neque opus proprium Aſtronomi eſt illud demonſtrare, ſed Geometræ. Obſervat Aſtronomus duos ſolis motus, Diurnum & Annuum, in duobus fieri circulis maximis, deinde, ut Geometra, inveſtigat quem faciunt Angulum. Itaque omnia fere Theoremata Aſtronomorum demonſtrata ſunt à *Theodoſio*, *Menelao*, aliiſque Geometris, qui ſcripſerunt de ſphæra. [*Eſt enim Arithmetices ſubjectum purius quiddam & magis abſtractum quam ſubjectum Geometriæ.*] Neque verum eſt hoc, neque rationem propter quam verum ſit, aut is aut alius quiſquam unquam attulit. Deinde Longimetriam, Planimetriam, & Stereometriam numerat inter Mathematicas Mixtas; cum tamen Lon-

gitudo, Superficies, & Solidum sint per suam ipsius distributionem Geometriæ puræ subjectum adæquatum. [*Neque interim Mechanices & Architectonices obliviscendum est. Quarum utraque (præsertim Mechanica) Geometricas Mensuras ita ad molem corpoream applicat, ut & interim Ponderum & Virium Motricium rationem habeat.*] Rursus Mechanicam annumerat scientiis, quasi Mechanici esset demonstrare. Mirum ni & Calceamentaria Mathematicis Mixtis annumeranda sit, quia metitur pedem.

B. Antequam transeas ad Cap. 2^{m} præsta quod promisisti scientiarum distributionem & singularum Definitiones accuratas.

A. Cum scientiæ nec sine ratiocinatione acquirantur, neque in ratiocinatione locum habeant voces ambiguæ, quales sunt Metaphoræ, & totum Troporum genus, antequam accingamur ad ratiocinationis opus, nempe scientias, discamus oportet accurate loqui, id est, præfinito loqui.

B. Quid illud est præfinito loqui?

A. Præfinito loqui, est vocabulis uti *prædefinitis*, præsertim illis ex quibus constare debent conclusiones demonstrandæ. Sunt enim Definitiones Principia scientiarum sive propositiones in demonstratione omnium primæ, quæ nisi accuratæ sint, quæ sequuturæ sunt omnes incertæ erunt. Accuratè autem definire, dependet ab intellectu Vocum, ab observatione quomodo significationes earum pro diversitate circumstantiarum variantur, & quid sit quod in omni illa significationum varietate est commune; nam id quod per vocabulum aliquod ubique intelligitur, illud est significatio ejus accurata. Quod si necessarium aliquando fuerit, ut vocabulo utamur novo, facile est illud definire, id est, quid nos verbo nostro intelligi volumus explicare. Itaque hoc recte facere ante omnes scientias discendum est. Et hæc quidem sive Peritia, sive Prudentia recte definiendi, quæ acquiritur experientia circa verborum usum, vocatur *Philosophia Prima.*

B. Supponamus autem hominem ratiocinari accurate jam posse. Quæro quot sunt scientiæ, & quomodo per Definitiones proprias aliæ ab aliis distinguuntur?

A. Vna est omnium rerum scientia universalis, quæ appellatur Philosophia, quam sic definio. Philosophia *est Accidentium quæ apparent, ex cognitis eorum Generationibus; & rursus ex cognitis Accidentibus, Generationum (quæ esse possunt) per rectam ratiocinationem cognitio acquisita.* Quærunt enim Philosophi omnes circa rem cognitam, vel quid ab ea produci potest, vel unde ipsa produci potuit. Quot sunt ergo rerum species tot sunt Philosophiæ totius partes sive scientiæ particulares.

B. Sed

B. Sed qua Methodo distinguendæ sunt?

A. Eàdem quâ distinguuntur ipsa Phænomena sive accidentia quæ apparent, nimirum, incipiendo à maxime communibus.

B. Quæ sunt illa?

A. *Magnitudo* & *Motus*. Et quoniam hæc in omni corporum actione effectum partim producunt, ut Motus, partim augent vel minuunt ut Magnitudo, prout major est vel minor, scientia in qua determinantur magnitudines, tum Corporum, tum Motuum primo loco ponenda est. Nam primo loco discenda est, quippe quod sine illa cæteræ acquiri non possunt.

B. Scientia hæc quomodo appellatur?

A. *Geometria.*

B. Defini Geometriam.

A. *Geometria est scientia determinandi Magnitudines.*

B. Breviter quidem satis, sed parum perspicuè. Non enim intelligo quid sit *Magnitudinem determinare.*

A. Magnitudinem determinare idem est quod ostendere quanta sit.

B. Quomodo autem ostenditur vel cognoscitur Magnitudo exposita quanta sit?

A. Comparando eam cum Magnitudine alia mensurata, vel quæ habeat ad mensuratam rationem cognitam. Itaque Geometria definiri potest sic, *Geometria est scientia per quam cognoscimus Magnitudinum inter se rationes.* Sed quoniam eæ cognosci non possunt, nisi exposita sit quantitas aliqua per mensuram cognita, juxta quam cæteræ possunt æstimari, Definitio Geometriæ clarior erit, si sic dicamus, *Geometria est scientia determinandi Magnitudinem, sive Corporis, sive Temporis, sive rei cujuslibet non mensuratæ, per comparationem ejus cum alia vel aliis Magnitudinibus mensuratis.*

B. Exquisitè hoc. Et quoniam Magnitudo continua quælibet data dividi potest in partes quotlibet aliquotas (ratione ejus ad quamlibet aliam non mutata) manifestum est Arithmeticam in Geometria contineri. Sed cupio etiam definitionem audire Arithmeticæ seorsim à Geometria.

A. *Arithmetica est scientia determinandi multitudinem rerum non numeratarum, per comparationem cum numerata vel numeratis.* Itaque qui de quantitate loquens continua, Geometra est, idem de eadem loquens quantitate, ut divisa in partes aliquotas, est Arithmeticus.

B. Assentior. Progredere ad alia.

A. Proximo loco poni oporteret *Physica Universi* (siquidem ab homine acquiri posset) quâ determinaretur Magnitudo & Motus universi

universi tanquam corporis unius, & quæcunque inde consequuntur. Tertio loco succedit scientia quâ determinantur corporum Cœlestium visibilium (id est stellarum tum fixarum, tum Planetarum, comprehenso etiam Globo Telluris) & Motuum, quibus eorum unumquodque fertur, Magnitudines; appellaturque Astronomia. Quarto scientia quâ Motus corporum invisibilium determinantur, à quibus Calor, Frigus, Lumen, cæteræque qualitates generantur, & operationes non visæ, gradusque earum fiunt. Vocatur autem *Physica*. Deinde ad Astrorum partes venientes (id est ad partes Globi Terrestris (nam Astrorum sublimium partes non satis percipimus) infinitæ statim apparent rerum sublunarium species) quarum Magnitudines, Motus, actionesque considerandæ sunt; harum autem scientiarum nomina vel ab ipsis subjectis, vel ab eminentibus subjectorum qualitatibus derivari solent; ut quæ de Plantis tractat, *Phytologia*; de Corporibus Animalium, *Anatomica*; de visione, *Optica*; de Ratiocinatione, *Logica*; de Moribus humanis, *Ethica*; de Civitate, *Politica*, &c.

B. Si tantam speculandi materiam præstet unica species Homo, quando putas otium nobis fore comtemplandi cæteras? Transeamus jam, si volueris, ad Cap. 2m.

A. [*De Geometria, & Arithmetica speciatim; earum Definitiones, Objecta, Principia, & Affectiones; easque vere scientias esse.*]

B. Accuratior forte erit hic quam in præcedentibus.

A. Non puto. Geometriæ & Arithmeticæ duplices affert Definitiones, alteras ab objecto, alteras à Fine. [*Priori modo definitur Geometria, Scientia Magnitudinis quatenus Mensurabilis.*]

B. Non accurate hoc? In Definitionibus enim Aristotelicis signum esse solet summæ ἀκριβείας vox illa *quatenus*. Nam accuratam Definitionem juxta *Aristotelem* dictum esse oportet non modo *De omni* & *Per se*, sed etiam *quatenus* ipsum.

A. Recte id quidem *Aristoteles*, non tamen in omni Definitione ea voce utitur. Subjectum *Physicæ* dicit *Aristoteles* esse *Corpus mobile, quatenus mobile.* Vides *Corpus mobile*, significare subjectum ipsum. In eo autem considerari possunt multa quæ Physicus non considerat. Itaque ut opus Physici in sola mobilitate determinaret *Aristoteles*, adjecit illud *quatenus mobile.* Sin dixisset, *Physicam scientiam esse in qua demonstrantur affectiones Corporis orientes ex ejus mobilitate*, non puto adjecisset *quatenus mobile.* Sic *Wallisius* potuit dixisse, *Geometria est scientia Magni, quatenus mensurabilis*, sed non *Magnitudinis quatenus mensurabilis*; propterea quod in corpore quidem sive magno sive parvo sunt alia multa, quæ considerari possunt præterquam quod sit *mensurabile*;

rabile; in magnitudine autem nihil. Deinde illud, ſcientia *magnitudinis*, ſive etiam *magni*, tantum abeſt ab ἀκριβείᾳ, ut ſit abſurdum. Quid quæſo eſt *ſcire magnitudinem*, vel *ſcire magnum?* Præter alicujus dicti veritatem nihil ſciri dicitur, itaque niſi *Magnum*, ſit *Propoſitio*, ſciri non poteſt.

B. Quomodo definit Arithmeticam?

A. [*Arithmeticam vero eſſe ſcientiam numeri quatenus numerabilis.*]

B. Eadem ſunt & hic vitia.

A. [*Poſteriori vero modo, Geometriam dico ſcientiam bene menſurandi, Arithmeticam autem ſcientiam bene numerandi.*] Quid eſt menſurare?

B. Menſuram definiiſti ſupra, deſcribens id quod faciunt qui aliquid menſurant, nimirum *menſuram eſſe applicationem*, &c. Itaque menſurare eſt applicare menſuram ad magnitudinem menſurandam, quoties fieri poteſt, ut menſuræ ad menſuratum ratio ad ſenſum exponatur. Itaque corpora conſiſtentia quidem per *lineas*, Liquida autem & quæ fluida ſunt per *vaſa* menſurari ſolent.

A. Nonne ergo bene menſurare ſciunt, qui menſuras menſurandis bene προσαρμόζειν, id eſt applicare ſciunt? Omnes ergo homines, per definitionem hanc *Walliſii*, ſunt (non minus quam ipſe) Geometræ; ut etiam omnes, qui multitudinem quam vident numerare poſſunt, ſunt (ut ille) Arithmetici.

B. Sed per *menſurabilitatem* & *numerabilitatem* intelligere ſe dicit *quicquid ad eorum ſingulas affectiones & habitudines inveſtigandas & intelligendas attinet*.

A. Itaque per *menſurare* & *numerare* intelligit *demonſtrare*. Voluit certe idem quod eſt in definitione mea, *quicquid magnitudinem determinat, ſive facit cognitam*; Sed quia illud non intellexerat, eloqui non potuit. [*Quod illas autem ſcientias dixerim, non eſt cur quiſquam miretur*, &c. *Habent enim Subjecta, Principia, & Affectiones, eaſque de Subjectis, demonſtrationibus maxime ſcientificis demonſtratas.*] Vera quidem, neſciente illo, eſt conſequentia; at ſi vox *Principia* id ſignificat quod vult ipſe, vera non eſt. Habet certe Geometria Principia ſua, nempe Puncti, Lineæ, Superficiei, Solidi, Anguli, Figuræ, *&c.* definitiones; & præterea Axiomata per ſe manifeſta, & Petitiones quaſdam non iniquas. Hæc ſunt Principia Geometriæ. Per hæc demonſtrantur ſubjecti quanti affectiones. Ille autem hæc non intelligit, neque Principia ipſa, aut quomodo conducant ad demonſtrationem. Audi quid dicit de Principiis [*Principia quod attinet, Punctum quidem eſt Principium magnitudinis, Vnitas autem Numeri, ut vulgò perhibetur. Nam ex fluxu Puncti Linea, ex fluxu Lineæ, Superficies, Superficiei verò corpus oriri traditur.*

Item

Item ex Vnitatibus numeros fieri satis liquet. Viden' quam paucis verbis quantam suam indicavit ignorantiam? Probandum susceperat Geometriam Arithmeticam vere scientiam esse. Medium probandi assumit *quod subjecta habeant & Principia & Affectiones de subjecto demonstratas.* Assumpti partem unam nempe quod habeant Principia sic probat, *Punctum quidem magnitudinis, unitas autem numeri Principium vulgo perhibetur.* Censen' tu Geometram esse, qui quod probare debuit, ab authoritate probat vulgi?

B. Peccatum fateor est, nec parvum.

A. Demus autem ei satis hoc demonstratum esse. An Geometram esse dices, qui cum Geometriam & Arithmeticam Principia habere ostendere deberet, ex eo probat quod Punctum est Principium Magnitudinis, & Unitas Numeri? Intelligisne quomodo Punctum Principium esse potest Geometriæ?

B. Nullo modo.

A. Aut unitas Arithmeticæ?

B. Tantundem.

A. Aut eandem rem esse Magnitudinem & Geometriam? Aut Numerum & Arithmeticam?

B. Æquè.

A. Aut Puncti definitionem & Punctum ipsum esse idem?

B. Quid tu hæc tam absurda à me quæris?

A. Quid? nisi ut mihi dicas sicubi Argumenti hujus vim latere sentias.

B. Dicam quod sentio; nempe fraudi illi fuisse, quod cum vox *Punctum* Principium sit libri Elementorum Geometriæ *Euclidis*, habuit ipsum pro Principio Geometriæ, pariterque, quia vox *Vnitas* prima est in Libris ejusdem Arithmeticis, putavit Unitatem Principium esse scientiæ Arithmeticæ. Miror sane hominem Peripateticum adeo oblitum fuisse *Aristotelis* sui, ut non meminerit Principia alia esse (ut nos loquimur) *essendi*, alia *cognoscendi*.

A. Pronum est oblivisci quæ non intelligas.

B. Est in his illius verbis quod non minus reprehenderem quam ea quæ tu (quanquam in Geometriæ Professore turpissima) modo reprehendisti.

A. Quid illud est?

B. [*Orri Lineam ex fluxu Puncti traditum est non inepte.*]

A. Recte id dicit.

B. An Punctum fluit.

A. Quidni?

B. Movetur

B. Movetur ergo.

A. Verum dicis.

B. *Aristotelis* est, nihil moveri præter corpus.

A. Verum hoc quoque. Non enim Puncti nulla est quantitas, sed nulla computatur. Nec ipsum Punctum Nihil, aut Indivisibile est, sed Indivisum. Itaque qui dicunt Tellurem esse Punctum non improprie loquuntur, quoties de ea agitur (ut in Astronomia) describente Lineam Motus Annui. Neque Lineæ Latitudo nulla est, sed nulla consideratur in demonstratione. Alioqui impossibile esset (quod postulat *Euclides*) Lineam ducere; & per consequens tota periret *Euclidis* Geometria.

B. Recte. Negato enim quod possit duci Linea, neque in illius Elementis, neque in quocunque alio Libro Geometrico quicquam extat Demonstrati. Esto ergo verum quod hic dicit. Certus tamen sum aliter sensisse ipsum, cum *Elenchum* scriberet contra *Hobbium* eadem dicentem, quæ nunc dicis tu, quem ob idipsum convitiis onerat.

A. Tanto est nequior. Sed pergamus. [*Non minus recte tamen, me judice, diceretur, si Magnitudinis Principium diceremus (prout hic loci Principii vox videtur intelligenda) ipsam extensionem, seu partium extra partes positionem.*] Quot rursus sunt hîc imperitè dicta! Primo, per vocem illam *videtur*, nescire se innuit quomodo vox Principium sit hoc loco intelligenda, quam ipse hoc loco posuit, nimirum fatetur se non intelligere quæ ipse scribit. Secundo, cum ex Professo loquatur de Principiis Geometriæ & Arithmeticæ, id est, de Principiis Scientiarum, id est, de Principiis cognoscendi, Principia tamen quærit Magnitudinis & Numeri. Tertio. Principium Magnitudinis *Extensionem* esse dicit, id est, *Magnitudinis Principium* esse *Magnitudinem.* Quid enim aliud est Extensio (prout is ea voce hic barbarè utitur) præter Magnitudinem? Extensio proprie loquendo, actio est illius qui aliquid ex curvo rectum facit. Ille autem *positionem* esse dicit *partium extra partes.* Quamobrem? Nimirum ut salva sibi sit opinio sua *Apopatetica*, quod idem Magnitudine corpus, locum modo majorem, modo minorem occupare possit.

B. Fortasse; nam in *Elencho* suo *Hobbium*, qui aliter sentit strenuè vituperat.

A. Quartò, cum dixisset ante, opinionem eorum qui Magnitudinis Principium dicunt esse Punctum, non ineptam esse, addit *non minus rectè diceretur, &c.* quasi utraque posset esse vera, sed pergamus. [*Numeri Principium duceremus ab ea modificatione, qua quid unum multa dicimus.*] Primò, quid est illud quod *appellat rerum modificationem?* Aut quid aliud hîc

 dicit

dicit quam quod res ita modificantur, ut *res una* ſit *unum*, & Multæ Multa. Accurate. Deinde *prout ab indentitate oritur Vnitas, ita & à rerum diverſitate oritur Numerus.* Docte. Scilicet *idem* eſt *unum*, *diverſa multa*. Sed nonne & diverſum eſt unum? Quid ergo id quod recte, cum vulgo ante dixerat. Numeri Principium eſſe unitatem, nunc mutat? [*Sed & ipſa unitas non incommode Numerorum Catalogo accenſeri poſſit.*] Quomodo non incommodè, niſi & verè? Sed quare non incommodè? Quia [*numerus de omni illo dicitur quo quæſtioni* Quot ſunt *affirmative reſpondetur.*] & quia [*Arithmetica eodem modo & unitatem & cæteros numeros tractat.*] Multa habet Theoremata *Euclides* de Numeris poſt Vnitatem certa ratione procedentibus, de unitate nullum. Neque quidem Numeris primis accenſet Vnitatem. [*Et quidem apud Grammaticos* Numerus ſingularis *ſine ſolœciſmo dicitur.*] Quamquam in hac quæſtione Grammaticorum authoritas non multum valere debeat, non tamen ideò dicunt Numerum ſingularem, quod credant Vnitatem eſſe Numerum, ſed quod in Numero quidem ſingulari Flexionem ponant Nominis quod ſignificat rem unam, in Plurali autem, Nominis quod ſignificat res plures.

B. ἀκριβῶς. ſequitur Cap. 3^m de Demonſtratione.

A. [*Demonſtratio eſt Syllogiſmus qui affectiones proprias de ſubjecto per proprias cauſas demonſtrat.*] Intelligisne per Definitionem hanc quid ſit Demonſtratio?

B. Quidni?

A. Intellexti ergo quid ſignificat vox *demonſtrat*. Vnde autem, ſi neſciebas quid eſſet Demonſtratio?

B. Recte dicis. Nam ſciebam antè, ex Definitione *Ariſtotelica*, quam & ipſe appoſuit, nempe hanc, Ἀπόδειξις ἐστι συλλογισμὸς ἐπιστημονικὸς ἐξ ἀληθῶν, καὶ πρώτων, καὶ ἀμέσων, καὶ γνωριμωτέρων, καὶ προτέρων, καὶ αἰτίων τοῦ συμπεράσματος, quam ille reddidit breviorem.

A. An Definitionem *Hominis Ariſtotelicam* breviorem facere dicendus erit, qui in ejus locum hanc ſubſtituerit (Definitum ponens in Definitione) *Homo eſt Homo*; quemadmodum *Wallißius* ponit *Demonſtrare* in Definitione *Demonſtrationis.*

B. Video nunc Definitionem *Wallißianam* vitioſam eſſe. Sed illa *Ariſtotelica* nonne bona eſt?

A. Melior quidem, ſed non accurata. Nam etſi fieri poſſit, ut Demonſtratio ex unico conſtet Syllogiſmo id tamen rariſſimum eſt. Debuit ergo dicere συλλογισμὸς, ἢ συλλογισμοὶ, Deinde illud καὶ προτέρων, abundat; nam ante dixerat καὶ πρώτων, Tertio illud καὶ αἰτίων. τοῦ συμπεράσματος proprium non eſt Syllogiſmi demonſtrativi, ſed omnium Syllogiſmorum com-

commune, etiam eorum in quibus tam major quam minor propositio est falsa. Exempli causa, Syllogismus legitimus est, *Omnis homo est lapis, Omnis lapis est animal, ergo Omnis Homo est animal.* Vides hîc conclusionem, necessario sequi ex Præmissis, & propterea Præmissas falsas causas esse posse Conclusionis, ut tamen Syllogismi tales non sint Demonstrationes. Postremò Demonstratio omnis procedit ab ipsius affectionis demonstrandæ causa; ut si ab eo quod Terra interposita sit inter Solem & Lunam (exemplo utor Aristotelico) Eclipsin fieri Lunæ Demonstraretur, Interpositio Terræ non est conclusionis causa, sed Eclipseως. Fallit interdum *Vox* pro *Re se* ingerens.

B. Quænam autem est Demonstrationis Definitio accurata?

A. Demonstratio est Syllogismus, vel Syllogismorum series à Nominum Definitionibus usque ad Conclusionem ultimam derivata.

B. Quid, Si Syllogismorum aliquis, vel Definitio aliqua vitiosa sit?

A. Neque Syllogismus est qui vitiosus est, neque Definitio quæ vitiosa.

B. Quid si Conclusio sequatur (sine Definitione) Axiomata. An non erit Demonstratio?

A. Erit, modo Axiomata illa tum manifesta sint, tum etiam demonstrari (si imperetur) possint; qualia sunt Axiomata sumpta ab *Euclide*.

B. Sed ipsa *Definitio* quomodo definitur.

A. Definitio nonne Propositio est?

B. Est.

A. Nonne etiam est explicativa Nominis Definiti?

B. Etiam.

A. Quomodo explicatur nomen quodvis, verbi gratia, Nomen *Homo?*

B. Si ponatur vox *Homo* pro subjecto Propositionis, deinde pro Prædicato, Nomen quod sit aggregatum omnium Nominum quibus Homo distinguitur à rebus cæteris omnibus. Exempli causa, distinguitur ab omnibus Accidentibus per nomen *Corpus*; à cæteris Corporibus per nomen *Sentiens*; à cæteris Sentientibus (sive Animalibus) per nomen *Rationale*. Itaque si dicamus Homo est Corpus sentiens Rationale, erit illa propositio *Definitio* Hominis. Nomina enim quæ ad faciendum Prædicatum aggregantur complicata sunt in una appellatione illa *Homo*, ipsumque Hominem ab omni alia re distinguunt, id est, quid sit definiunt.

A. Rectè dicis, neque quicquam aliud fecisti præterquam quod resolvisti vocem Homo in partes suas. Fuisset autem satis illi qui prædefinitum haberet *Animal* posuisse, *Homo est Animal Rationale.* Definitio ergo

Definitionis accurata erit hæc. *Definitio est Propositio cujus Prædicatum est subjecti Resolutivum.*

B. Quid autem fiet si subjectum resolvi non potest, ut plerumque fit in Generibus summis?

A. Cum finis Definiendi sit ambiguum tollere, si per Nomina id fieri non potest, faciendum est per Exempla. Addamus ergo Definitioni nostræ pauca etiam verba, ut tota hæc sit, *Definitio est Propositio cujus Prædicatum est subjecti resolutivum, ubi fieri potest; ubi fieri non potest, exemplificativum.*

B. Perge legere.

A. [*Quæ tamen Definitio non omni Demonstrationi convenire putanda est, sed illi quæ est τὸ διότι quæ etiam κυρίως Demonstratio dicitur. Ad Demonstrationem τὸ ὅτι sufficit Argumentum ab effectu.*] Vellem definiisset quid sit illa Demonstratio τὸ ὅτι. Nam Demonstratio τὸ διότι est, quando quis ostendit propter quam Causam subjectum talem habet affectionem. Itaque quoniam Demonstratio omnis est scientifica, & scire talem esse in subjecto affectionem, est à cognitione causæ quæ illam necessario producit, nulla potest esse Demonstratio præterquam τὸ διότι. Recte ergo dicit, illam quæ dicitur τὸ ὅτι non esse κυρίως Demonstrationem, id est, non omnino Demonstrationem. Nam in Sermone Mathematicorum *non esse* & *non propriè esse*, idem sunt.

B. Ratiocinatio quæ incipiens à veris Principiis Conclusionem rectè infert, propriè dicitur Demonstratio. Neque credo *Aristotelem* Demonstrationem vocasse, ne quidem τὸ ὅτι ratiocinationem ullam in qua esset Paralogismus. Necessarium ergo est ut intellexerit ratiocinationem quæ incipit, non à Definitionibus, sed à suppositis (qualibus utuntur Physici) plerumque incertis. Non ergo debuerunt interpretes ejus Demonstrationem τὸ διότι interpretari Potissimam, sed simpliciter Demonstrationem.

A. Videtur id voluisse *Aristoteles*, neque dissentiente *Wallisio*, qui eam appellat Argumentum ab effectu. Dicendum ergo est duplici Philosophorum inquisitioni, nimirum effectuum ex causis, & causarum ex effectibus, duplex respondere ratiocinationis genus, nempe Priori Demonstrationem, id est, ratiocinationem ex Definitionibus, quæ est scientifica; posteriori ratiocinationem ex Hypothesibus, possibilibus, quæ etsi scientifica non sit, si tamen nullus appareat effectus, ne in longissimo quidem tempore, quæ Hypothesin redarguat, facit ut animus in ea tandem acquiescat, non minus quam in scientia. Frustra autem Demonstrationis τὸ ὅτι quærimus definitionem, quæ Demonstratio non est. Sequitur disputatio ejus contra *Smiglecium*; primò de *Ente Mathematica.*

matico. Quid ſit Ens Mathematicum non ita bene intelligo, ut ipſum, ſi opus eſſet, poſſem definire, aut ſatis diſtinguere ab Ente Metaphyſico, Ente Phyſico, Ente Logico, Ente Rationali, Ente Intentionali, & ſimilibus, quæ nunc paſſim occurrunt, neque (quod puto brevi introducetur à Symbolicis) ab Ente Symbolico. Deinde defendit *Euclidis* Demonſtrationem omnium primam contra *Smiglecium*, non male, niſi quod addendum eſſe dicat [*in nulla quidem ſcientia expectandum eſſe ut omnes ibidem Demonſtrationes æquali perfectionis gradu procedant.*] Nam Demonſtrationes vocat, quæ non ſunt ſcientificæ; cum tamen initio hujus Capitis Demonſtrationem appellaſſet συλλογισμὸν ἐπιςημονικόν. Itaque juxta illum, eorum quæ ſcimus, alia magis alia minus ſcimus; quod eſt abſurdum. [*Abunde ſufficit, quanquam paſſim immiſceantur aliæ τοῦ ὅτι.*] Abunde ergo ſufficit ſi in Elementis *Euclidis* non omnia Theoremata demonſtrentur Demonſtrationibus τοῦ διότι, id eſt, ſufficit ſi alia ejus Theoremata ſciamus eſſe vera, alia an vera ſint necne neſciamus. An Geometriæ Profeſſor idoneus eſt, qui neque (ut ante oſtendimus) ſcit quæ ſint illius ſcientiæ Principia, neque (ut apparet hoc loco) quid ſit *demonſtrare*, id eſt, quid ſit *docere?* Miror qui factum ſit, ut Cathedram nactus ſit *Savilianam.*

B. Fortaſſe, quod in Profeſſoribus illis eligendis plurimum potuerint ſuffragia hominum non Mathematicorum ſed Theologorum.

A. Quid? Theologiæ Doctores nonne didicerant Logicam? Nam errores hi non oriuntur à defectu Geometriæ, ſed Logicæ. Unde autem commendatus eſt Theologis?

B. Noſti quo tempore eligebatur, multum in Civitate noſtra potuiſſe, eos qui Eccleſiæ Regimen, in ſacris, Presbyterio adjudicabant, cujus Sectæ eſt *Walliſius.* Præterea Commendatior fortaſſe erat propter Artem Symbolicam.

A. [*Igitur ut rem totam dilucidius expediam, tres præſertim Demonſtrationum Mathematicarum ſive modos, ſive gradus, ſive ſpecies ſtatuo. Prima quidem eſt illa Demonſtratio quæ per deductionem ad abſurdum, ſeu impoſſibile procedit.*] Scis Demonſtrandi genus hoc loco dici Ducere ad abſurdum, quia ducit ad contradictoriam propoſitionis alicujus ante Demonſtratæ Oſtenſive; & quidem per demonſtrationem τοῦ διότι.

B. Scio; & proinde Theorema nullum, quod ex Principiis immediate demonſtratur, Demonſtratum dici poteſt per *deductionem ad abſurdum.*

A. Qui demonſtraverit propoſitionem quamcunque eſſe veram, nonne ſimul demonſtrat tum contrariam tum contradictoriam ejus eſſe falſam?

B. Absque dubio.

A. Si igitur propositio ipsa demonstrata sit per Demonstrationem τοῦ διότι, etiam contradictoria ejus, eo ipso quod contradictio detegitur, demonstratur per Demonstrationem τοῦ διότι.

B. Ita censeo.

A. [*Secunda Demonstrandi ratio est Ostensiva τοῦ ὅτι; ut si recta* A C *demonstraretur æqualis esse rectæ* B C, *quoniam utraque Demonstrata fuerat æqualis ipsi* A B; *quæ autem sunt eidem æqualia, sunt & æqualia inter se. Estque hæc Demonstratio quidem Ostensiva τοῦ ὅτι, non autem τοῦ διότι.*] Dic mihi, si A C demonstraretur æqualis esse B C, an ideo esset Demonstratio?

B. Videris mihi quærere an Demonstratio sit Demonstratio.

A. Si Demonstratio est, scientifica est.

B. Recte.

A. An A C, B C. sciri possunt æquales esse inter se, nisi sciamus prius utramque æqualem esse A B?

B. Minime, neque id dicit *Wallisius*.

A. Si sciri non potest A C, & B C, esse inter se æquales, antequam sciamus utramque earum æqualem esse A B; neque potest demonstrari illud sine Demonstratione hujus.

B. Verum est.

A. Est ergo Demonstratio hujus, pars Demonstrationis illius.

B. Video quo tendis, nimirum, ad id quod dixisti paulò ante, in Demonstrationis Definitione, nempe esse eam Syllogismorum seriem cujus Principium est in Definitione, & finis in Conclusione ultima; quod & verum est, & manifestum facit Demonstrationem totam cujus Conclusio est A C, B C *esse inter se æquales*, esse Demonstrationem directam τοῦ διότι. Nam utramque A C, B C æqualem esse A B Demonstratum est per Causam efficientem, nempe per constructionem duorum Circulorum (permutatis centris) super eandem rectam A B. Imò verò eadem illa constructio causa est quod duæ vel quotvis Lineæ rectæ inter se æquales sint. Nam Radius quo Circulus describitur, mensurat per ἐφάρμοσιν distantiam à centro ad circumferentiam in locis infinitis eandem. Non ergo est illa demonstrandi ratio ostensiva τοῦ ὅτι.

A. Neque placet mihi illa ipsa distinctio Demonstrationis in *Ostensivam* & *Deductivam ad impossibile*. Non enim loquutio est Doctori scientiarum præsertim Mathematicarum satis accurata. Nam *Demonstratio Ostensiva* idem est quod *Demonstratio Demonstrativa*. Est enim altera, ea quæ tendit rectâ viâ ad ipsam Propositionem; altera, ea quæ tendit ad contradictoriam ejus, viâ (primò) rectâ, deinde (per conversionem) ad propositionem ipsam.

B. Quoties

B. Quoties audio quemquam dicere *Demonstrationem* ὅτι ὅτι, vix me contineo, ne interrogem ὅτι ὅτι τί, sed me contineo tamen, ne quod omnes se scire dicant, solus videar ignorare. Dic ergo, cum in omni Demonstratione dicant *Quod* verum est, vel *Quod* falsum, quomodo una Demonstratio est *Quod*, alia *Propter quid?* Nescimus enim *Quod* res ita est, nisi sciamus *Propter quid* ita est, juxta id quod solemus dicere Aristotelici, *scire est per causam scire.*

A. Videtur *Aristoteles*, cum in *Physica*, animadvertisset non effectum per causam cognitam, sed contra causam quæri per cognitos effectus, atque id non posse accurate fieri, propterea quod similes effectus non semper & necessario similes habeant causas, ob eam rem *potiorem* Demonstrationem eam duxisse, qua effectus per causam Demonstratur (quæ est ὅτι διότι) quam ea quæ causam concludit ex effectu, quamque propterea appellavit ὅτι ὅτι. Quæ tamen scientifica non est, & proinde nec vera Demonstratio. Non enim incipit à Definitionibus, sed ab Hypothesibus, quæ falsæ esse possunt; quanquam, si nulla experimenta, etiam post longissima tempora eas redarguant, satis erunt probabiles; sed Theoremata inde deducta non possunt dici demonstrata. Frustrà ergo quærit *Wallisius* Demonstrationem ὅτι ὅτι inter Demonstrationes *Euclidis.* Sed pergo. [*Si quis denique objiciat, me tres demonstrationis species fecisse, cum vulgo duæ tantum statuantur, poterit ille, si placet, duarum priorum utramque Demonstrationem* ὅτι ὅτι *dicere. Non enim libet de verbis contendere, modo de rebus constet.*] Benigne sane, qui quid verum sit (quia de re non constat) potestatem nobis concedit eligendi.

B. Eligo igitur hoc; unum esse Demonstrationis genus nempe ὅτι διότι, sive Conclusio directe demonstretur, sive per Deductionem ad absurdum.

A. In Capite quarto agit de Unitate, Numero, & Numeri Principio [*Unitas est secundum quam unumquodque Unum dicitur. Numerus autem est ex Unitatibus composita multitudo.*] Scilicet ita definit *Unitatem & Numerum* Euclides.

B. An non recte?

A. Numerum quidem accurate, Unitatem autem imperitè. Nam propter cognationem vocum *Unum* & *Unitas*, altera in alterius Definitione poni non debuit; non magis quam *Album* in Definitione *Albedinis*, aut *Albedo* in Definitione *Albi.* Nihil enim confert ad intellectionem vocis *concretæ* sua ipsius *abstracta*, neque contra, *abstractæ* sua *concreta.* Cavit autem *Euclides* ne Definitione hac in Demonstrationibus uteretur; atque ita factum est, ut nullum inde vitium emanaverit ad Theoremata. [*Ex his autem Unitatis & Numeri Definitionibus plerique arbitrantur Unitatem Numerorum*

rum Catalogo non esse accensendam, adeoque numerum minimum Binarium esse; quanquam illud quidem Euclidem uspiam dixisse non memini.]

B. Si meminisset Definitionis *Euclidis*, quam proxime supra ipse retulit, necesse est ut meminerit sentire *Euclidem* Numerorum minimum esse Binarium, nisi idem sit μονὰς & μονάδων πλῆθος. [*Operæ tamen pretium fortassis erit paucis ostendere cur Unitatem putem vere Numerum esse, aliisque Numeris annumerandam. Nec huic forsan adversabitur Euclidis aliorumque sententia probe intellecta.*] Quid an possibile est ut probe intelligatur μονάδα esse ex μονάδων συγκείμενον πλῆθος? [*Cum enim nonnulli Unitatem, proprie loquendo, non modo Numerum esse negent; sed & Numeri partem, adeoque* Numeri Principium impars esse *dicant, ut est Magnitudinis Punctum & Temporis Momentum, intelligendi fortasse sunt de Monade, seu Unitate, non ut Numerum singularem designat, sed ut est communis quasi Numerorum omnium denominator.* Sic enim *Numerus Quaternarius est qui quatuor Unitates, numerat.*] Tune hæc intelligis?

B. Puto.

A. Expone ea quæso.

B. Considera fractionem hanc $\frac{4}{1}$. Quid significat?

A. Quatuor unitates.

B. Quare?

A. Quia quotcunque partes integri, Fractionis denominator Unitas denominat, earum partium numerator, numerat 4. Sed Unum denominat ipsum integrum indivisum; sunt ergo $\frac{4}{1}$ quatuor Unitates.

B. Itaque hoc dicit, Illos qui Unitatem numerum esse negant, tunc solummodo id negare, quando Unitas fit Denominator fractionis ut in $\frac{4}{1}$ vel $\frac{1}{1}$.

A. Dicit ergo *Wallisius*, [*dum quatuor tantundem valent ac quatuor Unitates, vox illa* Unitates *nec Numerus est, nec pars numeri, sed vel numeri denominatio seu denominator, vel ipsum numeratum.*]

B. His ergo verbis vides ut ipse, quæ obscura ante erant, clare eloquutus est.

A. Ita clare, ut scias quid illis contingere necesse sit, quibus ante nascuntur opiniones, post quæruntur argumenta quibus possunt defendi; nimirum, quemadmodum iis accidit qui in tenebris oberrant, ut quacunque moveantur impingant in aliqua offendicula. Nam ut *Unitatem* sustineat esse Numerum, *Unitates*, id est plures, numerum esse negat; nec quatuor, aut tres, aut quotvis Unitates Numerum esse patitur.

B. Non negat quatuor *Unitates* esse Numerum, sed *vocem illam Unitates* numerum esse negat.

A. Quis

A. Quis nescit vocem illam *Vnitates*, aut si vis, vocem illam *numerum* non esse Numerum? Nam numerus est unitatum multitudo, vox autem non est. Quæritur hic an in fractione hac $\frac{4}{1}$ significante quatuor Unitates, quatuor sit numerus, ut ille dicit, Unitates numerus non sint. Imò vero Unitates esse Numerum verum fuit etiam ante quam ulla extiterunt nomina, aut *Numerorum*, aut *Vnius*. *Quatuor* ergo, nisi subauditis Vnitatibus, vel *Vnis* numeratis, nihil est. Vnitates autem nunquam non erant Vnitatum numerus. Rursus, [*Vox illa Vnitas est numeri denominatio seu numerator. Vox autem Vna est numerus seu Vnitatum multitudo (multitudinis voce laxius accepta, ut post dicetur;) dicit enim quot vel quam multæ Vnitates adesse dicantur, nimirum Vnicam. Aliud autem est negare Vnitatem, aliud vero negare Vnum Numerum esse. Eodem enim sensu ἡ δέκας Numerus esse negari possit, quamvis δέκα Numerus esse non negetur.*] Primò, obscurum est quod dicit *Denominatio seu Numerator*, quasi significarent eandem rem, præsertim cum superius (quinque versibus) dixerat *Denominatio* seu *Denominator.* An in Fractione $\frac{4}{1}$ Denominatio est 4, Denominator 1? Deinde si vox *una* sit Numerus, erit quoque Numerus (id est multitudo Vnitatum) *vox*; id quod nemo intelligit. Sin *Vna* sit Numerus, erit illa Numerus rerum Numeratarum, puta, *Vnitatum.* Itaque *Vna Vnitas* est Vnitates. Tertio non est verum quod dicit, aliud esse negare *Vnitatem*, aliud *Vnum* esse Numerum. Nam illi quibuscum disputat, cum negant Vnitatem esse Numerum, intelligunt per *Vnitatem* ipsum (in concreto) *Vnum*. Quarto, ἡ δέκας à quo negatur esse Numerus? An non ἡ δέκας significat propriissime idem quod *numerus denarius*, sicut δυάς, τριάς, τετράς, idem quod *numerus binarius, ternarius, quaternarius?* Sed de his negari non potest, quin sint numeri. Itaque ἡ δέκας non potest negari esse numerus. Postremò, cum probandum illi esset *Vnum* esse Numerum, hoc tantum probare conatus est, quosdam qui contra sentiunt, sententiam suam non satis demonstrasse.

B. Quod unum sit Numerus demonstrabit forte inferiùs.

A. Bene est. Pergamus. [*Sed revera, si accurate loqui velimus, non tam Vnitas quam nullitas (si ita loqui liceat) seu Nullum idem respectu Numerorum obtinet, quod Punctum respectu magnitudinis.*]

B. Nollem hoc dixisset. Nam cum ab *Hobbio* culparetur quod Punctum dixerat esse nihil, negavit se ita sensisse. Nunc tamen idem dicit apertissime, cum enim sit ut *Nullum* ad *Numerum*, ita Punctum ad *Magnitudinem*, certissimum est Punctum esse nihil.

A. Illud quoque ineptum est quod cum in proxime præcedentibus distinxisset *Vnitatem* ab *Vno*, ut *Non Numerum* à *Numero*, nunc cum *Nullo*, confundat *Nullitatem.* Hoccine est loqui accurate? Præterea,

 cum

cum dixiſſet, *ſi accurate loqui velimus*, cur ſtatim addit *ſi ita* (id eſt, non accurate) *loqui liceat?* An ſcribit dormiens? Sed progredior. [*At interrogabitur forſan, Num velim ego, à veterum pariter & Recentiorum omnium ſententia diſcedere, qui uno Ore Vnitatem vocant Principium Numeri. Reſpondeo nihil abſurdi eſſe majorum inventis addere.*] Vide captum hominis Mathematici. Mathematicorum eſſe putat docere an unum ſit vocandus Numerus; quaſi non vulgi eſſet impoſitio nominum, aut quilibet è vulgo non æque ſciret atque centies mille peritiſſimi Arithmetici utrum Vnum ſit Numerus necne, id eſt, (juxta Definitionem *Euclidis*) utrum homo ſit homines necne. Mirarer certe cum non ſolum ab *Euclide*, ſed etiam ab omnibus tum Veteribus tum Recentioribus ſciret ſe diſſentire, errorem in ſeipſo eſſe non ſit ſaltem ſuſpicatus, ſed eorum inventis hoc addidiſſe ſe exiſtimaverit, niſi ſcirem cujus eſſet Sectæ. Qui proximè ſequuntur, circiter viginti verſus, ſunt gravis & acerba reprehenſio temeritatis eorum, qui ſi vel tantillum ſciunt, aliorum omnium peritiam vel flocci faciunt vel ſuperciliоſe contemnunt. Cujus reprehenſionis juſtitia ita manifeſta eſt, ut nihil circa eam examinandum ſit, niſi ad quem potiſſimum collimaverit.

B. Videtur hoc loco eos ſcriptores omnes perſtringere, qui non eadem in Mathematicis ſentiunt quæ ipſe.

A. Deinde ad inſtitutum rediens ſic ſcribit, [*quod ad rem præſentem attinet, aſſero, & veterum ſententiam probe intellectam, & quæ nos aſſerimus ſatis conſtare poſſe. Ipſa enim Principii vox duplici ſaltem acceptatione occurrit, prout nempe ſignificat* Primum quod ſic, *vel* ultimum quod non. *Sic ſi hæredis jus in rem Hæreditariam ab ipſo patris interitu incipere dicatur, erit hoc Principium* Vltimum quod non, *Si verò dicamus hæredis jus inchoari à primo momento ſucceſſionis, etiam ita vere dicitur, ſed hoc Principium eſt* Primum quod ſic.]

B. Subtiliter hæc.

A. Ita; ac ſi dixiſſet finem Capitis præcedentis eſſe Principium Capitis hujus.

B. Subtiliter dico, id eſt Scholaſtice, vel Metaphyſice; Scholaſtici enim olim ſubtiliſſimi habebantur.

A. Subtiliter pro *Barbare.* Quis putabit inchoatum eſſe Jus, vel aliam rem quamcunque tunc quando neque ipſa, neque ulla ejus pars exiſtit. Sed quare homo Mathematicus de Mathematicis ſcribens exemplo utitur Iuris? An etiam Iuris Romani peritus eſt? An potius per hoc exemplum fieri poſſe ſperabat ut eſſe crederetur?

B. Neſcio ſane, ſed illum nunc incipere puto à Principio (ut ille vocat) *Vltimo quod non.*

A. [*Vnum*

A. [*Vnum igitur numerum esse affirmo — minimum enim est quod affirmative respondet quæstioni* quam multa.] Si dicam responderi etiam posse per *nullum*, scio quod exiget ut respondeatur affirmative. Dico ergo quæstioni *Quot* sive *quam multa*, non omnino responderi aptè & plenè posse sine negatione. Nam qui *Vnicum* habens *filium*, quærenti quot haberet filios, respondet per *Vnum*, non satis plene respondet, quia & qui plures habet Vnum habet. Respondendum ergo non est per *Vnum* sed per *Vnicum*, id est Vnum nec plures, id est non sine negatione. Ita etiam si respondeat, plures habens, *Duos*, non plene respondet, propterea quod, qui tres habet Duos habet. Respondendum ergo est per *Duos nec plures*, id est, non sine negatione. Illud ergo quod pro causa adfert quare crediderit *Vnum esse numerum,* causa esse non potuit. Vin' causam quare id contra tum veterum tum recentium omnium sententiam verum esse crediderit, dicam ego, qui eam scio melius quam ille?

B. Volo.

A. Cum legebat numerorum cifras 1. 2. 3. 4, *&c.* vel cum audiebat nomina Vnum, Duo, Tria, Quatuor, *&c.* Cifras illas & nomina illa pro numeris ipsis nominatis intelligebat; ut & paulò ante cum diceret *Vox Vnitas est Numerus.*

B. Credo sane. Sed quomodo *Vnitatem* & *Numerum* definis tu?

A. *Vnum* quidem (cum *Aristotele*) id quod consideratur ut *indivisum*; Numerum autem (cum *Euclide*) ex *Vnis collecta plura.* Nam vox πλῆθος non significat *Multitudinem* eo sensu quo opponitur *Paucis*, ut censet *Wallisius*, sed eo quo opponitur *Vni*; adeo ut proprie loquendo πλῆθος Græcum, & Latinum (non *multa* sed) *plura* idem sint. Deinde lego in margine [*numeri fracti non sunt numeri proprie dicti.*] Verene hoc?

B. Anne fractus Integer est, aut Numerus ullus est qui non sit Integer?

A. Minime. Et tamen id quod per Numerum Fractum intelligitur, est Numerus proprie dictus.

B. Quî fieri id potest?

A. Quid significatur per Numerum Fractum hunc $\frac{3}{4}$?

B. Significantur tres partes quarum *Vnitas* habet quatuor.

A. Satis quidem intelligo quomodo *Vnum*, quodcunque illud sit, posset dividi in quatuor partes, quomodo autem *Vnitas* ita dividi possit non intelligo.

B. Cum dico *Vnitatem*, intelligo ipsum *Vnum* Integrum quod divisibile est in partes quot quis voluerit.

A. *Vnum* ergo Integrum sit assis. Dic mihi an tres asses sit numerus assium.

 B. Sunt.

B. Sunt.

A. Et Numerus assium numerus proprie dictus ?

B. Est.

A. Et numerus unciarum nonne est Numerus proprie dictus ?

B. Æquè.

A. Et numerus Quadrantum nonne Numerus proprie dictus ?

B. Etiam.

A. Et $\frac{3}{4}$ sive dodrans nonne est Numerus Quadrantum ?

B. Est.

A. Idemque Numerus fractus.

B. Vicisti. Nam qua ratione diceret aliquis Numerum integrorum magis proprie Numerum dici, quam partium, eadem ratione poterit dicere Numerum boum magis proprie dici quam ovium. Hactenus ergo non modo, non ἀκριβῆ, sed etiam inepta sunt quæ legimus, authoremque tantæ subtilitati imparem esse indicant. Capite quinto ubi ostendere pollicetur *procreationem*, quam appellat etiam *originationem* Numerorum, expectaveram aliquid novi, ut quis primus Numeros vel saltem nomina numeralia primus invenit. Sed de hoc ne verbum quidem habet.

A. [*Si igitur ubi prius nulla erat, apponatur Vnitas, fit numerus singularis; si adhuc addatur Vnitas alia, emergit Numerus Binarius; accedat alia, & exsurgit ternarius — Estque hæc vera Numerorum Originatio seu Procreatio.*] Eleganter illud, *ubi prius nihil erat, apponatur*. Et ex additione Vnitatum fieri Numerum, sed nec minus fieri per ablationem partium æqualium, ab Vno dato (id est per divisionem) pueri sciunt; quare autem per additionem potius quam per ablationem, pueri & *Wallisius* juxta nesciunt. Poterat ergo subtilitas hæc sine ulla existimationis suæ, aut eruditionis nostræ jactura prætermitti, quemadmodum & id quod proxime sequitur, nimirum hoc, *Est igitur impossibile ut Numerus maximus assignetur.* Nam & hoc pueri sciunt.

B. Quomodo sciunt pueri cum ipsos Geometras loqui audiant de recta divisa in partes Numero infinitas, & librum legent *Wallisii de Arithmetica infinitorum* à magni nominis Geometris *Schotenio* & *Hugenio* (editis Epistolis,) approbatum ?

A. Nesciant ergo hoc pueri. Deinde ostendit dispositionem *Numerorum* in Decades, Centurias, *&c.* in perpetua ratione 1 ad 10.

B. Potuit quoque hoc præteriri.

A. Sed exempla affert numerationis Græcæ & Hebraicæ, quæ forsan præterire se potuisse non putavit, quin eruditio ejus minus multiplex esse videretur.

B. Non modo hic, sed etiam in proxime sequentibus peritiam suam in

in hoc genere literarum aliquanto magis ambitiose ostentat quam est opus. Quis nescit potuisse numerationem ab initio per quamlibet aliam proportionem fieri, si ita libuisset primis inventoribus? Credibile enim est, si nati fuissent homines dodecadactyli, quod Numerorum progressio fuisset facta per rationes perpetuò duodecuplas. Transi ergo ad Caput sextum.

A. Caput sextum differamus, si vis, in diem crastinum. Nam sentio me lacessere.

B. Placet.

A. Sed Vnicum hoc prius legamus. [*Tamen quod mirum dictu est, in eadem proportione decupla omnes ubique terrarum gentes mire conspirant.* Quid si falsum hoc sit?

B. Minus id mirum erit.

A. *Walli* nostri & *Armorici* Galliæ usque ad decem quidem ab Vnitate progrediuntur ut nos; deinde resumpta Vnitate (non ad viginti, sed) ad quindecem; & rursus repetita Vnitate ad 20; inde ad 25, & à 25 ad 30, &c. tanquam post Decadem per unius tantum manus digitos computarent. Sed more suo nimis temere, nec satis Logicè propositionem ex Inductione intulit Vniversalem. Memineris cras redire, circa eandem horam.

B. Faciam. Vale.

DIALOGUS SECUNDUS.

A. Bene advenis.

B. Gaudeo.

A. Capita tria proximè sequentia perlegi dum abesses. Sunt autem tota Philologica.

B. Nonne erudite scripta sunt?

A. An quæ nec utilia, nec falsa, nec miranda sunt, placere posse arbitraris? Capite sexto, ubi pollicetur nominum numeralium Latinorum omnium derivationem à nominibus numeralibus Græcis, nihil præstat præterquam quod conjecturam faciat à similitudine literarum. Vt taceam autem quod promissi oblitus deducit *Secundum* à (non Græco) *Sequor*, quid tritius esse potest quam *Duo* à δύο, Tres à τρεῖς. Sex ab ἕξ, Septem ab ἑπτὰ, Octo ab ὀκτὼ derivare? Quid ineptius quam *Bellum* à πόλεμος deducere, & *Vnum* dicere quasi ὁ ἕν (mallem quasi ὄνος) & inde per *Hoenum, Fohenum, Boenum*, venire ad *bonum*, quia Scholares dicunt Vnum & Bonum esse convertibilia? Præterea quinque à πέντε ridicule deducit, atque etiam impudenter, mutanda πέν in *quin*, & τε in *que*.

B. Fateor duriusculum esse hoc.

A. Nec minus *Centum* ab ἕκατον ; & *Mille* à μύρια vel potius à μυρία & χίλια, & *quatuor* à τέσσαρες.

B. Memini eum à τέσσαρες processisse ad τέτταρες Atticum, inde ad Poëticum πίσυρες, inde ad πίπρες, postremò ad Cambricum *pedwar* & Armoricum *pevar.* At à πίτυρες vel πέττορες vel πέτορες facilis est transitus, ad *quatuor*, propter affinitatem literarum *p* & *qu* in *quispiam, & quisquam, nuspiam & nusquam.*

A. Credin ita esse?

B. Scio Massiliam fuisse Phocensium coloniam Æolorum ; itaque nomen πέτορες (si Æolicum sit) potuisse à Massiliensibus venire ad Gallos, Gallorum colonia erant Cambri, seu Walli. Cur ergo non potuit ex πέτορες (si vox, inquam, ea sit Æolica) fieri *pevar?*

A. Potuit. Sed unde didicit ille *quatuor* Æolice dici πέτορες, aut omnino vocem illam esse Græcam?

B. Forte qui pro certo habebat vocem *quatuor*, à voce πέτορες derivatum esse, nec videbat quomodo id aliter fieri potuit, dubitare noluit quin ibi esset vox πέτορες ubicunque esset πίσυρες, & debere πίσυρες verti Atticè in πίττυρες, & postea in πέτορες, ut facilis esset transitus ad *quatuor.*

A. *Iulius Scaliger* deducit quoque *quatuor* & *quinque* à Græca origine, sed aliter. Nimirum, cum antiquissimis temporibus tria tantum numerorum nomina haberent ἕν, δύο, τρία, dicebant digitis numerantes post τρία, χάτερον, & post quatuor κὶ ἕν κὲ quæ Latini pronunciabant *quatuor* & *quinque.*

B. Subtilius *Scaliger*, sed uterque nugatoriè.

A. Idem censeo. Transeamus ergo ad Caput septimum.

B. Imò verò ad Decimum; nihil enim continent Septimum, Octavum & Nonum, præter numerorum variam scriptionem, nimirum, in Cap. 7. modum scribendi numeros per literas Alphabeti communem Græcis & Hebræis; in octavo item, modum scribendi per literas Alphábeti communem Græcis & Latinis; in nono de Cyphris maxima ex parte satis cognitis, cætera partim frivola partim aliena; sed à voce *cyphra* ortum habuisse docet voces *cyphrandi* & *decyphrandi* pro scriptura occulta, & ejusdem explicatione. [*Qua scribendi ratione tempore belli civilis, cum omnes fere uterentur, non pauca hujusmodi scripta in itinere suo* (nota quod in Anglia itinera faciunt Epistolæ) *intercepta ipsi* (ut ait) *explicanda tradebantur. Et quidem eorum nonnulla tam insuperabili difficultate involuta videbantur, ut fere de illorum explicatione desperaverit, nec nisi post diuturnam inquisitionem incredibili labore superaverit. Quo-*

rum

rum non pauca specimina in publica Bibliotheca Bodleyana Oxoniæ conservanda tradidit.

A. Ad scientiarum *Wallissianarum* cumulum una defuit gloria bene deciphrandi; meritò ergo peritiam istam suam ignorari noluit. Præsertim cum *Thuanus* vitam scribens *Francisci Vietæ* Geometræ & Algebristæ (ante *Wallisium*) maxime, ingenium ejus ab eadem facultate laudavisset. Nam cyphræ Symbola sunt, & earum cognitio est pars Symbolicæ. Itaque æquum erat ut ab ea Arte, ipse (ut cui deerat laudator similis *Thuano*) laudaret sese.

B. Incipit hinc jam opus Arithmeticum, sed antequam ad examinationem ejus veniamus, non abs re fore arbitror si Geometriæ & Arithmeticæ Principia, quantum fieri potest, accuratissimè statuamus, præsertim ea quibus utuntur (ab *Euclide*) Mathematici omnes; ut quæ in illis accurata sunt etiam nos utamur, quæ accurata non sunt corrigamus, & quæ desunt suppleamus. Sunt enim vera & accurata Principia legitimarum demonstrationum κριτήριον unicum. Definitio ergo puncti accuratène tradita est ab *Euclide*, nempe hæc, *Punctum est cujus nulla est pars?*

A. Accurata est, sed è Geometris plerisque male intellecta. Nam verba hæc *cujus nulla est pars*, ita intelligunt, quasi scriptum esset *cujus nulla potest esse pars*. Nonne videtur tibi aliud esse *Actum* negare, aliud *negare* Potentiam?

B. Negatur *Actus* tum cum dicitur *esse Indivisum*; negatur potentia cum dicitur esse divisibile. *Euclidis* ergo Definitio tollit Puncti divisionem, at quantitatem non tollit. Nihil enim impedit quo minus *Quantum* sit id quod est *Indivisum*. Illi vero, qui dicunt Punctum esse *Indivisibile*, omnino tollunt quantitatem ejus, & faciunt ut sit *Nihil*; quod aliquoties facit *Wallisius* in omnibus ejus libris Mathematicis.

A. Divisio est opus intellectus, intellectu facimus partes; itaque Astronomi non in Cœlum ascendunt ut sphæras dividant, sed quasi divisas considerant. Idem ergo est *partes facere*, quod *partes considerare*: Ego *vero Punctum* eodem sensu, sed ut voce ea uti possimus, aliis verbis ita definiendum accuratius esse censeo. *Punctum est Corpus cujus non consideratur (id est*, non intrat in Demonstrationem Geometricam) *ulla Quantitas*.

B. Secundùm Definitionem hanc, impossibile est (ni fallor) ut longitudo arcûs Circuli comparari possit cum recta linea (quod faciunt Cyclometræ) per doctrinam Tangentium & Secantium.

A. Quid ita?

B. Nonne

B. Nonne poteſt Sector Circuli quilibet in partes quotlibet dividi, quæ partes omnes erunt totidem Sectores minores?

A. Poteſt. Quid tum?

B. Nonne Sector quilibet deſinit in Punctum?

A. Ita.

B. Si ergo quadrans Circuli (exempli cauſa) in Millies Mille Sectores minores diviſus ſit; nonne iidem Sectores compoſiti ſunt Quadrans?

A. Etiam.

B. Et cum arcus illi arcum conſtituunt quadrantis, nonne & Centra eorum conſtituent quadrantis Centrum?

A. Rectè; & quia Centrum quadrantis pro Puncto haberi poteſt, habebimus Punctum Punctis Millies Millibus æquale. Iam qui Tangentium & Secantium magnitudines calculant, pro puncto ſumunt totius Arcus dividendi Centrum; & proinde Latitudines Linearum majores juſto, nempe unam lineam alia latiorem faciunt, & pro exiliſſimis Sectoribus exiliſſima computant rectangula.

B. Secunda Definitio eſt, *Linea eſt longitudo quæ nullam habet latitudinem.* Videturne bona?

A. Minimè. Nam quid opus eſt Latitudinem negare de Longitudine, quaſi longitudo aliqua poſſet eſſe lata? Quamvis enim filum unum alio, vel ſemita una alia latior eſſe poteſt, tamen Miliare unum latius eſſe non poteſt quam aliud Miliare. Eſt autem, non filum nec ſemita Viæ longitudo ſed Miliare. *Euclides* ergo in definienda Linea hoc voluit, Lineam eſſe Corpus in quo longitudo quidem & ſola computatur, latitudo vero non computatur, nempe *viam Corporis moti, cujus Corporis, nulla conſideratur quantitas*; Quemadmodum Lineam definivit *Hobbius.*

B. Nihil eſt in his duabus definitionibus tuis quod non valde comprobem, niſi quod non mihi videatur vox *Corpus* ſatis bene ſonare in definitionibus Puncti & Lineæ.

A. Cur in Definitione Lineæ vel deſcriptione hac, *Linea fit ex fluxu Puncti*, non male ſonat auribus tuis vox *fluxus*, cum fluxus non poſſit eſſe niſi Corporis? Præterea qui dicunt Lineam eſſe longitudinem, non loquuntur accuratè, nam longa eſt potius quam longitudo. Et quoniam longitudo lata intelligi non poteſt, definitio hæc *Euclidæa* idem valet ac ſi dixiſſet *Linea eſt longitudo*, quæ definitio non eſt.

B. Tertia eſt *Lineæ autem termini ſunt Puncta.* Quid huic objicies?

A. Objicio authoritatem *Wallſii*, qui terminum Lineæ primum, id eſt, Principium quod vocatur *Ultimum quod non*, non eſſe ipſius Lineæ termi-

terminum, sed Lineæ antecedentis. Videtur autem statuere terminum etiam alterum, nempe, Finem lineæ, esse in linea sequenti, & vocari debere *Primum quod sic.* Itaque aut falsus est *Wallisius*, aut *Euclides* falsus erat, qui terminos lineæ in ipsa statuit linea. Sed non videtur hoc loco voluisse *Euclides* quicquam definire; nec aliud explicare quam hoc ipsum, terminos lineæ non esse considerandos extra ipsam Lineam.

B. Quarta est, *Recta Linea est quæ ex æquo sua interjacet Puncta.* Qualis videtur?

A. Mala, Nec intelligibilis,nedum accurata. Inter quænam sua ipsius Puncta potest *interjacere* Linea recta, præterquam inter extrema? Et quomodo inter ea *ex æquo* interjacet magis quam curva, nisi forte quod non declinet ab aliqua alia Linea, eadem habente extrema, magis in unam partem quam in aliam? Quod si ita sit, quare non possunt esse inter eadem Puncta extrema plures rectæ lineæ. Præterea intelligi non potest quomodo linea recta *ex æquo* (id est æqualiter) interjacere inter sua extrema dicatur, nisi intelligamus prius quid sit *æquale*.

B. Definitio æqualium ab *Euclide*, nescio qua de causa, prætermissa est, quanquam circa Æqualitatem & Inæqualitatem omnis versetur Geometria.

A. Axioma octavum ad Elementum primum *Euclidis*, instar definitionis est *æqualium Linearum*, vel etiam *æqualium Superficierum*, nempe hoc *Quæ sibi mutuò congruunt ea inter se sunt æqualia.*

B. Non est ea Æqualium definitio; quanquam vera propositio,& quæ multis Theorematis demonstrandis satis bene inservierit, sed videtur potius descriptio quædam ejus quod faciunt illi qui magnitudines rerum metiuntur. Nam qui mensurant,mensuram congruere faciunt cum mensurato. Defini ergo Æqualia.

A. Æqualia sunt inter se corpora, quæ eidem loco congruere possunt. Et *Æquales magnitudines sunt magnitudines æqualium Corporum.*

B. Hæ quidem definitiones sunt Corporum & Magnitudinum *Æqualium* non autem simpliciter *æqualium*. Nam *temporum, motuum, ponderum* aliarumque rerum multarum æqualitati, neutra earum applicari potest.

A. Tempora, Motus, Pondera æqualia seorsim definienda sunt *ea esse quorum mensuræ (sive Corpora quibus mensurantur) æquales sunt.*

B. Nondum definiisti quid sit ἀκριβῶς linea recta.

A. Recta Linea ea est quæ per totam viam ab uno termino ad alterum æqualiter distat à quibuslibet Lineis similibus & æqualibus inter se & eosdem habentibus terminos.

B. Intelligo. Sic Axis Terræ Linea est recta, propterea quod æqualiter distat per totam viam à circumferentiis duorum pluriumve circulorum Meridianorum.

A. Sed

A. Sed neque definitio hæc intelligi poteſt, niſi ab iis qui intelligunt quænam Lineæ ſimiles vel diſſimiles dicendæ ſunt. Itaque rectiſſime feciſſet *Euclides* ſi Lineam Curvam prius definiſſet.

B. Quid eſt Linea Curva?

A. *Linea Curva eſt cujus termini, ſalva quantitate, diduci poſſunt.*

B. Nam qui aliquid Curvum facit, vel ex Curvo magis Curvum, terminos ejus adducit. Iam *Lineam rectam* egomet definiam *eam eſſe cujus termini diduci non poſſunt.* Definitio quinta eſt, *Superficies eſt quæ longitudinem latitudinemque tantum habet.*

A. Bona eſt. Sexta. *Superficiei termini ſunt Lineæ*, ſimilis eſt tertiæ, nec definitio, ſed propoſitio, qua ſignificatur Lineas non eſſe conſiderandas ut extra ſuperficiem terminatas, ſed in ipſa, ut Puncta in Linea quam terminant.

B. Quid eſt Superficies plana? Nam definitio quæ traditur ab *Euclide* eodem laborat vitio quo quarta. Illud enim *ex æquo ſuas interjacet Lineas* non eſt intelligibile. Defini ergo ſuperficiem planam.

A. Faciam. Sed definienda eſt prius Linea. Eſt ergo *Linea*, *via qua fertur motum Punctum.* Iam *Superficies plana eſt via Lineæ ita motæ, ut ſingula ejus puncta ſingulas deſcribant Lineas Rectas.* Definitio octava eſt Anguli plani hæc, *Planus Angulus eſt duarum in plano ſe mutuò Tangentium, & non in directum jacentium alterius ad alterum inclinatio.* Hujus Definitionis vitium primum eſt obſcuritatis; nempe in voce *inclinatio.* Nam ſecundum *Euclidem* inclinatio eſſe non poteſt niſi in Angulis acutis, itaque Angulus rectus nullus eſt. Secundum vitium eſt falſitatis; Nam Recta & Curva ita conſtitui poſſunt, ut nec jaceant in directum, nec conſtituant Angulum, ut in Angulo Contactus, niſi putaret Angulum Contactus, eſſe Angulum; quod negat poſt *Pelitarium Walliſius.* Itaque illis, non *Euclidi* falſitas hæc imputanda ſit. Et præterea quia duo Anguli Recti compoſiti faciunt Angulum, nimirum recti duplum, & tamen in directum jacent contra hanc Definitionem. Poſtremò Angulus quem faciunt duæ circumferentiæ vel circumferentia & recta mutuò ſeſe Tangentes, comparari poſſet quoad quantitatem cum quolibet Angulo alio Plano, quippe cui convenit Definitio hæc Anguli plani univerſalis. Sed non Anguli plani omnes comparari poſſunt. Eſt ergo vitioſa definitio.

B. Quomodo definis tu Angulum planum accuratiùs?

A. Sciendum eſt vocem hanc *Angulus planus* æquivocam eſſe. Nam cum in omni Angulo intelligantur duæ rectæ ſibi mutuò occurrentes, vel ſaltem ad occurſum tendentes, fieri poteſt ut duplici modo id fiat; quorum alter eſt per Motum Lineæ integræ Circularem, alter per continuam Lineæ Rectæ flexionem. Quæ duæ Angulorum generationes adeo ſunt di-

ver-

verſæ, ut ipſi Anguli ſint Heterogeni; nec una definitione comprehendi poſſint. Habet quidem uterque nomen Anguli, ſed alter ſimpliciter ita vocari ſolet; alter per Adjunctum *Angulus contactus*. Hæc cum non rectè intellecta fuerint controverſiam excitarunt de Angulo Contactus inter *Clavium* & *Pellitarium* quæ excitari non poterat, ſi definitio *Euclidis* ſatis fuiſſet perſpicua.

B. Audiamus utriusque generis Anguli definitionem tuam.

A. Angulus (ſimpliciter dictus) eſt duarum Linearum ſibi mutuo in plano congruentium, facta per motum Circularem ſuper altero termino, ut Centro unius ab altera digreſſio.

B. Anguli quantitas quomodo definitur?

A. Quantitas *Anguli* ſimpliciter dicti eſt quantitas *Arcus Circuli cujuslibet deſcripti Centro illo in quo Lineæ quæ Arcum intercipiunt ſe mutuo tangunt ab iisdem lineis interceptus. Angulus autem contactus eſt duarum linearum in plano ſe mutuo Tangentium digreſſio facta per continuam flexionem.*

B. Quare duo hæc genera Angulorum non poſſunt ſub uno magis amplo genere contineri?

A. Quia non menſurantur per unius Menſuræ applicationem; nam Angulus ſimpliciter dictus tantus eſt quantus eſt Arcus Circuli interceptus, ideoque per Arcum Circuli menſuratur. At Angulus contactus menſuratur per Lineam rectam ductam à Puncto Contactus ad Circumferentiam. Itaque magnitudines duorum Angulorum Contactus menſurantur à Linea recta quæ ducitur à Puncto contactus per utriusque circumferentiam.

B. Intelligendum eſt hoc de Angulo contactus Circuli tantùm.

A. Imo vero de Angulis contactus quarumcunque Curvarum, modo ſimiles ſint; ſed quando ſunt diſſimiles, erunt Anguli contactus eorum iterum diverſi generis.

B. Definitio nona eſt, *Rectilineus Angulus eſt quem continent duæ rectæ.* Probamne eſſe putas?

A. Ita.

B. Si duo Arcus Circuli ſe mutuò ſecent, vel arcus & recta, Angulus quem faciunt Rectilineus non eſt, neque Angulus contactus, qualis igitur eſt Angulus?

A. Eſt Angulus ſimpliciter dictus, non enim à natura Linearum dependet natura Anguli. Poteſt enim à curva Linea in plano jacente Circulus deſcribi, & Arcus interceptus idem erit ac ſi à recta deſcriberetur, & proinde etiam Anguli quantitas eadem erit. Definitio decima eſt Anguli recti, & rectæ Perpendicularis, nempe hæc, *Cum recta ſuper rectam conſiſtens Angulos, qui ſunt deinceps æquales fecerit; Rectus eſt uterque æqualium Angulo-*

gulorum. Et rectæ insistens, Perpendicularis dicitur Lineæ cui insistit. Sequuntur definitiones undecima & duodecima Angulorum obtusi & Acuti breviſſimæ ſimul & rectiſſimæ nimirum. *Recto hunc quidem minorem, illum autem majorem eſſe.* Verum diviſio hæc in *Obtuſum*, *Rectum* & *Acutum* Angulo ſimpliciter dicto ſoli convenit. Definitio 13, *Terminus eſt, quod alicujus extremum eſt.*

B. Neque Definitio eſt hæc, quia vox una per vocem unicam definiri non poteſt. Neque omnino neceſſaria; niſi enim intellexiſſemus quid ſit *Terminus* fruſtra eſſet definitio tertia, ubi dicit Lineæ *Terminos* eſſe *Puncta.*

A. Definitio 14, hæc eſt, *Figura eſt quæ ſub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur,* Quæ quidem vera eſt. Poterat tamen idem brevius dici, *Magnitudo corporis ab omni parte finita.*

B. Neque verò intelligi poteſt ad quid refertur Relativum *Quæ*, niſi ad Magnitudinem. Abſurdum enim eſſet dicere *figuram eſſe*, *figuram quæ ſub aliquo*, &c.

A. Decima quinta eſt, *Circulus eſt figura plana ſub una Linea comprehenſa, quæ Peripheria appellatur; ad quam ab uno puncto eorum quæ intra figuram ſunt poſita, cadentes omnes rectæ Lineæ inter ſe ſunt æquales.* Definitio hæc & ſi vera ſit, & modus deſcribendi Circulum ſine Geometrarum ope ſatis cognitus, pro accurata tamen haberi non debet. Debuit enim oſtendiſſe priùs hujuſmodi figuræ conſtructionem ſive generationem quænam eſſet, ut ſciremus aliquam in rerum natura figuram eſſe, in qua ab unico Puncto ad figuræ extremum omnes undequaque Lineæ eſſent inter ſe æquales. Quod quidem, illis qui nunquam Circulum deſcribi viderant, videri poſſet incredibile.

B. Quomodo autem definiendus eſt Circulus per generationem?

A. *Circulus eſt figura deſcripta per Lineæ in plano exiſtentis, & cujus unus terminus quieſcit, circumductionem.* Qua Methodo definiendi utitur etiam *Euclides* in Definitione *Sphæræ*, *Coni*, & *Cylindri.* Decima ſexta eſt, *hoc verò Punctum Centrum Circuli appellatur*, id eſt, Punctum quod in generatione Circuli quieſcebat. Decima ſeptima hæc eſt, *Diameter autem Circuli eſt recta quædam per Centrum ducta, & ex utraque parte in Circuli Peripheria terminata, quæ Circulum bifariam ſecat.* In qua nihil eſt non accuratum, niſi quod poſtrema verba, *quæ Circulum bifariam ſecat;* abundent. Definitio enim Diametri abſoluta erat ſine illis verbis, quæ inter Axiomata vel potius inter demonſtrata Theoremata ponenda erant. Definitiones cæteræ uſque ad triceſimam quintam, (quæ Elementi primi poſtrema eſt) ut facillimæ, ita etiam accuratiſſimæ ſunt. Ipſa autem poſtrema hæc eſt, *Parallelæ ſunt Lineæ rectæ, quæ cum in eodem ſint plano, & ex utraque parte in infinitum producantur, in neutram ſibi mutuò incidunt.*

B. Quid

B. Quid in hac Definitione reprehendis?

A. Definitionem hanc Parallelarum rectarum (quod attinet ad usum) satis bonam esse non nego. Sed quoniam Parallelismus omnis tam rectarum, quam curvarum, tam linearum, quam superficierum, ejusdem est naturæ & una definitione universali comprehensibilis, rectiùs fortasse fecisset si Parallelas simpliciter definisset. Præterea nisi causa aliqua in definitione Parallelarum rectarum appareat, quare duæ rectæ nunquam concurrant, absurdum non erit si hujusmodi Lineas possibiles esse negaverimus.

B. Defini ergo simpliciter Parallelas.

A. Duæ Lineæ quæcunque (sive rectæ sive curvæ) item duæ Superficies, planæ vel non planæ, Parallelæ sunt, in quas incidentes Lineæ rectæ facientesque cum utraque Angulos æquales ad easdem partes sunt semper ipsæ inter se æquales.

B. Video jam quare Parallelæ concurrere inter se non possunt; distinentur enim ubique ab æqualibus rectis iisdemque æqualiter & ad easdem partes inclinatis. Rectè autem apponuntur verba illa *ad easdem partes*; nam alioqui definitio non esset Parallelarum simpliciter, sed solummodo rectarum. Sequuntur postulata tria. De quibus postulatis quæro quo sensu dici possint demonstrationis Principia. Postulatur enim ut aliquid possit fieri; Principiorum autem demonstrationis natura est postulare ut aliquid sit habendum pro vero sine demonstratione, quærimus enim in scientiis non quid facere nos possumus, sed quid verum est.

A. Neque vero sunt Postulata hæc Principia *Demonstrationis*, sed *Constructionis*. Necessaria tamen sunt, propterea quod ne prima quidem Theoremata demonstrari possunt, sine Figuræ Constructione. Nam ex Constructione, id est, ex generatione sola cognoscuntur Constructi affectiones. Postulat ergo *Euclides* ab initio *duci & produci posse lineam rectam*; & *quovis centro & intervallo describi Circulum*.

B. Erravit igitur *Wallisius*, qui Punctum nihil & Lineam sine omni Latitudine esse opinatus est. *Ductio* enim & *Productio* & *Descriptio* Motus sunt, & propterea Motus corporum (aliud enim nihil mobile est) & signant semper aliquid, & semper divisibile, & si quantum signant non semper inter demonstrandum consideratur.

A. Sequuntur Principia alia quæ appellantur *communes notiones*.

B. Quomodo differunt inter se *Postulata* & *communes notiones*? Nam etiam *communes notiones* Axiomata dicuntur. *Axioma* autem est Latinè *Postulatum*.

A. Sunt revera utraque *Postulata*. Differunt autem in eo, quod in alteris Postulatur *posse facere*, in alteris Postulatur concedi *verum esse* aliquid, ut evidens, sine demonstratione. Sed pergamus. Definitiones, secundi &

di & tertii Elementi, quæ ſunt nominum tantùm impoſitiones, accuratæ ſunt, niſi quod Definitio quarta Elementi Tertii non ſit Definitio, ſed *Axioma*, ſive ſuppoſitio qua notum ſupponitur, nimirum à Puncto ad Lineam rectam breviſſimam, eſſe perpendicularem. Similiter definitiones Elementi quarti ſunt nominum ad placitum impoſitiones, ideoque reprehendi non poſſunt. Ad Elementum quintum Definitio prima eſt, *Pars eſt, magnitudo magnitudinis, minor majoris, cum minor metitur majorem.*

B. Sed ſi minor non metiatur majorem, num ideo non erit illius pars?

A. Erit. Sed loquitur *Euclides* hoc loco de *parte aliquota*, id eſt, cum major dividitur in partes æquales, illarum una hæc intelligitur. Sed cum eſſet in Geometria loquendum ſæpe de *Menſura* & *Menſuratione*, deerat tamen hactenus Definitio *Menſuræ*. Definivit partem per Definitionem menſuræ. Nam *Menſura* eſt *magnitudo magnitudinis, minor majoris, vel non minoris, cum minor ipſi applicata ſemel vel pluries ipſam æquat.*

B. Omnes quidem omnia per applicationem metiuntur; in Corporibus conſiſtentibus menſurandis *Vlna*, *Bracchio*, *Pede* utuntur; in fluidis *vaſibus*. Illo nempe ſpectant, quod dixiſti ſupra, locum Menſuræ in Menſurati loco quoties, continetur invenire. Illa enim æqualia ſunt quæ ſalva quantitate, idem capiat locus. Sed & quæ æqualia non ſunt idem capit locus. Sic enim exiſtimant non modo *Walliſius*, ſed etiam Metaphyſicorum & Scholaſticorum fere tota natio.

A. Quo fundamento autem id putant?

B. Corpora dicunt eadem exiſtentia modo rareſieri, modo condenſari. Minus autem eſſe (quanquam idem) condenſatum corpus, quam rarefactum. Fieri itaque poteſt ut duo Corpora inæqualia quorum unum ſit magis, alterum minùs condenſatum in eodem loco ſint ſucceſſive.

A. Nonne locus locato congruere accuratiſſime dicitur? Nonne *Euclides* æqualia eſſe dicit quæcunque ſibi congruunt?

B. Eſt Axioma octavum Elementi primi.

A. Quoniam igitur corpus utrumque ſucceſſive loco eidem congruit, id eſt, loco eidem eſt æquale, erunt quoque duo illa corpora (per Communem notionem primam) inter ſe æqualia.

B. Ita videtur. Quid autem eſt quod tot non modo Philoſophos ſed etiam Mathematicos, ipſoſque Profeſſores potuit in errorem hunc turpiſſimum inducere?

A. Accidit pleriſque hominibus circa ea quæ ignorant, idem quod pecoribus; ut enim pecora ductorem gregis primum erumpentem quacunque, ignara periculi, ſequi ſolent, ita & homines in quodlibet abſurdum à Principe opinionis ducti facile incidunt.

B. Sed quid feſellit ipſos primos?

A. Fal-

A. Fallere primos ſolet quod cum ſuſtinuerint dogma aliquod veriſimile quidem ſed tamen falſum, & à diſſentientibus, difficultatibus urgentur, quas ſuperare neſciunt, ne erraſſe videantur, fingunt poſſibilia eſſe quæ non ſunt poſſibilia, vel dicunt, aliquid quod non poſſit intelligi; recipitur tamen ab iis qui malunt ſine moleſtia habere quod dicant, quam cum moleſtia quod ſentiant.

B. Videntur autem intelligere aliquid per rarefactionem & condenſationem, alioqui non inſultarent in eos qui ſentiunt contrarium.

A. Puto hoc ſentiunt, intumeſcente aliquo corpore, nihil illi admiſceri corporis adventitii, ut verbi cauſa, bulliente aqua nihil admiſceri putant aëris, ſed ipſam aquam eandem exiſtentem, in majus extendi ſpatium loci. Sed ipſos qui doctrinam hanc de rarefactione & condenſatione docere ſolent, unico tantum argumento ceſſuros credo, nimirum ſi qui ſtipendium *Wallesio*, diſpenſatores beneficii *Saviliani* ſoluturi ſunt, pro ſolidis numerarent illi totidem ſemiſolidos, dicerentque ſolidos eſſe (frigore cui fortuito expoſiti fuiſſent) condenſatos, non puto crederet *Wallisius* id fieri (quicquid aliàs ſcribere ſoleat) potuiſſe. Secunda definitio eſt, *Multiplicis*, proba, nec difficilis, Tertia eſt, *Rationis*, ſatis inepta. *Ratio* (inquit) *eſt duarum magnitudinum ejuſdem generis mutua quædam habitudo.*

B. Intelligo eos qui loquuntur de Ratione, ſed de habitudine loquentes non intelligo. *Habitudo* ab *Habendo* dicitur. Quæro igitur quid eſt quod hoc loco *Habet*; quid quod *Habetur*; & an Ratio dicatur *Habitudo* ab eo quod ipſa *Habet* aliquid, vel ab eo quod *Habetur*, & ſiquidem *habeat*, quid ſit quod *habet*; ſin *habeatur*, à quo *habetur*. Quæ omnia ſunt inepta.

A. Vox illa *habitudinis* à formulis loquendi orta eſt. Solebant enim Geometræ, cum vellent Rationum ſimilitudinem explicare, Græci quidem hac voce uti οὕτως ἔχει. Latini vero hac, *ita ſe habet*; quam loquutionem admiſit *Euclides* in Definitionem ſuam Rationis, quam ideo appellavit ποιὰν σχέσιν, & Latini *certam Habitudinem*. Et credibile eſt, ſi Græci vulgo pro οὕτως ἔχει dixiſſent οὕτως ἐστιν, *Euclidem* definituram fuiſſe Rationem per ποιὰν οὐσίαν, & Latini per *certam Eſſentiam*.

B. Quænam autem eſt *Rationis* definitio vera & accurata?

A. *Ratio eſt Relatio Antecedentis ad Conſequens ſecundum magnitudinem.*

B. Quid ſit Antecedens & quid Conſequens intelligendum eſt ex Definitione *Relatorum*; ſed tamen non cognoſcitur ex hac definitione *Rationis* quantitas.

A. Neque ex Definitione Trianguli ipſius trianguli quantitas.

B. Dic ergo quomodo computandæ ſint Rationum quantitates?

A. Primo, Non omnis Ratio eſt quanta.

B. Mirum hoc dicis, *Rationem* aliam eſſe *Quantam*, aliam *non quantam.*

A. Ita

A. Ita eſt; nam Ratio Inæqualis ad Inæquale quantitatem habet. Sed Ratio Æqualis ad Æqualem quantitatem non habet.

B. Quare autem non habet quantitatem?

A. Quia nempe Ratio non eſt ſimpliciter magnitudo, ſed cum relatione ad aliam magnitudinem, juxta quam relationem, una Inæqualitas, id eſt, una Ratio Inæqualium, aliâ major, aliâ minor eſſe poteſt; una autem æqualitas non poteſt. At ea quorum alia majora, alia minora eſſe poſſunt quanta ſunt, cætera non ſunt. Abſurdum enim eſſet rogare quanta eſt æqualitas, contra vero rogare quanta ſit Inæqualitas, abſurdum non eſt.

B. Sed *Wallisius* in eodem eſſe dicet Prædicamento tum Æqualitatem tum Inæqualitatem; & proinde, ſi altera earum ſit quantitas, alteram etiam eſſe quantitatem.

A. Quidnam eſt illud *Prædicamentum?* An domus aut Apotheca aliqua unde omnes æqualitates inæqualitatesque (quando uſus erit) depromendæ reconduntur?

B. *Prædicamentum* eſt vocabulorum ſeries, ſecundum amplitudinem ſignificationum ab *Ariſtotele* ordinata.

A. Scio, ſcio has nugas. Nimirum ex nominum (arbitrio *Ariſtotelis*) ordinatione naturam rerum æſtimare ſolere eos, qui ingenio ſapiunt alieno; cum è contra ex cognitione naturæ diſponi debeant ipſa nomina.

B. Sed inſtat *Wallisius* contra vim argumenti hoc modo, *ſi Ratio æqualitatis ob eam cauſam quantitas non ſit, quod una æqualitas non eſt magis æqualitas quam alia, etiam Angulus Rectus quantitas non erit, quia unus Angulus rectus nec magis eſt Angulus, nec major quam alius Rectus.*

A. Poterat etiam arguere ſic, quia Numerus 6, nec major nec minor eſſe poteſt quam alius Numerus 6, Numerus ſenarius non erit quantitas. Sed Ratiocinatio utraque vitioſa eſt. Nam in genere quantitatis, tam quæ inter ſe æqualia, quam quæ Inæqualia ſunt, quantitatem habent; ut Angulus rectus, quia Angulus in genere, & Numerus ſenarius, quia Numerus in genere eſt quantitas. Ratio autem in genere quantitas non eſt, ſed Relatio, ſive Comparatio. Poteſt ergo una ratio quanta eſſe, ut tamen alia quanta non ſit.

B. Verum dicis. Sed Ratio æqualitatis ideo videtur eſſe quantitas, quia & ipſa major vel minor, quam alia Ratio eſſe poteſt. Eſt enim Ratio 5 ad 5 Ratio æqualitatis; eademque major quam Ratio 5 ad 6, & minor quam Ratio 5 ad 3.

A. Aliud eſt *Tantum eſſe abſolute*, & *ſolitarie* ſumptum, aliud *comparative.* Ratio quidem æqualitatis major eſſe poteſt quam Ratio quantitatis minoris ad majorem, ut tamen ipſa quantitas non ſit. Exempli cauſa, etiamſi o nihil ſit, Ratio tamen o ad o major eſt quam Ratio o ad o—1, id eſt, quam o ad minus quam o.

B. Hoc

B. Hoc quidem verum est in Numeris vel quantitatibus fictis; sed putasne tu Rationes censendas esse eodem modo quo Numeri ficti.

A. Puto.

B. Attamen quomodo fieri potest, ut Ratio minoris ad majus quantitas sit, cum Ratio quæ sit illa major, nempe Ratio æqualitatis quantitas non sit?

A. Cum Ratio sit quantitatum comparatio, expositis duabus quantitatibus inæqualibus dupla oritur comparatio, altera minoris ad majorem, in qua quæritur quantum minor à majore superatur; altera majoris ad minorem, qua quæritur quantum major minorem superat. Itaque Ratio Inæqualitatis *est duplex, altera Defectus, altera Excessus.* Sicut autem numeri finguntur ab o seu nihilo superari iisdem intervallis quibus ipsum o seu nihil superatur à numeris non fictis: ita ratio *Defectus* superatur à Ratione *Æqualitatis* iisdem intervallis quibus ipsa superatur à Rationibus *Excessus.* Et per consequens ratio æqualitatis superans Rationem *Defectus,* non tam Rationem *Defectus* superat quam *Defectum* Rationis, id est, *Defectum* magnitudinis quâ æquari possit cum eo quicum comparatur.

B. Videris hoc velle, in comparatione Rationum promiscue computari *Excessus* & *Defectus*, similiter ac si quis habens sui æris 20 Libras, & alieni totidem, numeraret indistinctè summam 40 Librarum, cum deberet numerare nihil.

A. Ita est.

B. Sed illud *Rationem Defectus esse Defectum Rationis*, ad Mathematicorum aures accedet insuetum.

A. Credo tibi hoc. Attamen verum esse facile agnosces, si animadvertas, quando duæ Rationes, utraque minoris ad majorem componuntur, Rationem fieri minorem.

B. Verum est, & propterea necesse, *ut Ratio Defectus sit Defectus Rationis.* Quantitates enim omnes ejusdem generis compositæ quantitatem faciunt majorem. Etiam Defectus, si defectui addatur, fiet Defectus major, & tamen Ratio facta est minor; ex quo manifestum est quod dixisti *Rationem Defectus* esse *Defectum Rationis*; ut qui æs alienum æri addit alieno, tanto fit pauperior quanto plus habet æris alieni.

A. Rectè capis. Sciendum præterea est magnitudines Rationum tam *Defectûs* quam *Excessûs* determinari per magnitudinem *Differentiæ*, idque dupliciter. Potest enim Differentia considerari vel *absolute*, ut cum dicimus comparando 6 & 3, majorem esse 6 quam 3 tribus unitatibus, quæ Differentia est numerus absolutus. Vel comparative, ut cum dicimus majorem esse 6 quam 3 sui ipsius dimidio. Vnde etiam dividi solet in Geometricam (quæ à Geometris simpliciter Ratio appellatur) & Arithmeticam.

meticam. Itaque 6 ad 3, & 7 ad 4, sunt eadem Ratio Arithmetica propter differentiam eandem 3 absolute sumptam. Sed in Ratione Geometrica 6 ad 3 & 8 ad 4 eadem est Ratio, propterea quod utrobique differentia est Antecedentis dimidium. Cæterum Ratio Arithmetica non est habita ab omnibus pro Specie Rationis; fortasse quia ad illam (quæ est in definitione Rationis apud *Euclidem*) *habitudinem quandam*, non potuit accommodari. *Pappus* autem Rationis tredecim facit Species, quarum Ratio Arithmetica est una.

B. Perge legere.

A. *Definitio Quarta. Proportio* (Græcis ἀναλογία) *est Rationum similitudo.*

B. Quænam est Differentia inter Rationem *similem, æqualem*, & *eandem*?

A. Nulla omnino. Nam Rationes 2 ad 4 & 3 ad 6 *eædem* sunt, & *Similes*, & *Æquales*.

B. Quomodo differunt inter se *Proportio* & *Ratio*, sive ἀναλογία & λόγος?

A. Λόγος quidem sive Ratio est comparatio quantitatum, Proportio verò sive ἀναλογία est comparatio Rationum, sive potius repetitio Rationis ejusdem in aliis quantitatibus: Exempli causa, 4 ad 3 est Ratio, & 8 ad 6 eadem Ratio in aliis quantitatibus. Sed ambæ Rationes 4 ad 3, & 8 ad 6 sunt ἀναλογία. Quinta. *Rationem habere inter se Magnitudines dicuntur quæ possunt multiplicatæ se mutuo superare.* Proba est si recte intelligatur. Quæ enim multiplicata se mutuo possunt superare, Homogenea sunt, eodemque genere mensuræ mensurabilia; ut longitudines longitudinibus, Superficies superficiebus, Solida solidis. Quæ vero Heterogenea sunt diverso genere Mensuræ mensurantur. Sin Lineæ pro minutissimis Parallelogrammis considerentur, ut ab iis considerantur, qui Methodo demonstrandi utuntur ea, qua *Bonaventura Cavalerius* in Doctrina *Indivisibilium* usus est, habebunt inter se Rationem etiam *Lineæ rectæ & Superficies planæ*; poterunt enim tales Lineæ multiplicatæ quamlibet finitam superficiem planam superare.

B. Mihi tamen Definitio hæc *Rationem inter se habentium*, ne sic quidem videtur accurata; habent enim Rationem inter se Mensuræ Longitudinis, Temporis & Motus; & possunt multiplicatæ se mutuo superare. Attamen inter Lineam & Tempus, vel inter Lineam & Motum Rationem esse dici non potest.

A. Potest quidem non minus dici quam *Lineam esse Tempus*. Sed *Archimedes* aliique Geometræ non pauci cum Tempus exponere volunt, *Esto* (inquiunt) A B *Tempus*, quos ego culpare, cum omnes loquutionem illam bene intelligant, non auderem.

B. *Walli-*

B. *Wallisius* auderet.

A. Definitio sexta est *Ejusdem Rationis* quæ sic se habet.

B. Siste gradum paulisper. Nonne Analogiam modo definivit *Euclides* esse similitudinem Rationum? *Similitudo* autem *Rationum* & *eadem Ratio* eadem est res. Videtur ergo mihi *Analogiam* sive *Proportionem* hoc loco iterum definire.

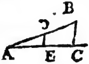
A. Minime. Nihil hic peccatur. Quid enim, si quis *hominem* definiret esse *animal Rationale*, apud nescios quid *animal Rationale esset?* Itaque in definitione hac sexta illud agit ut *Proportionem*, sive *eandem Rationem* per generationem ejus definiat. Quod ni fecisset nihil inde (ut à Principio) demonstrasset.

B. Quid ita? Definitio circuli apud *Euclidem*, non est descriptio *generationis* circuli, sed *generati*, at nihilo minus constructio trianguli æquilateri inde ab *Euclide* Demonstratur.

A. Demonstratio illa dependet quidem ab ea definitione, sed ipsa definitio dependet à Postulato tertio, nempe, quo gratis sumitur *posse circulum quovis describi intervallo*. Iubet ergo, ad constructionem trianguli æquilateri, describi circulum; quod quo modo faciendum sit, definitio *Euclidea* non docet. Quomodo enim inveniri medium illud punctum potest, nisi prius descriptus sit ipse circulus? Vidit ergo *Euclides* definitionem *Analogiæ*, nisi ostenderet quomodo *eædem Rationes* fierent, inutilem fore ad sequentia. Itaque definitionem per generationem addidit hanc, *In eadem Ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: cum primæ & tertiæ æquè multiplicia, à secundæ & quartæ æquè multiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, utrumque ab utroque, vel una deficiunt, vel una æqualia sunt, vel una excedunt, si ea sumantur quæ inter se respondent.* Sed invenire, per hanc definitionem, hujusmodi quatuor quantitates impossibile est, quia multiplicatio per omnes numeros, cum infiniti sint, est impossibilis. Non est ergo definitio hæc, sed Hypothesis.

B. Recte quidem dicis; est autem Hypothesis illa vera. Vera inquam est, sed non Principium, quia demonstrabilis est, & ab *Hobbio* Capite 13°. Libri de Corpore, Art. 12°. demonstrata, sed à definitione *Ejusdem Rationis* per generationem diversa est hæc *Euclidis*. Manifestum enim est duas quaslibet *velocitates* duorum corporum motorum, habere inter se certam aliquam Rationem, & quidem (dum velocitates illæ eædem sunt) eandem: *Velocitatem* autem definit *Hobbius potentiam esse mobilis in tempore determinato determinatam Longitudinem permeandi.* Ex his manifestis generationem colligit *Ejusdem Rationis*. Dicit enim, *si duo mobilia, utrumque velocitate invariata, percurrant duas Longitudines tempore eodem, eas Longitudines Rationem habere inter se eandem quam habent velocitates ipsæ*; & rursus, *si duo*

mobilia utrumque eadem invariata velocitate percurrant duas Longitudines, habere eas eandem inter se Rationem, quam habent inter se tempora quibus percurruntur. Quibus positis, sint duo mobilia ad punctum A, moveanturque æquabili velocitate per A B, A C. Et velocitatem quidem unius repræsentet A B, velocitatem autem alterius repræsentet A C. Venient ergo alterum ad B, alterum ad C, in eodem tempore A C, propterea quod velocitates amborum determinantur per spatia quæ eodem tempore percurrunt. Similiter si in parte temporis A C (iisdem servatis velocitatibus) alterum veniat ad D, alterum ad E, rursus erunt spatia percursa A D & A E ut velocitates eædem, id est, ut A B ad A C. Eodem modo, si mobile idem veniat ad B in tempore A C, veniet ad D in parte illius temporis, puta in A E, quæ sit spatio A D homologa. Nec tantum verum hoc est in motu, sed etiam in omni genere causationis, ubi causa æqualibus temporibus æqualia semper efficit. Itaque *Eandem Rationem* (Capite 13°. Libri de Corpore, Art. 6°.) sic Definivit, *Ratio Geometrica Rationi Geometricæ eadem est, quando causa aliqua eadem æqualibus temporibus æqualia faciens, Rationem utramque determinat.*



A. Definitio sane hæc accuratissima est, generationemque proportionis quasi ante oculos ponit. Sed *Euclides* per suam Hypothesin Rationum Doctrinam in Elemento quinto solidissime demonstravit. Anne tantundem fecit *Hobbius* per definitionem suam?

B. Demonstravit non modo easdem propositiones quas *Euclides*, sed etiam nonnullas alias non minus difficiles, ne quidem *Wallisio* ipso contradicente. Nam hoc solum de illis pronunciat, *non videri ipsius esse.*

A. Id est simul & laudat & invidet. Quid scribis in pugillaribus?

B. Noto quod in Græco pro Multiplicibus ab *Euclide* dicitur πολλαπλάσια, & pro Multiplicatione πολλαπλασιασμός. Nam (ἀναλόγως) διπλασιασμὸς deberet verti *duplicatio*, & διπλασιὸς sicut & διπλασίων & διπλασιασθεὶς duplus vel duplicatus.

A. Quid ergo?

B. Magnam facit *Wallisius* differentiam inter Rationem, duplam & duplicatam, triplam & triplicatam, &c. tum in Elencho contra *Hobbium*, tum in Tractatu Elenchtico contra *Meybomium.*

A. Tanto est indoctior. Sed ego tibi negotium illud facile expedibo: *Euclides* enim vocibus illis διπλασιὸς & διπλασίων pro eadem re promiscue utitur, sicut Latini vulgò *duplum* & *duplicatum.* Voce διπλασίων, etiam in Proportionibus utitur *Euclides* pro dupla. Lege Prop. ult. Elem. 9i. Textum Græcum.

B. Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀνα-

ἀναλογίᾳ ἕως ἂν ὁ σύμπας πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

A. Quid significat hoc loco ἐν ἀναλογίᾳ διπλασίονι? Nonne significat proportionem sive similitudinem Rationum quæ cernitur in numeris ab *Euclid:* expositis, nimirum his, 1. 2. 4. 8. 16, *&c.* in quibus numerus posterior prioris semper est duplus? Nam si de Ratione ipsa duplicata intelligeretur, numeri 1. 2. 4. 8. 16. *&c.* non magis dicendi essent esse ἐν ἀναλογίᾳ διπλασίονι quam 1. 3. 9. 27. 81, *&c.* Itaque propositio hæc *Euclidis* de numero Perfecto, in omni Progressione Geometrica non minus vera esset quam in Progressione hac per duplicationem. Necesse ergo est ut voce hac διπλασίων usus sit *Euclides* pro duplicato numero, id est, pro duplo, non pro duplicata Ratione. Igitur Ratio 1 ad 2 non est subdupla Ratio, sed Ratio Simpli ad duplum sive semissis ad Integrum; neque inverse, Ratio 2. ad 1 est Ratio dupla: sed Ratio dupli ad simplum, sive Integri ad Semissem.

B. Accurate hæc. Διπλασίων ergo idem est quod duplus, ut apud *Euclidem* ipsum. El. 3. Prop. 20. Voces autem *subduplus*, *subtriplus*, &c. barbaræ sunt, & ab iis inventæ, qui cum in tenebris versarentur cupiebant quoquo possent modo sese promovere. Ostendisti jam διπλασίων apud *Euclidem* significare in numeris duplum. Ostende etiam quod significat apud eundem, in Rationibus, Duplicatum.

A. Ecce in definitione Elementi quinti decima, sic dicit *Euclides* Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, ubi Rationem Rationi sibi æquali additam, id est, Rationem multiplicatam per 2, id est, Rationem duplicatam vocari vides διπλασίονα.

B. Video vocem illam utrumque significare apud *Euclidem*, tum duplum tum duplicatum, quemadmodum apud authores Græcos cæteros omnes. Video etiam vocabula Latina duplum & duplicatum idem significare, ut & Græca, διπλοῦς, διπλάσιος, διπλασίων, διπλασιασθεὶς. Sed cur noluit *Euclides* uti voce διπλάσιος cum potuit, & ad evitandum ambiguitatem videtur debuisse, nondum perspicio.

A. Quænam esse potest ambiguitas in vocibus quæ idem significant ubique. Sunt qui διπλοῦν distinguunt à διπλασίων, hoc numerum, illud quantitatem continuam respicere dicentes. Sed inter διπλάσιον & διπλασίονα differentiam nullum observant, neque Grammatici neque Mathematici Græci. Credo equidem διπλασίων Nomen Rectum factum esse à nomine Plurali Genitivo διπλασίων, cujus Rectus singularis est διπλάσιος. Itaque in propositione ultima Elementi noni ἐν ἀναλογίᾳ διπλασίονι idem esse quod ἐν ἀναλογίᾳ διπλασίων, & in hac definitione 10ª, λόγον

διπλασίονα idem esse quod λόγος διπλάσιος. Nihil ergo est difficultatis in eloquutione Mathematicorum veterum. At recentiores difficultatem sibimet ipsis creaverunt ex vocibus barbaris *subduplum*, *subtriplum*, &c. quippe qui non meminerant ex duplicatione vel etiam multiplicatione aliquid fieri posse aliquando minus. Nam quantitates fictæ quales sunt 0-1, 3-5, & aliæ, id est, minores quam nihil; quanto plus multiplicantur à numero vero, tanto minores fiunt. Definitio 7ª est Proportionalium accurata, sed & facillima. Est enim (definita jam *Eadem Ratione*) tantummodo nominatio eorum quæ Rationem inter se habent. Octava sicut 6ª demonstrabilis est.

B. Quomodo Rationem majorem definis tu?

A. *Rationem* quidem *majorem*, *Rationem esse* dico *majoris Antecedentis ad idem Consequens*, *vel ejusdem Antecedentis ad Consequens minus*. *Rationem* autem *minorem esse Rationem minoris Antecedentis ad idem Consequens*, vel ejusdem Antecedentis ad Consequens majus.

B. Accuratè.

A. Nona, Definitio non est, sed Propositio gratis assumpta, nempe, *Proportionem in tribus terminis paucissimis consistere*, cum tamen accurate loquendo, consistat in quatuor paucissimis. Omnis enim Ratio consistit in duobus terminis paucissimis, & omnis Proportio in duabus paucissimis Rationibus. Quando vero duæ quantitates mediæ æquales inter se sunt, id non numerum minuit terminorum. Elementi hujus quinti definitiones decem reliquæ accuratæ sunt.

B. Transeamus ergo ad definitiones Elementi sexti.

A. Sunt illæ, excepta quinta, quæ & ultima est, omnes accuratæ. Nam illa quinta, cum & demonstrari possit & demonstratione indigeat, neque pro definitione, neque pro Principio demonstrationis haberi debet. Est autem hæc, *Ratio ex Rationibus componi dicitur, cum Rationum quantitates inter se aliquam effecerint Rationem.*

B. Demonstra (quoniam demonstrabile esse dixisti) ex multiplicatione inter se Antecedentium duarum Rationum, & ex multiplicatione inter se Consequentium, existere ipsarum Rationum unius ad alteram Additionem.

A. Rationes addendas propone quas vis.

B. Rationi 2 ad 3 adde Rationem 4 ad 5 per multiplicationem.

A. Multiplico Antecedentes 2 & 4 in se, qui faciunt 8; deinde multiplico in se consequentes 3 & 5, producitur 15. Probandum est Rationem 8 ad 15 æqualem esse ambabus Rationibus 2 ad 3 & 4 ad 5. Nam 4 multiplicans 2 & 3 facit 8 & 12. Est ergo Ratio 8 ad 12 eadem quæ 2 ad 3. Rursus 3 multiplicans 4 & 5 facit 12 & 15. Est ergo 12 ad 15 eadem

eadem Ratio quæ 4 ad 5. Sed in his numeris 8. 12. 15. Ratio primæ ad ultimam æqualis est ambabus Rationibus simul 8 ad 12, & 12 ad 15, hoc est, ambabus Rationibus 2 ad 3 & 4 ad 5. Itaque demonstravi Rationem Rationi (per multiplicationem in se Antecedentium amborum & amborum Consequentium) additam esse, ut imperasti.

B. Quomodo autem Rationes altera alteri aliter addi possunt?

A. Si, nempe, ut Antecedens est ad Consequentem unius Rationis, ita fiat Consequens alterius Rationis ad quartam. Nam si Rationi 2 ad 3 addenda sit Ratio 4 ad 5, fiat ut 4 ad 5, ita 3 ad aliam. Prodibit $3\frac{3}{4}$. Ponantur ordine 2. 3. $3\frac{3}{4}$. Ratio ergo 2 ad $3\frac{3}{4}$ est summa Rationum 2 ad 3 & 3 ad $3\frac{3}{4}$. Est enim Ratio 3 ad $3\frac{3}{4}$ eadem quæ Ratio 4 ad 5. Et siquidem tres quantitates 2. 3. $3\frac{3}{4}$. multiplicentur omnes per 4, prodibunt 8. 12. 15. iidem numeri qui facti erant per multiplicationem.

B. Recte demonstratum est. Sed nonne sicut Ratio Rationi additur per multiplicationem, ita subductio unius Rationis ex alia fieri potest per divisionem?

A. Etiam. Nam (exempli gratia) à Ratione 8 ad 15 sit subducenda Ratio 4 ad 5. Divido ambos numeros 8 & 15 per 4, unde fiunt Quotientes 2 & $3\frac{3}{4}$ qui sunt in Ratione 8 ad 15. Rursus divido 15 per ambos numeros 4 & 5, & fiunt Quotientes $3\frac{3}{4}$ & 3, qui sunt in Ratione 12 ad 15. Positis ergo ordine numeris 8. 12. 15. si à Ratione 8 ad 15. subtrahatur Ratio 12 ad 15, id est, Ratio 4 ad 5, relinquetur Ratio 8 ad 12, sive Ratio 2 ad 3.

B. An non Ratio à Ratione subduci potest etiam sine his divisionibus?

A. Potest. Nam si fiat ut Consequens Rationis subducendæ ad Antecedens suum, ita Consequens Rationis integræ ad quartam, Ratio quæ post subductionem relinquitur erit Ratio Antecedentis ad illam quartam. Verbi gratia, si à Ratione 8 ad 15 auferenda sit Ratio 4 ad 5, fiat ut 5 ad 4 ita 15 ad quartam quæ erit 12. Positis ergo ordine 8. 12. 15, si à Ratione 8 ad 15 auferatur Ratio 12 ad 15, id est, Ratio 4 ad 5 relinquetur Ratio 8 ad 12, id est, Ratio 2 ad 3.

B. Clarissimè.

A. Animadverte quam sit ab improprietate verborum, pronum hominibus prolabi in errores circa ipsas res. Sicut enim tu pro composita Ratione sumpsisti Rationem quantitatum compositarum, ita *Wallisius*, aliique plurimi Rationem duplorum sumunt pro Ratione dupla, decepti ab improprietate eloquutionis.

B. Miror autem quod tam clamose contendat in Elencho *Wallisius* Compositionem Rationum non Additionem sed Multiplicationem dicendam esse.

A. Tam

A. Tam diu autem mirari non desines quam diu ab homine qui ea scripsit quæ hactenus legimus, quicquam expectabis accuratum.

B. Ex hac Rationum compositione manifestum est, expositis quotcunque quantitatibus, Rationem primæ ad ultimam æqualem esse Rationibus omnibus primæ ad secundam, secundæ ad tertiam, & sic deinceps usque ad ultimam, simul sumptis.

A. Est ita ut dicis; & ejus rei causam ostendit ipsa operatio. In quantitatibus enim tribus quibusvis A. B. C. dubitari non potest quin exposita A ad expositam B, Rationem habeat A ad B, & similiter exposita B ad expositam C Rationem habet B ad C, quare Ratio A ad C composita est ex duabus partibus nimirum, ex Ratione A ad B & Ratione B ad C; & siquidem essent quatuor quantitates A. B. C. D. Ratio B ad D (propter eandem causam) componeretur ex Rationibus A ad B & B ad C, & C ad D.

B. Video ita esse. Sed hoc melius aliquanto videtur mihi demonstrasse *Hobbius* in Libro de Corpore Cap. 13, Art. 13. definitionem deducens à doctrina de motu?

A. Sed Doctrina de motu paucissimis cognita est; cum tamen Natura omnia, non modo quæ Physicæ, sed etiam quæ Mathematicæ contemplationis sunt per Motum transigit. Primus qui scripsit de Motu quod dignum lectu erat fuit *Galilæus*. Progrediamur jam ad Elementum septimum; ubi primò definitur *Unitas*, sed (ut modo vidisti) male; deinde *Numerus* (contra sententiam *Wallisii*) optimè. Tertia Definitio est Partis, (subaudi aliquotæ) quod sit *majoris quantitatis mensura*; & rectè, si per *Partem aliquotam* intelligatur *Pars aliquota Numeri*. Alioqui *Pars* in Definitione *Mensuræ*, non *Mensura* in Definitione *Partis* ponenda est. Quinta hæc est πολλαπλάσιος ἐστὶν ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος. Latini qui sic vertunt *Multiplex est major minoris, cum majorem metitur minor*, anne distinguunt inter *Multiplex* (quod est *Multiplicatum*) & *Multiplum*?

B. Non certe hoc loco; neque Græci inter διπλάσιον & διπλασίονα. Nam si fecissent, non πολλαπλάσιον dixisset *Euclides*, sed πολλαπλασίονα.

A. Cætera bene se habent.

B. Transeamus ergo ad Definitiones Elementi decimi.

A. Sunt & illæ accuratæ omnes.

B. Antequam progrediare, velim dicas mihi quo fine, sive cui bono *Euclides* Theoremata illa Elementi decimi difficillima nobis Demonstravit. Cæteras enim Geometriæ partes omnes usui esse video in communi vita, aut ad ædificandum, aut ad navigandum, aut ad machinas, aut ad Calculum Temporis, aut ad Picturam, aut ad Philosophiam naturalem, aut denique

nique ad aliquid, cui vero rei Linearum hæc irrationalium cognitio inserviat nondum cerno. Scio quæ pulchra sunt difficilia esse, sed ut vicissim quæ difficilia sunt etiam pulchra sint, necesse non est.

A. Quo fine hæc demonstravit certè nescio, sed quin in omni re ingenii splendor ipse per se pulcherrimus sit dubitandum non est. Attamen si ab ipso opere de consilio opificis conjicere liceat, voluisse puto *Euclidem*, quantum potuit Linearum omnium in Figuris certa & cognita lege descriptarum rationes convertere in rationes numerorum. Quod si Natura fieri passa esset computatio quælibet facillima facta esset, nimirum in tabulas digestis omnium rerum rationibus. Restant Definitiones Elementi undecimi, illæ quoque ad scientiarum severitatem exactissimæ.

B. Quid? Tune Sphæram, Conum, & Cylindrum bene Definiri existimas per Motum Semicirculi, Parallelogrammi, & Trianguli super quiescentes Axes?

A. Quidni?

B. An Stellarum fixarum vel cujuslibet Planetæ sphæram descriptam fuisse putas à conversione Semicirculi? Similiter Axes (horum corporum) qui definiuntur ab *Euclide* per *rectam Lineam quiescentem*; nonne Axes sunt, etiamsi non quiescerent, sed quocunque ferrentur corpora ipsa (quorum Axes sunt) ferrentur una?

A. Tu firmum hoc Argumentum esse credis?

B. Ita. Et eodem usus est *Wallisius*.

A. Professor ne *Savilianus* reprehendere *Euclidem* ausus est?

B. Non *Euclidem* reprehendit sed *Hobbium*.

A. Etiam *Euclidem* si modo eodem Argumento contra utrumque uti potuit.

B. Esto. Sed cum Lineam definisset *Hobbius* esse *corporis (cujus nulla consideratur quantitas) Moti via. Quid opus est* (inquit *Wallisius*) *notione* Motus *ut quid sit Linea intelligatur? Annon Lineæ corpori quiescenti insunt*, &c.? Pariter ego dico tibi, quid opus est nominare Motum ut intelligatur quid sit sphæra? Annon potest concipi quiescens Semicirculus in sphæra?

A. Si ille *Hobbium*, etiam tu *Euclidem* recte reprehendisti. Sed errastis ambo nescientes naturam Definitionis. Nonne sunt definitiones scientiarum Principia?

B. Sunt.

A. Et omnis scientia à cognitione causarum derivanda?

B. Verum.

A. Ergo Principium scientiæ est cognitio causæ.

B. Etiam.

A. Sequitur ergo cognitionem causæ contineri debere in Definitione.

 B. Fateor.

B. Fateor.

A. Itaque optime definiunt illi qui generationem rei in Definitione explicant.

B. Etiam hoc concedo, & in *Euclidis* Sphæræ, Coni, & Cylindri Definitionibus generationes illorum corporum video, quanquam non similiter definierat Circulum.

A. At Circulum describi posse (qui describi nisi per motum non potest) inter Postulata ut rem notam, gratis sumsit.

B. Saltem dicere debuit *Euclides* Sphæram esse Solidum *quale fit* potius quam *quod fit* ex circumductione Semicirculi. Nulla enim est sphæra quæ per Circumductionem facta est à natura.

A. Qui Figuras definiunt, Ideas, quæ in animo sunt, non ipsa corpora respiciunt; & ex iis quæ imaginantur *fieri* deducunt proprietates factorum similium, à quocunque & quomodocunque facta sunt. Vidimus jam Principia Geometriæ tradita ab *Euclide*, quorum aliqua quidem, sed pauca minus accurata mutavimus, reliqua ut irreprehensibilia partim præterivimus, partim confirmavimus.

B. Revertamur ergo ad *Wallisium*, & unde digressi sumus, nempe ad Caput decimum. Nam si bene memini eramus ad Philologicorum & Capitis noni finem, tunc cum digredi incepimus.

A. Sed differamus hæc in triduum, quo tempore lectis Arithmeticæ ejus quæ restant, ea tantum quæ materiam colloquio nostro subministrare possunt, discutienda deligam, ne ea quæ utilitatem nullam, molestiam nimiam nobis allatura sunt sæpiùs repetamus.

DIALOGUS TERTIUS.

B. LEgistin' reliqua Arithmeticæ Wallissianæ?

A. Ita.

B. Plenane videntur tibi, sicut antecedentia, erroribus?

A. Minime. Sunt enim pleraque ex iis Arithmeticæ libris desumpta, qui pueris ediscendi scripti sunt; cætera aut *Ougthredi* sunt, aut maxima ex parte falsa.

B. Sed quæ ab aliis habuit, ipse solus demonstravit.

A. Neque hoc quidem. Verum hæc inter legendum considerabimus accuratiùs. In Capite decimo, Numerationem in Notis Numeralibus vulgaribus explicat, & cujusque Notæ, tum proprium, tum Loci valorem, tam in Fractionibus Decimalibus, quam in Integris exponit; Ostenditque, sicut à loco *Vnitatum* ad loca præcedentia proceditur per decuplationem, ita à loco eodem ad Loca sequentia proceditur per subdecupla-

plationem. Quarum quidem rerum demonſtratio non eſt, ſed Conſtitutio fuit arbitraria. Explicatio autem & brevis & perſpicua & accurata à Magiſtro expectanda erat. Et primò quod ad Numerationem periodos adhibeat, periodumque per loca tria potius quam per quatuor aut alium numerum finiat, non videtur ad Artem Arithmeticam pertinere.

B. Sumamus numerum quemlibet; eundem (verbi gratia) quem ille ſumpſit 2,468,013,579. Quomodo numerus hîc verbis proferendus eſt.

(*A.* Recte *proferendus*, non ut *Walliſius* loqui ſolet *efferendus*.)

B. Quomodo (inquam) proferendus eſt ſine periodis?

A. Periodos utiles eſſe non negavi, ſed quæro cur locis ternis definiuntur?

B. Si Notarum valorem verbis enuntiaveris, videbis ipſe.

A. Significant Notæ illæ *duo millia millium millium, quadringenta ſexaginta octo millia millium, tredecem millia & quingenta ſeptuaginta novem.*

B. Nonne vides verba tua diſtinguere te, quemadmodum ipſæ Notæ per loca terna diſtinguuntur.

A. Ita, ſed Latinè. Diſtingue jam tu eaſdem notas per nomina numeralia (ſi potes) Græcè.

B. Poſſum, εἴκοσι καὶ τέσσαρες μυριάδες μυριάδων, ἑξακισχίλια ὀκτακόσιαι, καὶ μία μυριάδες, τρισχίλια, πεντακόσιαι, ἑβδομήκοντα ἔννεα;

A. Sed hæ voces diſtinguunt Notas numerales non per loca terna, ſed per quaterna, hoc modo, 24, 6801, 3579. Nihil igitur ad ſcientiam Arithmeticam, quæ univerſaliter omnibus gentibus eadem eſt, ſed ad diverſas gentium Dialectos pertinet. Deinde cum dixiſſet, *cyphræ quæ locis ſupremis ponuntur nulli prorſus ſunt uſui, nullius ſaltem neceſſitatis, ſed redundant potius; tantundem enim ſignificant* 0001,001,01, & 1 ſubjungit ridiculè, [*Fieri quidem nonnunquam poteſt ut Elegantiæ gratia, vel quo numerorum ſupputandorum collatio commodior fiat (ut in appoſito exemplo) ejuſmodi redundantes cyphræ ſcribantur*]

Libræ.	Solidi	Denarii
13	12	10
24	08	06
05	04	01

Næ ille Elegantiæ æſtimator imperitus eſt qui inutiles iſtas ciphras ad ſupplendas lacunas præfigere Elegantiæ eſſe judicat. Deinde paginas duas inſumit ad declarandam naturam Fractionum decimalium; quod etiam imperitiæ eſt. Cum enim locorum valores in Integris procedant à loco *Vnitatum* ſemper, per 10 multiplicando, & Fractiones decimales procedant à loco eodem *Vnitatum*, ſemper per 10 dividendo, ſupervacaneum.

neum erat distinguere loca dextra & sinistra. Nam posita Fractione hac decimali $\frac{111}{1000}$ erunt facti (dividendo per 10) $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}$ sicut integri 10. 100. 1000. facti (multiplicando per 10,) proportionales. Itaque tota fractio valebit $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{10000}$. Similiter Fractio hæc $\frac{324}{1000}$ valebit $\frac{3}{10}+\frac{2}{100}+\frac{4}{1000}$. Miror ergo quomodo verba hic reperire potuit quibus fere duas paginas impleret.

B. Scis eum non modo Professorem Geometriæ, sed etiam Concionatorem esse, & propterea in quærendis verbis necessario & multum exerceri.

A. Sed cur numeros *integros*, & *partes decimales* conjungendas esse censuit, sicut in hoc numero fecit, quem exempli causa proponit ipse, 3579753? Cur etiam *partes* delegit 753 quæ inversæ sunt integrorum 357? Nam lectorem imperitum à veritate abducent, tamquam regula illa divisionis per 10, non esset aliter vera.

B. Cur ita fecit nescio; nisi quia *Ougthredus* Fractiones decimales post *Vnitatis* locum posuit, ut quæ fiunt à numeris post divisionem per 10. 100. 1000, *&c.* residuis, & separatrice Linea qua Quotiens à numero Dividendo separatur, distinxit; eo fine ut Additionem; Substractionem, Multiplicationem, & Divisionem tam integrorum quam Fractionis iisdem operationibus complecteretur, ideo *Wallisius* qui forte quid ab *Ougthredo* fieret, non cur fieret animadvertisset, numeros ambos (integrum & fractum) conjunxit etiam ubi non esset opus per imitationem.

A. Verisimile est. Cur autem tot verbis ad rem tam facilem explicatu usus est manifesta causa est, quod ea quæ scripturiebat cruda adhuc & indigesta illi erant. Quæ autem nondum perfecte didiceris nunquam breviter & perspicue explicare poteris. Sequitur Caput undecimum de Notatione Algebrica.

B. Est in eo Capite quod non intelligo.

A. Ostende locum.

B. En. *Si vero*, &c.

A. [*Si vero eadem unitatum multitudo* (nempe 27) *in continua proportione quadrupla disponatur, emerget quaternionum quaternio unus, & duo insuper simplices quaterniones, cum tribus residuis Vnitatibus.*]

B. Hoc, inquam, non intelligo. Nam si jubear disponere 27 in proportione quadrupla, continua, id est, in proportione numerorum 1.4.16, pro primo numero ponerem A, pro secundo 4 A. pro tertio 16 A; quorum summa est 21 A. Diviso ergo 27 per 21 prodibit $\frac{27}{21}$ sive $1\frac{2}{7}$, pro A. Et 4 A erunt $5\frac{1}{7}$ & 16 A $20\frac{4}{7}$, qui numeri faciunt aggregatum 27: Quod verum esse scio, sed non intelligo quomodo consistit cum uno quaternario

ternario quaternariorum, duobus quaternariis & tribus unitatibus.

A. Nec mirum. Nam non id voluit *Wallisius*, ſed ut numerus 27 diſponeretur ſecundum loca ab Vnitate valoris continue quadrupli. Quod eſt veriſſimum. Nam ſi ultimus locus ſit Vnitatum, penultimus erit quaternariorum & tertius ſedenariorum. Eſt autem 27 uno ſedenario duobus quaternariis & tribus Vnitatibus æqualis.

B. Video eum ita intelligendum eſſe; ſed debuit ſic dixiſſe.

A. Male quidem ſe explicuit. Oſtendere enim voluit hoc loco quomodo ſcribendus eſſet numerus, ſi locorum valores non in Ratione continua decupla (ut vulgo fit) augerentur, ſed in proportione qualibet alia ut quadrupla vel tripla; vel quod idem eſt ſi numerus Notarum eſſet minor quam (ut nunc ſunt) novem, quomodo ſciberetur 27. Et verum eſt numerum 27 qui in proportione decupla ſcribitur ſic, 27, in proportione quadrupla debere ſcribi ſic 123, & in proportione tripla ſic 1000.

B. Sed nullam habet ejus rei demonſtrationem. Oſtende igitur quare ita eſſe neceſſarium eſt. Et ſit data proportio tripla.

A. Quoniam ſicut in proportione decupla novem tantum ſunt notæ quibus utimur, & decima cyphra, ita in proportione tripla, duo tantum erunt Numeri digiti & tertia ciphra. Erit autem 1 in loco ultimo Vnitas; Et in loco tertio ubi recurrendum eſt ad 1 & ciphram ſignificabit 10 ternarium. Et in loco nono, 100 ſignificabit 9 (ut enim 3 in 3 facit 9, ita 10 in 10 facit 100) Et in loco viceſimo ſeptimo 1000 valebit 27 propterea quod ſicut 3 ad 27 ſunt in proportione 3 ad 9 duplicata; ita numerus valens 27 debet eſſe in proportione 10 ad 100 duplicata. Scribendus eſt ergo 27 per has notas ut 1 ante tres ciphras ſignificet id quod ſit ex ternario in ſe ter multiplicato, id eſt, 27.

B. Si eſſet tantum una nota numeralis præter ciphram, quomodo ſcriberetur idem numerus 27?

A. Si ita eſſet, valor locorum procederet per Rationem duplam, & recurrendum eſſet alternis locis ad 1 & ciphram vel ciphras. Nam 1 in ultimo loco ſignificaret Vnitatem, in ſecundo ab Vnitate, 10 ſignificaret 2, & 11 in tertio loco 3, & 100 in loco quarto 4, & 10000 in loco decimo ſexto 16. (Nam ut 4 in 4 facit 16 ita 100 in 100 facit 10000) deinde 11000 in loco 24° valebit 20. & conſequenter 11001 valebit 25. 11010 valebit 26, & denique 11011 valebit 27, id eſt, 1 Vnitas, 1 binarius, 1 octonarius, & 1 ſedenarius, qui ſimul faciunt 27.

B. Verum eſt. Sed nonne poteſt ubi valores locorum ſunt in ratione dupla Numerus ſcribi 27 per alias notas quam 11011?

A. Poteſt, ſed aſſumenda eſt nota binarii. Nam ſub his notis proportionis duplæ 8, 4, 2, 1, ſubſcribe 2, 2, 1, 1, hoc modo $\begin{smallmatrix}8421\\2211\end{smallmatrix}$ valebit

2211 duos octonarios, duos quaternarios, & præterea binarium, & Vnitatem; qui Numeri faciunt simul additi 27.

B. Sed quando opus erit ut paucioribus notis utamur quàm novem quibus utimur; Perge legere.

A. His ita explicatis monendum duco, Vniversam Artem Algebræ sive Analyticæ ex hoc uno quasi fundamento dependere. Nam revera quod nobis gradus *(sive ascendens, sive descendens)* primus, secundus, tertius, *&c. illud est Algebristis*, Latus, Quadratum, Cubus, *&c.* Concedo Latus, Quadratum, Cubum, fundamentum esse *(cui insistit* dicam, an contra cum *Wallisio) ex quo dependet* regula Algebræ. Sed non inde dependet Ars Analyticæ. At ille illam quam modo tractavit numerationem, (nempe per locorum valores in proportionibus decuplis, quadruplis, triplis, *&c.*) Algebræ fundamentum esse statuit; id quod difficile est credere, cum ante illum multi fuerint Algebristæ, sed qui Numerationes has novas edidit ipse primus est.

B. Nusquam tamen quod memini, Numerationibus istis in sequentibus utitur. Sed per fundamentum intelligit non illud, sed proportionum ab Vnitate incipientium varietatem omnem. Itaque verum est quod dicit.

A. Esto. Cur autem paulò post de veteribus loquitur Algebristis ac si id aut ignorassent aut dissimulassent, & causam ignorantiæ eorum eam esse dicit *Quod Arithmeticorum* Vnum *(non vero, ut oportuit,* Nullum) *cum* Puncto *Geometrico compararent.*

B. Certe in Elencho suo contra *Hobbium*, multis in locis affirmat *Punctum* esse *Nihil*. Postea verò in alio libello defendens librum suum de *Angulo Contactus* & de *Arithmetica Infinitorum*, contra eundem *Hobbium*, negat se ita dixisse. Nunc autem illum saltem sic sentire satis intelligo.

A. Video Phantasiam ejus, aliis Ideis omnibus deletis, solis occupatam esse Symbolis. Quî enim aliter fieri potuit ut Symbola Radicum Numerorum etiam non quadratorum numeros appellaret, sanus & Mathematicus? Quî fieri potuit ut Geometriam ab Arithmetica dependere diceret qui sciret Radices numerorum quadratorum rite extractas esse demonstrari non posse, nisi per quartam propositionem Elementi 2[i] *Euclidis* pure Geometricam? Denique quî potuit, Veterum Geometrarum omnium capitibus ita insultare, ut diceret eos Algebram ignorasse, idque quia nesciebant *Punctum* Geometris idem esse quod *Nihil* Arithmeticis quî sciret si *Punctum* nihil sit, neque *Lineam*, neque *Superficiem*, neque *Solidum* quicquam esse? Præterea, considera proxima ejus verba hæc, *Non quia Linea bipedalis bipedali addita facit quadrupedalem, ideo duo & duo faciunt quatuor, sed potius quia hoc, ergo illud.* Subintelligitur *ergo Geometria ab Arithmetica dependere non hæc ab illa.* Belle admodum. Dic mihi propositio illa *duo & duo faciunt quatuor* estne Definitio?

B. Non.

B. Non.

A. At Axioma?

B. Ita.

A. Eſt ergo lumine naturali cognitum non à Magiſtro Arithmeticæ repertum; ſed cum ipſa verborum intellectione à pueris receptum. Non ergo habet ab Arithmetico Geometra *Lineam bipedalem Lineæ bipedali addutam facere Lineam quadrupedalem.*

B. Non fit ergo Axioma, ſed ab Arithmetico demonſtrandum.

A. Quis autem illud Arithmeticus aut demonſtravit, aut demonſtrare ſe debuiſſe judicavit? Satis enim à nutricibus dum nomina numerorum pueros docent demonſtratur. Quid, quod infinitæ ſunt quantitates continuæ quarum unius ad aliam ratio numeris explicari non poteſt? Quomodo ergo contemplationis ſunt Arithmeticæ quæ verſatur tantum in rationibus numerorum? Contra vero inter numeros ratio nulla eſt quæ non exponi poſſit Lineis. Quid quod radices numerorum, quæ Algebram fere totam ſuſtentant, pleræque (ut ante monuimus) numeri non ſunt? Quare & calculus earum non Arithmeticus ſed Geometricus eſt. Quid, denique quod cum ad Æquationem ventum eſt, problema plerumque demonſtrari non poteſt ſine aliqua Effectione Geometrica? Hæc cum ita ſint, quid cenſes, Geometriam Arithmeticæ, an hanc illi ſubordinatam eſſe?

B. Ego verò nunquam dubitavi quin Arithmetica Geometriæ pars, nec ea magna, eſſet. Nam ex *Euclidis* libris pure Geometricis, educi facile poteſt Arithmetica; cum Libri Arithmetici ne omnes quidem ſimul, qui unquam ſcripti ſunt; aut quos ſcripturus eſt *Walliſius*, ſufficiant ad producendam centeſimam partem Theorematum Geometricorum quæ nunc habemus.

A. Adde & hoc, quod ſicut Regula Alligationis, & Regula Falſi, ita Regulam Algebræ unam eſſe ex Regulis Arithmeticæ.

B. Sed multo illis ampliorem.

A. Aſſentior. Sequitur uſus Symbolorum, nempe *Neceſſitas, Brevitas, Perſpicuitas.* [*Primo* (inquit) *Neceſſitatis cauſa; cum pro numero adhuc ignoto ſubſtituitur Symbolum, ſeu Character, eo uſque dum ipſe innoteſcit.*] Quaſi problema quod ſubſtituto Symbolo ſeu Charactere inveſtigatur, inveſtigari non poſſet ſine Symbolo?

B. An poteſt?

A. Quid? An vox hæc *Ignotum* vel *Quæſitum* minùs denotat numerum quem quærimus quam litera A, vel R. vel Character *p*? Aut minùs recte dicemus *quæſiti quadratum,* quam AA, vel Aq, vel A_2?

B. Sed brevior eſt ſcriptio per Literam unam quam per integrum vocabulum.

A. Hoc

A. Hoc quidem concedo tibi de brevitate scriptionis, non autem de brevitate cogitatorum; quia non Characteres soli, nec sola verba, sed res ipsæ cogitandæ sunt, quæ abbreviari non possunt.

B. Nescio quid respondeam.

A. Deinde si Necessitas illa absoluta non sit, sed ex suppofita brevitate, quid dices de secundo usu Symbolorum, nempe, de brevitate, quare primus usus non sit supervacaneus?

B. Nescio hoc quoque.

A. Deinde quod addit [*Brevitatis & Facilitatis causa, cum illud non raro citius peragatur per Symbola seu Species, quam per ipsos numeros*] nisi intelligatur de scriptione, falsum est. Nam & res, & verba & Symbola cogitanda erunt, quorum ultimum erit inutile. Iam verò quod ad Perspicuitatem attinet, ego sane in legendis demonstrationibus per Symbola scriptis, quam per verba, majorem semper reperi Difficultatem. Tu qui Conica ejus Symbolicè scripta legisti, magis ea perspicua esse existimas, quam Conica *Apollonii* vel *Midorgii*?

B. Ego in legendis Conicis *Wallisii* cum inciderem in propositionem aliquam longiusculam, partim laboris impatientia, partim quod eam jam ante aliunde veram esse scirem, nec de Methodo ejus dubitarem, demonstrationis viam nimium leviter examinavi.

A. [*In demonstrationibus per Symbola, operationum supersunt* (inquit) *vestigia.*] Nonne videntur tibi operationum vestigia expressiora esse, verba & ciphras scriptas, sine quibus operatio fieri non potest, quàm Symbola quibus carere potest, & semper caruit operatio Arithmetica? Nisi forte putes A†B dicendam esse Additionem, aut A B vel A ⨯ B Multiplicationem, & $\frac{A}{B}$ Divisionem esse A per B. Sed *Res* (inquit) *tota exemplo melius patebit.* Itaque Problema adducit quod & per Algebram & sine Algebra solvi potest; & utroque modo recte solvit; ita tamen ut solutionibus illis nihil possit esse magis appositum ad ostendendum quod Algebra non est Analytica. Problema autem sic se habet carmine redditum:

Accessit virgo tres supplex ordine Divos,
Et tulit accedens asses, quot nescio, secum.
Oratus ductos *geminavit Iupiter asses;*
Protinus illa Iovi tres asses grata pependit.
Quotque superfuerant duplavit Phœbus Apollo;
Grata itidem Phœbo *tres virgo reddidit asses.*
Pallas tunc reliquos geminavit virginis asses;
Assibus & tandem tribus est donata Minerva.
Vnicus & superest, quem secum rettulit, assis.
Dic mihi quot fuerant quos primò virgo ferebat?

Solvit

Solvit autem per Algebram sic:
Pro ignoto numero Assium allatorum ponit — — 1 √
Qui duplatus à Iove fit — — — — — — 2 √
Inde Iovi solutis 3 assibus restant — — — — 2 √-- 3 Asses.
Qui duplati ab Apolline fiunt — — — — 4 √-- 6 Asses.
Inde Apollini solutis 3 assibus restant — — — 4 √-- 9 Asses.
Qui duplati à Pallade fiunt — — — — — 8 √--18 Asses.
Inde Palladi solutis 3 assibus restant — — 8 √--21 Asses.
Sed restabat unus tantum assis.
Est ergo 1 Assis--8 √--21 Asses.
Et additis utrobique 21 Assibus: erunt 22 Asses--8 √.
Et $2\frac{1}{4}$ Asses--1 √ id est, numero Assium allatorum.

B. Recte sane, & breviter.

A. Fateor: sed in hac operatione quid vides propter quod dicenda sit *Analytica?* Sive (quod idem est) quodnam est hic compositum quod resolvitur? Dicesne duplationem illam esse resolutionem?

B. Minimè.

A. Quid ergo? An ternorum illorum assium subductio resolutio est?

B. Non videtur.

A. Neque est, nam Methodus tota est *Synthetica.*

B. Quid autem est Resolvere.

A. Resolvere, est id quod compositum est detexere, ordine qui sit ordini compositionis contrarius.

B. Declara hoc aliquo Exemplo.

A. Accipe Exemplum *Wallisii* Problema solventis (ut dicit) sine Algebra, hoc modo.

Relictus est Assis 1. itaque si Pallas reddat virgini quas acceperat 3, fiunt quatuor. Si illa reddat Palladi quod ab ea acceperat dimidium, fiunt 2. Deinde si *Apollo* reddat quos acceperat 3, fiunt 5; & illa Apollini quod acceperat dimidium, fiunt $2\frac{1}{2}$; & Iupiter quos acceperat 3 Asses, fiunt $5\frac{1}{2}$. Et illa quod à Iove acceperat dimidium fiunt $2\frac{1}{4}$. itaque omnia redeunt ad statum primum.

B. Rectè, breviter, & Analytice. Nam quod factum in Problemate describitur ab initio ad finem, id per mutuam redditionem fit infectum à fine ad initium.

A. Versus ipsius *Wallisii* sunt (neque enim hoc tacere potuit, etsi absque eo satis id manifestum erat) nam *ductos* geminavit Iupiter Asses, nemo dixisset alius.

B. Problema ergo vetus est.

A. Fortasse; at certe ingeniosum est, factumque, ut arbitror, data

opera ad notandos Ethnicorum Sacerdotes, quod qui ad deos accedebant illis mediantibus, fiebant, etiam exauditi (ut virgo hæc) pauperiores.

B. Propone jam exemplum Analyticæ veræ, qua Problema datum resolvitur in sua Principia, nempe Definitiones & Axiomata.

A. Sit propositum, Exempli causa, super Lineam rectam ad unum & idem ejus Punctum constituere tres Angulos tribus Angulis Trianguli dati, unum quemlibet, uni cuilibet æqualem.

B. Datum sit Triangulum A B C.



A. Per verticem B, duco rectam D E quam suppono Angulum facere D B A Angulo B A C æqualem, & Angulum E B C æqualem Angulo B C A. Cum ergo Angulus A B C sit communis, erunt tres Anguli ad A B C æquales tribus Angulis ad B, unus uni. Sumatur in B E (si opus est producta) B F, æqualis A C; & jungatur C F. Quoniam ergo duo latera B F, B C, Trianguli B C F æqualia sunt lateribus A C, B C, Trianguli A B C, utrumque utrique, & Angulus F B C æqualis (per Hypothesin) Angulo B C A, superposita B F ipsi C A cum ipsa congruet, & B C cum ipsa C B, & Angulus F B C cum Angulo B C A, & proinde etiam C F latus cum latere A B, sunt ergo æquales inter se A B, C F, (per Axioma 8. Elem. primi Euclidis) & Angulus B E C æqualis Angulo B A C, per 4 *Eucl.* 1. Qui autem ad punctum B in recta linea D F constituuntur Anguli omnes simul æquales sunt omnibus simul Angulis constitutis ad punctum C in recta A C producta ad G. Nam partes simul omnes æquales sunt toti utrobique. Cum ergo Angulus B C F æqualis sit Angulo A B C, & F B C æqualis B C A, erit reliquus F C G æqualis reliquo D B A, sive B A C. Sunt igitur rectæ A B, C F, (quæ ostensæ sunt æquales) inclinatæ ad easdem partes secundum angulos æquales. Parallelæ autem sive Æquidistantes lineæ definiuntur esse illæ quæ ab æqualibus rectis, æqualiter ad easdem partes inclinatis distinentur. Parallelæ ergo sunt B F, A C. Atque hactenus ratiocinationem qua tres Anguli Trianguli rectilinei duobus rectis æquales esse demonstrantur, in partes ex quibus erat composita resolvimus quæ *Analysis* est.

B. Quomodo autem ex illis erat composita.

A. Sic. Ex eo quod A C, D F sunt parallelæ concludunt angulum D B A æqualem esse angulo alterno B A C, & angulum F B C, alterno B C A, & angulum A B C, communem, & proinde tres D B A, A B C, F B C æquales esse tribus B A C, A B C, A C B unum quemlibet uni. Sciendum autem est quod si *Analysis* plenissimè perageretur, non minus prolixa esset quam ipsa esset demonstratio, sumpta ab ipsis principiis usque ad illatam conclusionem. *B.* Quin

B. Quin natura Analyſeos talis ſit qualis hic explicatur, dubitari non poteſt. Attamen ne imaginari quidem poſſum quo facto idem fieri poſſit per Algebram.

A. Neque hercle ego. Nam extra comparationem Rectangulorum (& Triangulorum, quæ ſunt ipſorum dimidia) in Geometria; & extra poteſtates numerorum in Arithmetica, Algebræ locus nullus eſt, neque in illis Analyſis magis eſt quam Syntheſis.

B. Exemplum oſtende Algebræ per poteſtates, ita dividens 8 ut quadratum unius partis ſit ad Rectangulum ſub tota & reliqua parte ut 2 ad 1.

A. Radix Quadrata quæſiti ſit A. Reliquus ergo numerus eſt 8—A Quadratum ipſum A A. Rectangulum quæſitum 8 in 8—8 A. Vis ergo A A—8 in 8—8 A :: 2. 1 eſſe proportionales.

B. Volo.

A. Sunt ergo A A--16 in 8--16 A; & additis utrinque 16 A, erunt A A + 16 A--16 in 8--128. Quare 16 + A A. √ 128. A ſunt continue proportionales. Datur ergo A, & proinde etiam A A; & rectangulum 8 in 8--A.

B. Sed datum eſſe A, nondum ſatis perſpicio.

A. Datur media proportionalis inter extrema 16 + A & A, nempe √ 128. Quare deſcripto circulo cujus diameter eſt 16, à quovis puncto ejus ducatur tangens æqualis √ 128; ab extremitate ejus ducatur per centrum recta ad adverſam circumferentiam, eritque pars ejus intercepta inter tangentem & circumferentiam æqualis quæſitæ A; ut manifeſtum eſt per *Eucl. Elem.* 3. *Prop.* 36.

B. Ac *Vieta* in hujuſmodi rationibus exponendis alia utitur operatione. Nam ex medio puncto differentiæ cognitæ deſcribit circulum cujus radius poteſt radicem numeri 128, & ſemiſſem differentiæ.

A. Eodem recidit utraque operatio.

B. Objicio etiam nondum inventam eſſe illam radicem. Numeri enim 128. radix quadrata nulla eſt.

A. Imo radicem habet ſed nullo æqualem numero. Nam numeri 16 & 8 qui faciunt 128 in linea recta ſimiliter diviſa in partes aliquotas diſtingui poſſunt, & inter illas rectas inveniri poteſt media proportionalis cujus quadratum erit ipſe numerus 128.

B. Etiam hinc intelligi poteſt problemata quanquam Arithmetica quæ ſine ope Geometriæ inveniri poſſunt per Algebram nulla eſſe.

A. *Ne crede* igitur nimium poſt hæc vaniloquio Profeſſorum. Sed quid quæſo in ratiocinatione hac obſervas propter quod dicenda ſit *Analyſis?* an cum ventum eſſet ad Analogiſmum hunc 16 + A. √ 128. A :: aberamus

 longius

longius à Principiis, quam cum acceſſiſſemus *ad prop.* 36. *El.* 3. *Euclidis.*

B. Agnoſco hic quidem curſum quendam & recurſum inter æqualitatem Rectangulorum & æqualitatem Rationum, ſed utra harum viarum magis tendat ad Principia, ſtatuere nondum poſſum. Sed progrediamur *ad Cap.* 12.

A. Capita reliqua minus moleſta erunt. Nam quæ in illis recta ſunt (ut ſunt plurima) trita ſunt & edita in omnibus ferè libris Arithmeticis, præter Algebrica quæ ex Oughtredi Clave Mathematica, ubi multo brevius & apertius traduntur, deſumpta ſunt. Ea vero quæ *Walliſii* propria ſunt, falſa ſunt. Id quod habet ſub initium hujus capitis, nempe hæc verba, *ſunt autem* Fractiones *ſeu* numeri fracti *non tam numeri quam unitatis fragmenta* ſuum eſt, idemque falſum & abſurdum. Nam eo ipſo quod *fragmenta* ſunt, *fragmentorum numerus* ſunt. Neque enim ratio ulla adduci poteſt quare unciæ, ſextantes, trientes, beſſes, dodrantes, cæteraque fragmenta aſſis, minus proprie numeri appellantur unciarum, ſextantium, &c. quam animalia, numerus animalium. Capite decimo tertio traditur fractionum ſcribendarum ratio eadem quam vulgo ſciunt, præter notationem Fractionum Algebricarum, quas nemo intelligit niſi aliunde doctus. Quis enim intelligit quod 2 *Qu.* † 3 *R.* idem valeat quod $\frac{1\,R\,\dagger}{2\,R.}\frac{1}{2}$ niſi qui ante id didiciſſet.

B. Sed quæ regula eſt diviſionis (per ſymbola) accurata?

A. Differatur hoc ad examinationem capitis viceſimi, id eſt, ad locum proprium. Examinetur jam *Cap.* 13. ubi primo loco modum docet demonſtrandi additionem *numerorum* (ut vocantur) *digitorum*; *verbi* (inquit) *gratia* 2 † 3--5 *ſic demonſtratur. Ponantur primum duo puncta, & deinde tria, quæ omnia, ſi numerentur reperientur quinque.* Libet hic quærere (cum dicat quod *reperienter quinque*) à quo reperientur. Vtrum ab eo qui ſcit, vel ab eo qui neſcit 2 & 3 eſſe 5? ſi ab eo qui ſcit, id ei demonſtratum erat tunc cum neſciret. Sed quî potuit id fieri numerando ab eo qui ſciret tantum quid eſſent duo & tria, neſciens quid eſſent quinque? Vides ergo ut nugatur.

B. Sed perge.

A. *Vel ſic quoniam notum eſt ex ipſa numerorum procreatione (quam Cap.* v. *tradidimus) quod ſit* 1 † 1--2 & 2 † 1--3 & 4 † 1--5 *&c. erunt etiam* 2 † 3--1 † 1 † 3 & 3 † 1--4 & 4 † 1--5. Quomodo autem notum eſt per *Cap.* 5. quod ſit 4 † 1--5? Num id illic demonſtratur? Vel ſi demonſtretur, ex quibus principiis?

B. Caput illud quintum definitionum eſt, vel ut ipſe dicit quæ ibi traduntur ſunt inſtar definitionum.

A. Prin-

A. Principium ergo est 4 † 1–5 cur non & 2 † 3--5 æque principium est, & proinde indemonstrabile quod erat demonstrandum? Non intellexit *Wallisius*, saltem oblitus est 1 † 1 binarii, 2 † 1, vel 1 † 1 † 1 ternarii & sic deinceps esse definitiones, neque accedere ad Magistros Arithmeticæ nisi qui jam sciunt quot sunt in quolibet *numero Digito* unitates.

B. At in numeris quos articulos & compositos vocant methodus addendi quænam sit satis demonstravit. Num & hoc negas?

A. Non nego. Sed ita demonstravit quemadmodum omnes; nam qui id quod ipsi faciunt inter operandum clarè eloquuntur, ut qui dicit 8 & 7 sunt 15 subscribo unitatem loco 5, reservo 1 ad locum decadum, deinde, quod reservabatur cum 9 & 6 & 8 sunt 24 decades, id est duæ centuriæ & 4 decades, subscribo decadum loco 4 & centuriarum loco 2, ut numerus totus fiat 245, non modo tres numeros 80, 68, 97, simul addidit, sed etiam recte additos esse demonstravit. Quid habet ille amplius in demonstratione tripaginali præter abundantiam verborum & obscuritatem symbolorum?

B. Nihil. Sed non animadverterat voces illas puerorum dum numeros ita addunt additionis esse demonstrationem.

A. Similiter demonstrationes Substractionis, Multiplicationis & Divisionis sunt ipsæ voces operantium, subtrahentium (inquam) multiplicantium & dividentium. Capite 14 de Subductione tractat, quam eodem modo demonstrat quo demonstravit Additionem.

B. Transeamus ergo ad 15 *de Additione & Subductione Speciosa.*

A. Quod habetur hoc capite totum desumptum est ex *Cap.* 2. & 3 *Oughtredi* Clavis Mathematicæ, cujus sunt brevissimæ veruntamen plenissimæ regulæ; altera Additionis, nempe ut *conjungantur magnitudines servatis signis*; altera de Subductione, nempe ut *conjuncta utraque magnitudine mutentur omnia signa magnitudinis subducendæ.* Additionis exemplum apud *Oughtredum* est,

ad 5 A
adde--3 A

sunt 5 A--3 A
sive 2 A

Vbi *Wallisius* videns differentiam magnitudinum nempe 2 A poni ab *Oughtredo* pro 5 A--3 A, duas facit regulas ex una; alteram ubi signa similia sunt, alteram ubi dissimilia, regulam Magistri sui elegantissimam non necessario corrumpens, idemque facit circa regulam Subductionis.

B. Videtur mihi in hoc capite docere debuisse *Wallisius* quo pacto numeri dati radix alterius numeri dati radici commodissime addenda vel subducenda sit.

 A. Ad-

A. Additio radicum commodiſſima non fit ſine multiplicatione; multiplicatio autem infra traditur *Cap.* 18.

B. Iſtuc ergo eamus.

A. Duo igitur capita integra prætermittemus?

B. Sed percurramus leviter.

A. Titulus Capitis 16 eſt *de Additionis* & *Subductionis probatione.* Per *probationem* intelligit *Demonſtrationem?*

B. Minime; nam neque additi ſubductionem, additionis; neque reſidui additionem ſubductionis, neque Probationem noventariam, demonſtrationem eſſe ipſe dicit.

A. Quomodo autem *Probatio* eſt ſi *Demonſtratio* non eſt? Immerito ergo reprehendit *Ramum* quod examinationes illas negaverit eſſe probationes, affirmaveritque veritatem operationis ſatis ex ipſa apparere operatione; id quod ego paulo ante dixi, nempe, operationem ipſam ſuæ veritatis eſſe demonſtrationem. Caput 17 additionis & ſubductionis exercitium eſt; ubi computat, primos annos à mundo condito ad annum præſentem, nempe ab initio ad diluvium; à diluvio ad Arphaxad; ab illo ad Tharam; à Thara ad *Abrahamum*, & promiſſionem.

B. Siſte paulum. Cujus rei promiſſionem? ſalutisne gentium in ſemine *Abrahami*, an promiſſionem terræ *Canaan?*

A. Non diſtinguit, habens fortaſſe utramque pro eadem. Deinde à promiſſione ad *Exodum*; ad Templum; ad Chriſtum; ad Æram vulgarem; ad annum Chriſti 1655. Deinde de annis moræ & ſervitutis *Iſraëlitarum* in *Ægypto* diſputat, & eorum computat mirabile incrementum.

B. Scio. Nempe ut obiter Chronologiam ſacram emendaret.

A. Nec tamen emendationes ſuas ſatis probat; nec ſi probaſſet, pars ulla hujus capitis ad Arithmeticam pertineret. Vides ergo hominis oſtentationem miſeram quicquid aut in ſcientiis, aut in linguis, aut in Hiſtoria ſcire ſe ſibi videbatur in publicum importune proferentis, certa juxta & incerta, etiam in libro Mathematico. Accedo jam *ad Cap.* 18. de *Multiplicatione*. Audi ergo, primo, quomodo definit *Multiplicationem. Multiplicare* (inquit) *eſt numerum invenire qui datam habeat rationem ad numerum datum.* Vtrum propoſitio hæc (nam definitio non eſt) vera an falſa ſit unico exemplo intelligi poteſt. Sit datus numerus quilibet 6 & data ratio 4 ad 5, poteſne tu aut ille numerum quæſitum invenire per ſolam multiplicationem? datus 6 multiplicandus eſt, ſed per quem numerum? quis (inquam) eſt multiplicans? an multiplicantem invenias per multiplicationem? Productus erit $7\frac{1}{2}$. Nam 4. 5:: 6. $7\frac{1}{2}$ ſunt proportionales. Numerum ergo quæſitum non invenies niſi dividendo $7\frac{1}{2}$ per 6. Emerget autem quotus $1\frac{3}{12}$——$\frac{15}{12}$——$\frac{5}{4}$. Quanam autem Multiplicatione reperies iſtum $\frac{5}{4}$?

B. In-

B. Intelligit ille datum oportere eſſe multiplicantem, eumque unitatis multiplum.

A. Alii quidem ita intelligunt. Interea vero definitio quam ipſe affert vitioſa eſt; quam tamen ad alias etiam quantitates applicat, paulò inferius dicens, *multiplicare* eſſe *Datæ alicui quantitati aliam in data Ratione exhibere.*

B. Erravit.

A. Tanto decuit illum minus definitionem reprehendere allatum ab *Euclide* nempe quod *Numerus numerum multiplicare dicitur quando quot ſunt in ipſo unitates, toties componitur is qui multiplicatur, & factus eſt aliquis.*

B. Quid eſt quod hic reprehendit?

A. Quod vox hæc *is qui multiplicatur* poſita ſit in definitione *Multiplicationis.*

B. Nonne merito?

A. Ita. Sed cum tantillo opere emendari potuit, rectius feciſſet, arbitror, ſi emendata potius uſus eſſet, quam ſi falſam in locum ejus ſubſtituiſſet.

B. Sed quomodo corrigenda eſt?

A. Sic. *Numerus numerum multiplicare dicitur quando quot ſunt in illo unitates, toties componitur hic, & aliquis fit.*

B. Recte, & tam parva mutatione emendata eſt, ut ſine ullo Geometriæ damno (& ſi peccatum ſit contra Logicam) potuiſſet retineri.

A. Etiam retinebitur. Reliqua capitis hujus eadem ſunt quæ vulgo traduntur, ſed verboſiùs, adeoque obſcurius ab *Walliſio.* Quod autem ad operationis demonſtrationem attinere videatur, nihil affert; neque vero opus erat ut afferret, cum, ut jam ſæpius dixi, ipſa operatio perfecta, ſit perfecti operis Demonſtratio.

B. Sequitur Caput 19 de Diviſione.

A. Nihil hic video novi præter tritarum jam omnium manibus regularum declarationem longam & frigidam & (ſiquidem id tibi aliquid videbitur) operationis formam aliquoties variatam.

B. Operationis alicujus formam variare non equidem difficile eſſe arbitror iis qui formam ejus unam aliquam jam intelligunt, ſi tamen alio & alio loco ſcribere reſiduam, vel alio atque alio modo diviſorem multiplicare & ſubducere, formam operationis novam conſtituere dicendum ſit. Additionem & Subductionem radicum quadraticarum prætermiſſam ab *Walliſio* in hunc locum rejeciſti. Oſtende ergo nunc qua methodo operationes illæ perficiantur commodiſſimè, id eſt ubi fieri poteſt, accuratiſſimè; ubi fieri non poteſt, cum minimo errore.

A. Sed oſtendendum primo eſt quomodo radix quadratica multiplicanda

canda sit per numerum. Radicem autem per numerum multiplicandi regula hæc est. Quadretur tum numerus tum radix, & quadrata inter se multiplicentur, eritque facti radix factum quæsitum. Exemplum. Sit R q 4, multiplicanda per 6. Quadratum R q 4 est 4. Quadratum a 6 est 36. 4 in 36 producit 144, radix 144, nempe 12 est id quod fit ex ductu 6 in R q 4, id est, in 2. Quod sic demonstro. Sint duo quadrata A A--36, B B--4 erunt ergo A A, A B, B B, continuè proportionales, nimirum in ratione A ad B. Est autem A B id quod fit ex radice A sive 6 in radicem B sive 2.

B. Recte hoc. Sed cur non melius est dati quadrati radicem primo invenire, & deinde inventum multiplicare per datum numerum.

A. Quia (nisi numeri dati sint quadrati) inventa radix accurata non erit, sed error aliquis certe inerit qui post major fiet per multiplicationem, quæ multiplicatio per hanc regulam evitatur.

B. Video, hoc exemplo, quod datis duobus quadratis circa diametrum, completi super totam diametrum quadrati utrumvis complementorum, medium est proportionale inter quadrata data.

A. Ita est.

B. Adde jam radici quadraticæ radicem quadraticam.

A. Regula hæc est. Quadrati inter se multiplicentur; producti radix inveniatur, dupliceturque; duplicatæ addantur numeri quadrati dati; Radix summæ est summa radicum propositarum. Exempli gratia. Radix quadratica numeri 9 sit addenda radici quadraticæ numeri 25. Quadrati inter se multiplicati faciunt 225, Cujus numeri radix quadratica est 15, qui duplicati sunt 30, cui numero si summa quadratorum addatur nempe 34, fiunt 64; cujus radix 8 æqualis est radici numeri 9 una cum radice numeri 25. Demonstratur autem sic. Multiplicatæ inter se radices faciunt unum ex complementis; & duplicatus facit duo complementa ad duos quadratos 9 & 25 super eandem Diagonalem dispositos; additis ergo ipsis quadratis, fit quadratum à recta æquali lateribus ambobus. Illius ergo radix æqualis est summæ radicum propositarum.

B. Rectè. Multiplica jam numerum Radicum in numerum Radicum.

A. Regula est hæc. Ducatur quadratorum unus in alterum; radix producti multiplicetur per factum ex numeris. Exempli causa sint 8 R q. numeri 9 multiplicandæ in 3 R q numeri 4. Quadrati 4 & 9 inter se faciunt 36, factus ex numeris 3 & 8 est 24; qui multiplicatus in R q. 36--6 facit 144. Tantundem faciunt 8 R q 9 id est 24 in 3 R q 4 id est in 6. Demonstratur autem sic. Radix 9 in radicem 4, est radix ejus qui fit ex 9 in 4, per regulam primam supra traditam. Quare 8 R q 9 in 3 R q 4, est id quod fit ex 24 R q ejus numeri qui fit ex 9 in 4; id est quod fit ex 24 in 6, id est numeri 144.

B. In

B. In numeris quidem quadratis operabimur per hanc regulam accuratissimè; etiam in numeris non quadratis minor multo erit error quam si radices extractas non veras post multiplicaremus. Nam multiplicaremus unà errorem; sed eadem ne est methodus multiplicandi radices cubicas quæ fuit multiplicandi radices quadraticas?

A. Eadem. Nam illic ostensum est productum ex radicibus inter se radicem esse producti ex quadratis inter se. Idem autem hic ostendam de radicibus cubicis, quadrato quadraticis, & cæteris potestatibus. Sit enim datus cubus A A A, cujus proinde radix est A. Sitque datus numerus B, & per consequens datus est cubus ejus B B B. Dico factum ex A in B esse radicem cubicam numeri facti ex A A A, multiplicati per B B B. Factum enim à cubis est A B A B A B cujus R c. est A B.

B. Ostende operationem in numeris, multiplicans Radicem cubicam numeri 64 in numerum 5.

A. Hoc est in radicem cubicam numeri 125. Multiplico 64 in 125, & factus est 8000; cujus radix cubica est 20 factus (ex 5 multiplicatis in radicem cubicam numeri 64, id est) ex 5 in 4. Similiter si duo numeri multiplicentur inter se, facti radix quadrato-quadratica æqualis erit facto ex ipsorum radicibus quadrato-quadraticis. Exempli causa sint multiplicati inter se 16 & 81, factus erit 1296 cujus radix quadrato-quadratica est 6 factus ex 2 radice quadrato-quadratica numeri 16 & ex 3 radice quadrato-quadratica numeri 81.

B. Manifesta hæc sunt, sed si plures radices quadraticæ, puta 6 radices numeri 4 ducendæ sint in plures radices; puta in 4 radices numeri 9, quid faciendum est?

A. Divide nunc numerum radicum quadraticarum per numerum alium radicum quadraticarum. Verbi gratia, divide 6 R q numeri 36 per 2 R q numeri 9.

Quadratum Dividendi dividatur per quadratum alterum, & numerus per numerum. Quotientis radix est Quotiens quæsitus.

Exempli causa sit quadratum 36, cujus 4 radices dividendæ sunt per 2 radices quadrati numeri 4.

Divido ergo 36 per 9. Quotiens est 4.

Divido item 4 per 2. Quotiens est 2.

Interpono inter Quotientes notam radicis. Itaque Quotiens quæsitus est 2 √ 4. Et 4 √ 36 (id est 24) si dividatur per 2 √ 9 (id est 6') erit 2 √ 4 id est 4.

Nam $\frac{4\ \sqrt{A\,A}}{2\ \sqrt{B\,B}} = 2\ \sqrt{\frac{A\,A}{B\,B}}$

B. Quomodo autem radix quadratica numeri non quadrati à radice

dice quadratica numeri etiam non quadrati ſubtrahitur?

A. Si radices illæ ſint commenſurabiles, per hanc regulam. Dividatur uterque numerus per maximam amborum menſuram communem. Radix autem majoris dividatur in rationem radicis Quotientis ad radicem Quotientis. Exempli cauſa, ſit R q 20 ſubducenda ex R q 45, diviſis 45 & 20 per communem eorum menſuram maximam 5, Quotientes ſunt 9 & 4, & eorum radices 3 & 2. Divide ergo R q 45 in rationem 3 ad 2; eritque ſegmentum minus R q 20; ex quo cognoſcitur reſiduum ad R q 45.

B. Sed Rq 45 cum numerus non ſit, dividi in rationem 3 ad 2 accuratè non poteſt. Velim ergo ſcire cujus numeri radix ſit illud reſiduum.

A. Aliam igitur methodum radices commenſurabiles tum ſubducendi tum addendi, nec quadraticas modo ſed etiam Cubicas habebis ex Clave Mathematica *Oughtredi*; Additionis quidem hanc. Dividatur uterque numerus per maximam amborum menſuram communem; radices utriusque Quotientis ſimul addantur; totius quadratum per eandem communem menſuram multiplicetur; producti radix eſt radicum numerorum propoſitorum ſumma. Exemplum operationis affert hoc. Sit R q 147 addenda R q 12. Diviſis ambobus numeris per maximam communem menſuram 3; fiunt Quotientes 49 & 4; quorum radices ſunt 7 & 2. Quadratus à 7 † 2 eſt 81 qui ductus in eandem communem menſuram 3 facit 243, cujus radix quadratica æqualis eſt radicibus quadraticis utriusque numeri 147 & 12. Subſtractionis autem exemplum hoc eſt. Quadretur (non ut antè ſumma, ſed) differentia radicum 7 & 2, quæ eſt 5, cujus quadratus eſt 25, qui multiplicatus per eandem maximam communem menſuram 3 facit 75, cujus radix eſt æqualis numero qui relinquitur deducta Rq 12 ex Rq 147.

B. Num demonſtrat hoc *Oughtredus?*

A. Minime. Propoſitum enim illi (puto erat Algebram) non omnibus ſcribere, ſed Geometris qui quomodo demonſtrandum eſſet ex ipſa operatione intelligere poſſunt.

B. Demonſtra hoc tu.

A. Quod datum eſt ſumo, radices numerorum 147 & 12 eſſe commenſurabiles. Sunt ergo eædem radices numerorum quadratorum. Vt ergo 147 ad 12, ita eſt quadratus numerus ad quadratum numerum. Dividantur ambo per eorum communem menſuram maximam 3, eruntque quotientes 49 & 4. Eſt ergo ut 147 ad 12 ita quadratus numerus 49 ad quadratum numerum 4, & ut Rq 147, ad Rq 12 ita 7 ad 2. Additis ſimul 7 & 2 ſit 9, cujus quadratus eſt 81, qui numerus multiplicatus per communem menſuram maximam 3 faciunt 243, ut ergo 147 ad 49, ita eſt 243 ad 81; & ut 12 ad 4, ita eſt rurſus 243 ad 81. Quare ut 147 † 12

ad

ad 49 + 4, ita est 243 ad 81. Et proinde ut Rq 147 + Rq 12, ad Rq 49 + Rq 4, id est ad 7 + 2, ita est Rq 243 ad Rq 81, id est ad 7 + 2. Quare Rq 243 æqualis est Rq 147 + Rq 12. Quod erat demonstrandum. Similis est demonstratio subductionis. Est enim ut Rq 147 ad Rq 12 ita 7 ad 2. Quare si subducatur 2 ex 7, erit ut Rq 147 --- Rq 12, ad Rq 12, ita 7 -- 2, (id est 5) ad 2. Est autem quadratus à 5 = 25, qui multiplicatus per eandem maximam mensuram communem 3 facit 75; est ergo ut Rq 147 --- Rq 12, ad 7 --- 2 ita Rq 75 ad 7 --- 2, sive ad 5, est ergo Rq 147 --- Rq 12 = Rq 75. Eadem est Methodus etiam in subducendis addendisque radicibus cubicis, & radicibus cæterarum potestatum, nisi quod in additione & subductione radicum quadraticarum quadratorum qui ex divisione numerorum per maximam eorum communem mensuram oriuntur, summa vel differentia ducitur in communem mensuram; in cæteris verò potestatum radicibus, summa & differentia potestatum propriarum addendæ, & substrahendæ & per numerorum propositorum maximam communem mensuram multiplicandæ sunt.

B. Sunt hæc quidem liquidò & breviter demonstrata, sed fortasse etiam demonstrata sunt in capite sequente, ubi multiplicare & dividere docet *Wallisius* algebricè.

A. Operationum harum neque in eo capite, neque in toto hoc opere (etsi ab illo appellatur *Opus Arithmeticum integrum*) ne mentio quidem ulla est. Nihil enim aliud istic docet, quam multiplicare,& dividere symbola (ut cuilibet manifestum esse potest qui caput illud legerit,) & hæc quoque ex *Oughtredo* & *Digghesio*. Itaque caput illud nempe *Cap.* 20. transiliamus. Etiam *Cap.* 21. (in quo agit de multiplicationis, & divisionis probationibus) possumus (cum nihil contineat neque boni, neque mali) ut innocuum quidem sed inutile, sine damno præterire. Caput 22 continet multiplicationis & divisionis exercitium in mensurandis & comparandis rectangulis; in quo nihil quidem reperio quod,ut falsum, redarguendum sit; omnia verè puerilia, & non necessaria, facilia tamen, eademque verbosissimè ut pueris, scripta sunt: sequitur Caput 23 cui titulus, *Euclidis elementum secundum Arithmeticè demonstratum*, id est, ut mox subjungit, *totum fere Elementum secundum*. Nam demonstrat Theoremata prima tantùm decem. Sed quomodo demonstrat? Theorema primum per symbola scribit; & pro omni argumento, *patet* (inquit) *ex calculo*.

B. An pleniorem exigis demonstrationem quam est calculus?

A. Minimè.Sed cum eædem propositiones per calculum demonstratæ extent apud *Clavium*, quorsum attinuit aliorum laborem σφετερίζεσθαι?

B. Fortasse ille brevius eas demonstravit.

A. Tantum

A. Tantum abeſt ut demonſtrationes *Walliſii* breviores ſint illis *Clavii*, (quanquam Symbolicè ſcriptæ) ut plusquam triplo ſint longiores: Et præterea citius intelliget lector quilibet etiam ſymbolicus decem illas demonſtrationes *Clavii*, quam quamlibet unam ex demonſtrationibus *Walliſii*. Denique propoſitiones illæ à quolibet, qui earum intelligit demonſtrationes Geometricas, non minus ad numeros applicari poſſunt quàm à *Clavio* applicatæ ſunt.

B. Pergamus ergo ad *Cap.* 24. *de Geodæſia*. Sed primo, dic mihi quid differt *Geodæſia* à *Geometria?*

A. Nihil, niſi quod quibusdam hominibus mirum in modum placet vocum Græcarum efformatio aliqua vel compoſitio nova, ad oſtentationem peritiæ linguæ Græcæ. Sed diu nunc eſt quod ea vox (ſignificans terræ diviſionem) pro parte artis Agrimenſorum uſurpata eſt. Noſti quam exigua & trita pars ea ſit Geometriæ quà utuntur Agrimenſores. Docetur autem hoc Capite novi nihil, ſed quomodo triangulorum (& proinde *Polygonorum* rectilineorum) areæ ad numerorum Calculum reduci ſolent.

B. Nonne etiam Circuli & Sectorum menſurationem, & quadraturam Circuli hic docet?

A. Scribitur quidem in margine libri, *Menſuratio circuli & portionum ejus*; & paulo inferius *de Circuli quadratura*; *& ratio perimetri circularis ad diametrum*. In textu autem negat ſe hæc docere, ſed de illis fuſius dictum eſſe dicit in ſua *Arithmetica Infinitorum*. Dicit præterea *Ioſephum Scaligerum, Severinum Longomontanum, & nuperrime Thomam Hobbes, immortales ſibi inde ſingulis laudes deberi ſomniantes, mirè hallucinatos eſſe*.

B. Socios adjungit *Hobbio* non ignobiles.

A. Sed quid habet ipſe *Walliſius de quadratura Circuli* in ſua *Arithmetica Infinitorum*.

B. Tu, ſi voles, videbis; nam afferam tibi etiam illum librum (poſtquam, hunc excuſſerimus,) excutiendum.

A. Caput 25 eſt *de quantitatum invicem comparatione quoad Differentiam, & quoad Rationem*, id eſt, ut vulgo loquimur de rationibus Arithmetica & Geometrica. Dicit autem ſciendum eſſe quantitates non niſi Homogeneas comparandas eſſe; & hoc quidem rectè. Deinde ſubjungit *ſi quis autem contrarium fecerit, puta, datæ lineæ ad datam ſuperficiem, vel Temporis ad Lineam Rationem inquirens, idem erit ac ſi quæſiverit quantum temporis æquetur Lineæ*.

B. Videtur hic repetere illud quod *Hobbio* ante objecerat, quod quantitatem Temporis cum quantitate Lineæ comparaverit.

A. Prætereo loquutionem illam barbaram, *idem erit &c.* Sed à te quæro

ro utrum idem fit quærere quam rationem habet quantitas temporis ad quantitatem Lineæ, & quærere quantum temporis æquatur Lineæ.

B. Puto.

A. Quantitas temporis quid eſt?

B. Nonne ipſum tempus determinatum?

A. Et quantitas Lapidis quid eſt?

B. Non eſt reſpondendum nunc ut prius, nempe eſſe ipſum Lapidem determinatum.

A. Refugis ſcilicet abſurditatem dicti, *Lapis eſt quantitas.* Attamen non minus abſurde dicitur tempus eſſe quantitatem.

B. Quid ita? Cum in prædicamento Quantitatis *Tempus* ſit, *Lapis* non ſit.

A. Quamdiu eſt, quod tempus ſit in illo Prædicamento, & à quo ibi collocatum?

B. Poſitum ibi eſt ab *Ariſtotele.*

A. Si non poſuiſſet non ibi eſſet, Nihil ergo agis niſi oſtendas quare ſic collocatum eſſe oportuit. *Tantum* quidem dicitur eſſe tam *Corpus naturale* quam *Tempus*; neutrum autem dici poteſt abſtracte *Quantitas.* Omnis enim Quantitas (ſi accurate loquendum eſt) aut *Longitudo* eſt, aut *Superficies*, aut *Solidum*, ſive ut quidam loqui ſolent corpus Mathematicum. *Tempus* autem & *Motus*, & *Vis* cæteræque res de quibus quæri poteſt quantæ ſunt, quantitates habent, quibus quantæ ſunt determinatur, aliquas vel aliquam ex illis tribus, nimirum illas ipſas quibus menſurantur. Temporis jam menſura quænam eſt?

B. Motus.

A. Scio. Sed ipſius motus quænam eſt menſura.

B. Linea. Nam per Lineas metimur Motus, ſaltem metiri poſſumus, & per Motum Tempus.

A. Rectè. Et quod menſuram metitur, metitur etiam Menſuratum. Eſt ergo Linea menſura Temporis, poteſt autem Temporis menſura comparari cum Linea, hoc eſt Linea cum Linea.

B. Imo neceſſe eſt ut comparetur, quia alioqui non eſſet menſura. Video jam quanquam abſurdum ſit Lineam dicere Tempori æqualem eſſe, non tamen abſurde dici quantitatem Lineæ æqualem eſſe Temporis quantitati. Aſſentior ergo tibi, quæri poſſe Rationem quantitatis Temporis ad quantitatem Lineæ, etſi non ad ipſum Tempus, ut neque ullius quantitatis ad Corpus naturale. Pudet ergo mei, tum etiam *Walliſii*, cui in hac re & nonnullis aliis nimium temere crediderim. Sed non ſatis intelligo cur potius *quantitatem Lineæ* dicis quam ſimpliciter Lineam.

A. Quia accuratè loquentes Lineam dicemus eſſe *Longam*, potiùs quam *Lon-*

Longitudinem. Est enim Linea id quo longitudines mensuramus, nempe corpus aliquod, ut funis, virga, brachium, pes, vel aliquid simile; & quia dum eo utimur in rebus mensurandis, unam ejus dimensionem nempe longitudinem solam consideramus, ob eam rem obtinuit habere & dici longitudinem.

B. Fuimus sanè ego & *Wallisius* tardiores quam ut hæc ita esse (nisi ab aliis moniti) intelligeremus; cæterum ego aliquanto magis cavi quam ille, ne deridere viderer ea quæ non satis intelligerem, & postea vera esse apparerent. Non ergo comprobo ea quæ subjungit, nimirum, Quærere quam Rationem habeat quantitas Lineæ, ad quantitatem Temporis *non minus absurdum esse, quam si quæratur quot colores constituunt sonum, & quot soni constituunt gravitatem*.

A. Sed ille se à scommatis abstinere ideo non potuit, quia ex eorum numero est, qui de iis quæ semel conceperint, dubitare non possunt.

B. Quos dicis?

A. Eos dico qui in civitate degentes, civitatisque commodorum participes, & à civili potestate accipientes quod vivunt, summo tamen imperanti civitatis imperare, saltem non obedire, postulant.

B. Mitte ista. Perge legere.

A. Ita faciam. Vides interim quantitates Temporis & Lineæ esse Homogeneas; Homogeneæ enim quantitates sunt(ut in superioribus Colloquiis agnovisti) quarum mensuræ ἐφαρμόζουσι. Accedens inde ad distinctionem Rationis Arithmeticæ à Ratione Geometrica, Illam esse dicit *qua comparantur magnitudines secundum differentiam*, & id quidem recte; *hanc, secundum quam una est alterius quotupla vel quantupla*.

B. Quid est illud quantuplum? Latinum certe non est.

A. Ἀπορία λόγων βήξ Proverbium Græcorum quod Latine sonat, *cui hæret oratio tussit*, verum est; sed & verum est eos qui dicendo progredi aliàs nesciunt, necesse aliquando habere nova verba cudere quæ nihil significant non plus quam tussis. Nam cum deberet dicere rationem Geometricam esse tunc cum una quantitas tanta est respectu alterius, quemadmodum superius dictum est, & ignorans naturam rei dixit esse tunc cum una quantitas est quantupla alterius.

B. Imo vero non ignorans, sed nolens videre edoctus ab *Hobbio* (nam is illum hoc docuerat) voluit saltem aliter loqui, ut videretur dissentire. Infæliciter.

A. Paulo post, eadem exemplo illustrans, *Secundo* (inquit) quæsito satisfit ubi ostenditur quotuplum sit *hoc ad illud* (voluit dicere *hoc illius*) omissa voce *quantupla*. Ex quo intelligitur Rationem *diametri* ad *Latus*, Geometricam non esse, cum altera alterius totupla esse non possit.

Itaque

Itaque melius aliquanto fecisset, si retinuisset *quantuplum*.

B. Quomodo vertitur Anglicè *quantuplum* vel *tantuplum*.

A. Viderint lectores Angli. Sed lego. [*In posteriori de Ratione sive proportione quæritur, differentia interim minime considerata.*] Quid ? in comparatione Geometrica 4 ad 2 vel 2 ad 1 nullane habita est ratio differentiæ ?

B. Æque ac in Ratione Arithmetica. Nam differentia inter 4 & 2 est dimidium Antecedentis, & differentia inter 2 & 1, est item dimidium differentiæ inter antecedens & consequens, Quarum differentiarum si nulla haberetur consideratio, nulla consideraretur omnino ratio.

A. [*Divisionis* (inquit) *quotiens ostendit Rationem dividui ad divisorem.*] Verum est. Sed in sequentibus, quoties proposito suo expedit, quotientem semper dicit esse dividui ad divisorem Rationem ipsam; quippe qui absque eo Regulam Auream demonstrare non potuisset, Si *Pondus* (inquit) A *sit ad Pondus* B *ut Linea* α *ad Lineam* β, *non tamen dici potest (vicissim) ut pondus* A *ad Lineam* α *ita pondus* B *esse ad Lineam* β.

B. Siquidem per *pondus* intelligat *ponderis quantitatem*, non video cur non possit ita dici. Nam quantitates ponderis & Lineæ exhiberi possunt in duabus Lineis.

A. Consentanea hæc sunt iis quæ ubique habet loquens de Natura Quantitatis; confundit enim *Abstractum* cum *Concreto*, *quantitatem* cum *quanto*, tanquam significarent idem. Sed vide quam imperite loquitur in sequentibus. Nosti Geometras, quando datur area rectanguli cum uno coefficentium, latus alterum solere invenire per Applicationem areæ ad latus datum; Arithmeticos autem dato numero & uno numerorum per quorum multiplicationem factus est, alterum invenire per divisionem. Itaque propter similitudinem methodi, Divisio Arithmeticorum & Applicatio Geometrarum pro eadem re haberi consuevit. Exempli causa, si rectangulum dicatur esse 12 intelligitur continere 12 Rectangula æqualia & toti similia; quod si dividatur per 6, intelligitur per 6, sex ex istis rectangulis. Ita ut si quæratur quoties 6 rectangula contineantur in 12 rectangulis ejusdem cum illis magnitudinis, respondebitur (secundum quotientem) 2. Itaque Applicatio Geometrarum & Divisio Arithmeticorum eadem fere res est, ut & Ductio Geometrarum, & Arithmeticorum multiplicatio; nisi quod multiplicatio Lineæ per numerum nunquam producit superficiem sed Lineas; nec Applicatio numeri ad planum facit unquam Lineam.



Quod autem latus, id est linea per applicationem prodeat, cum per divisionem prodeat numerus rectangulorum, id contingit quia similitudo & æqualitas rectangulorum facit, ut alterum quidem indicet numerum rectan-

rectangulorum ſimilium & æqualium, alterum vero numerum multiplicantem. Neque in rectangulis tantum ſed etiam in quibuslibet Parallelogrammis idem accidit. Quod cum ille non videret mirè ſe torquet, cruda & indigeſta cogitata ſua explicare cupiens. Itaque diviſionem eſſe negat (niſi καταχρηστικῶς) quotientemque non proprie dici id quod prodit, nec reſpondere queſtioni *quot* aut *quoties*; cum tamen manifeſtum ſit, id quod prodit eſſe latus cujus ſegmenta ſunt numerus ſegmentorum indicans quoties numerus minorum Parallelogrammorum contineatur in Parallelogrammo toto. Exempli gratia, in Parallelogrammo A B C D, diviſo A B in 6 partes æquales, & A C in 2 partes æquales A E, E C, Latus A C (nempe quotiens) eſt 2, indicans ſex parallelogramma contenta in A F, contineri bis in toto parallelogrammo B C. Deinde paulo poſt, *ubi magnitudo* (inquit) *aliqua numero dividitur, non tam diviſio eſt quam multiplicatio.* Quod falſum eſt; imo vero abſurdum, magnitudinem per numerum dividi, ut nulla tamen fiat diviſio. Nam ſi quæratur quoties 2 A reperiantur in 1 A reſpondetur accurate $\frac{1}{2}$ ſemel, æque acſi quærenti quoties 12 continentur in 6 reſponderetur $\frac{6}{12}$. At *quæritur (inquit Walliſius) quoties numerus quadratorum in Area* A B, *contineat numerum Longitudinum in latere* A, *ut proveniat numerus Longitudinum in latere* B. Itaque in numero quadratorum, id eſt, in parallelogrammo continetur numerus longitudinum, id eſt, longitudines aliquot faciunt ſuperficiem. Quod & abſurdum eſt, & contra ea quæ proxime ante dixerat, nimirum, *hic non quæri quoties* A *continetur in plano* A B. Sin per numeros quadratorum & longitudinum intelligi vult numeros ſimpliciter, ut ſenſus ſit, numerum aliquem ſimpliciter (id eſt) nullarum rerum numerum contineri in Area parallelogrammi A B, loquitur aliquanto etiam abſurdius.

B. Veritatem circa differentiam inter Applicationem plani ad lineam, & diviſionem numeri per numerum pauci ſunt qui non intelligunt, ſed videntibus quaſi per nubem, utrum accuratiſſime conveniant inter ſe nec ne, non ſatis conſtat.

A. Imo vero potius id quod conſtat neſcientes eloqui, coguntur à ſua ipſorum ἀκυρολογία veritati quam enuntiare neſciunt contradicere. Quod proxime ſequitur *Rationes omnes* (ſubaudi Geometricas) *quorumcunque ad invicem quantitatum eſſe inter ſe Homogeneas* peracutum eſt, adeo ut non intelligatur. Vbi definivit *Homogeneum?*

B. Nuſquam. Sed definiiſti tu Homogeneas quantitates eas eſſe quarum menſuræ congruere poſſunt.

A. Sed quænam menſura eſt qua computantur inter ſe duæ rationes? Per Lineam minorem metimur majorem; & per ſuperficiem minorem, majorem ſuperficiem; nimirum, unam alteri ſuperponendo. Sed an

&

& rationem majorem superponendo metimur, vel ratio rationi superponi potest?

B. Minime. Sed possunt quantitates ipsæ quarum ratio quæritur una supra aliam poni, & Rationes ipsæ sic comparari; ut fecit *Hobbius*, *Cap.* 13. *Art.* 6. Libri *de Corpore*, in quo Capite Theoremata *El.* 5 Euclidis omnia, & nonnulla alia non minus pulchra, breviter & perspicue Demonstravit.

A. Si ab illis quæ ibi dicta sunt suam hanc rationum Homogeneitatem derivavit, recte fecit; id nescivit tamen. Præterea quod dicit Lineam & Pondus Heterogenea esse, verum est, potest tamen esse ut eorum quantitates sint Homogeneæ; nam ut Lineæ ad Lineam ratio in duabus lineis exhibetur; sic etiam eorum ponderum ratio in duabus lineis exhiberi potest. Vt enim cubus ad cubum ejusdem materiæ duplum, ita est pondus, ad pondus duplum; & ut utrumvis ad suum duplum, ita linea ad lineam duplam, Erit ergo ut quantitas ponderis ad longitudinem lineæ quæ ipsum repræsentat, ita quantitas ponderis dupli ad longitudinem lineæ duplæ ipsum repræsentantis. Sed pergo. [*Si comparetur* (inquit) *quoad rationem quadripondium & bipondium, Ratio est dupla; si Linea quadrupedalis ad pedalem, Ratio est quadrupla; quæ rationes ad invicem comparari possunt, nempe, hæc illius dupla est.*] Bene se habet. Sed quid si pro *quadripondio* & *bipondio* posuisset sex pondo & tripondium; & pro Lineis quadrupedali & pedali lineam 12 pedum & 3 pedum, quomodo argumentum ejus quadrasset? Quomodo (inquam) rationem posteriorem prioris quanta pars esset ostendisset?

B. Sic. Si comparatur quoad rationem sex pondo & tripondium ratio est dupla; si linea 12 pedum comparatur cum linea 2 pedum oritur ratio sextupla. Quæ rationes comparari possunt, nempe hæc illius erit tripla.

A. Quid ita? rationem 12 ad 2 triplam esse censes rationes 6 ad 3?

B. Video. Nam ratio 16 ad 2 est tripla rationis 6 ad 3; sed fraudi illi & mihi fuit, quod in exemplo *Wallisiano* tum quantitates, tum rationes altera alterius dupla est; id quod contingit in progressione per duplationem sola, aliàs non item. Sed miror cur hic dicit rationem 4 ad 1 duplam esse rationis 2 ad 1, cum ipse in Elencho multis & malis verbis contendat rationem illam dicendam esse non duplam, sed duplicatam.

A. Deinde causam reddens discriminis inter comparationem duarum quantitatum quoad differentiam & comparationem earundem quoad rationem, imperitiam suam ostendit etiam amplius. Nam eum ostendere deberet differentias *quantitatum* excessuum vel residuorum esse Homogeneas, ostendit tantum ipsa *quanta*, nempe excessus & residua, esse Homogenea.

mogenea. Nescit enim distinguere inter *quantum* & *quantitatem*. Secundo, cum dicat *Vbi autem comparatio fit quoad rationem, quæ emerget ratio comparatorum genus non raro deserit, & transit in genus numerosum*, manifestè prodit harum rerum ignorantiam invincibilem.

B. Invincibilem?

A. Talem, inquam, quæ à nullius hominis alterius ignorantia superari potest. *Comparatio* (inquit) *non raro relinquit comparatorum genus*. Concedit ergo quòd relinquit comparatorum genus aliquando. Sunt ergo *comparatio* & *comparatum* aliquando Homogenea. Præclarè pro gradu Doctorali & officio Professoris Geometriæ.

B. Vide quæso (omissis quæ ille erravit) an ego sensum tuum de hac re satis capiam. Videris enim tu sentire Rationem Rationi, Geometricam Geometricæ, & Rationem Rationi, Arithmeticam Arithmeticæ homogeneam esse.

A. Ita.

B. Et Rationem Geometricam Arithmeticæ Heterogeneam.

A. Etiam.

B. Et in *quantis*, lineam lineæ, superficiem superficiei, & solidum solido Homogenea; sed altera alteris Heterogenea.

A. Nimirum, sic sentiunt omnes?

B. Sed quantitatem (in abstracto) cujuscunque rei quantitati (in abstracto) cujuslibet alterius rei, Homogeneam esse, ideoque linearum, Superficierum, Solidorum, Temporis, Motus, Vis, Ponderis, Roboris, Resistentiæ quantitates esse Homogeneas, etsi ipsæ res sint Heterogeneæ.

Item, loquendo de iisdem rebus pluraliter, quantitates plurium linearum, superficierum, solidorum, temporum motuum, virium ponderum, resistentiarum esse Homogeneas, tum inter se, tum etiam Numero; Numerum autem non esse quantitatem, sed quantitates vel quanta, vel plura quæcunque. Nonne ita est?

A. Ita profectò arbitror.

B. Et ego; nam clarè & accuratissime quod res est, eloquutus es.

A. Quid autem volunt ista postrema verba *Et transit in genus Numerosum*?

B. Valent illa forte in homine Mathematico, idem quod tussis in Oratore.

A. Sed vide id quod sequitur; primo an sit verum; secundo, an consentaneum illis quæ aliâs dicere solitus est. Verba hæc sunt, *Et quidem cum duplum & dimidium, triplum & triens perinde pro Rationum nominibus habenda sint, dimidii autem & trientis notæ* $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ *numeris (fractis) accenseantur, quidni & dupli, tripli notæ* $\frac{2}{1}\frac{3}{1}$ *vel* 2. 3? *Atque hac potissimum de*

causa

causa ego totam doctrinam rationum Arithmeticæ potius quam Geometricæ speculationis esse autumo.

B. Neque vera sunt neque dissentanea iis quæ sensit scripsitque pluribus in locis; nec tamen iis quæ in nonnullis aliis locis scripsit monitus consentanea. Plerumque enim, ut nunc, numerum fractum (sive Quotientem) eandem rem esse dicit cum ratione. Sed cum monitus ab *Hobbio* esset, numeros fractos, quotientesque omnes esse quantitates absolutas; rationem autem omnem quantitatem comparativam esse, negavit se dixisse, quotientem esse rationem ipsam, sed rationem esse *penes* quotientem. Tractatus ejus de *Arithmetica Infinitorum* totus eo fundamento nititur, quod quotiens sit ipsa divisoris ad dividendum ratio, ut quod $\frac{1}{3}$ sit ratio 1 ad 3.

A. Si ita est, neque totus iste tractatus ullius est pretii, neque is qui illum scripsit. Scripserat *Oughtredus* Cap. 6. *Clavis Mathematicæ* sub initium, quod quotiens divisoris ad dividendum rationem *indicat*, Verum in Editione Anglica invenio eo loco, quotientem *esse* rationem illam ipsam. Forte ergo Liber ille Anglicus ex versione est ipsius *Wallisii*.

B. Nescio, sed parum refert; non enim creditur *Oughtredum* sic verti voluisse.

A. Pergens, *Comparationem quæ est quoad differentiam, ad quantitatem; at quæ quoad rationem, ad qualitatem referendam esse ait.* Nempe illam ad prædicamentum *quantitatis*, hanc ad prædicamentum *Qualitatis*. Sed quare? Quia ab *Euclide* definitur ποιὰ σχέσις. En hic καπηλεγμανίαν Professorum Academicorum. Quid autem significat ποιὰ σχέσις?

B. *Habitudinem qualitativam* ut ille nunc vertit. Sed fateor me non intelligere neque quid sit *Habitudo*, neque quid sit *Qualitativa*. Dices fortasse tu hoc loco tussiisse etiam *Euclidem*.

A. Sequuntur deinceps duæ Paginæ in quibus interpretatur quid sint *Progressio Geometrica* & *Progressio Arithmetica, continua & interrupta*, Ubi non tam deest veritas quam abundant verba. *Cap.* 26. Continet solutiones quarundam quæstionum facilium per Progressionem Arithmeticam, sine demonstrationibus, ut apud vulgus Arithmeticorum Practicorum. *Cap.* 27. eadem & nonnulla alia ejusdem generis per symbola demonstrat, minus perspicuè, nec brevius quam possint demonstrari oratione plena. Denique capite 28 eadem brevius scribit sed obscurissimè. Caput 29 continet Criticismos super vocibus *Ratio Rationalis*, ῥητὸν, ἄλογον, ἄῤῥητον, ποιὰ σχέσις, *Quantuplum* &c. quorum Criticismorum aliquos superiùs absurdos esse ostendimus. Itaque Caput hoc dimisissem jam, nisi quod præterire non placet, quod dicit *Euclidem quidem*

dem in Elemento decimo rationales appellare Lineas quæ potentia tantum sunt commensurabiles. Verum alibi non raro, obtinet rationalia tantum ea dici quæ & σύμμετρα sunt; ut proinde sit ἄλογον sive ἄρρητον, atque ἀσύμμετρον. Non enim puto aut *Euclidem* usquam, aut Geometram alium quemcunque ἄρρητον & ἀσύμμετρον pro eodem usurpasse. Non ergo illi credendum esse nisi Authorem & locum indicaverit. Quis enim qui *El.* 10. legerit nescit infinitas numero esse quantitates, inter se commensurabiles, quæ tamen sint irrationales; propterea quod τῇ ῥητῇ arbitrariè sumptæ commensurabiles non sunt. Pars hujus Capitis reliqua continet partem eorum quæ habet *Clavius* ad finem Elementi quinti de distributione rationum in suas species, nimirum *multiplicem, submultiplicem, superparticularem, superpartientem* &c. Præterire autem non possum verba ejus hæc, *Et quidem ipsæ fractiones nihil aliud sunt quam rationes.* Nolo diutius neget se quotientem dicere divisoris esse ad Dividendum Rationem. Neque hæc, *fractionis itaque Numerator & Denominator perinde sunt atque rationis antecedens ad consequens.* Quæ (etsi vera sunt) verbis illius prioribus contradicunt. Neque hæc, *Sunt enim rationes non minus quam numeri veræ quantitates.* Nam si quantitates rationum effari cogeretur, necessarium esse videret, pro ratione æqualitatis ciphram ponere, id est confiteri quod ratio æqualitatis media est inter rationem quam habet quantitas ad quantitatem, & rationem quam habet privatio quantitatis ad privationem Quantitatis; & proinde quantitatem rationis quam habet æquale ad æquale esse nihil. Sequitur *Cap.* 30. de rationum compositione.

B. Differatur si vis, in diem crastinum.

DIALOGUS QUARTUS.

A. ETiam hodiernus nobis sermo totus fere erit de *rationibus.* Capite præsente de rationum agit compositione, prout definitur ab *Euclide* (El. 6. Def. ult.) *Ratio ex rationibus componi dicitur quando rationum quantitates inter se multiplicatæ efficiunt aliquam rationem.* In Græco πηλικότητες λόγων. Sic enim invenio in libro cujusdam Anonymi edito centesimo ab hunc anno in quo sunt definitiones & propositiones *Euclidis* omnes Græce scriptæ. *Wallisii* liber ut videtur loco hujus definitionis hanc habet *quando rationum quantitates inter se multiplicatæ aliquas effecerint.* Quæ duæ lectiones sensu nihil differunt. Nam si duo termini unius rationis multiplicentur in duos terminos alterius rationis (id est, Antecedens in Antecedentem, & Consequens in Consequentem) orietur ratio ex duabus illis rationibus composita; vel quod idem est, orientur duæ quantitates quarum ratio æquatur duabus illis rationibus simul sumptis. Itaque, compositio

sitio rationum est rationum (unius ad alteram) Additio, ut supra ostensum est. Quare compositio rationum de qua hic loquitur *Euclides*, est ipsissima rationum unius ad alteram Additio.

B. Manifestissime. Additio tamen hæc per multiplicationem perficitur.

A. Verum. At non per multiplicationem rationum, sed per multiplicationem terminorum, termini autem non sunt *Rationes* id est *Relationes* sed *Correlata*, quas *Euclides* hic appellat *Rationum quantitates*.

B. Ita est.

A. At *Wallisius* hæc non intelligit, ut per proxima ejus verba manifeste apparebit; sunt autem hæc, [*Quid per rationum quantitates intelligit Euclides non inter interpretes convenit: num scilicet ipsos terminos; num quod ex eorum comparatione provenit.*] Quæ proveniunt inde, nempe, à multiplicatione terminorum in terminos, habent quidem rationem ex propositis rationibus compositam, termini autem rationum componendarum esse non possunt.

B. Profecto *Euclidem* hoc loco Professor noster non intellexit. Neque (credo) Authorem ullum vidit qui quantitates rationum eo modo interpretatus sit.

A. Aliàs quoque animadverti eum quæ scripsit dubitans an essent vera necne, *quibusdam*, id est Authoribus Anonymis, individuis vagis attribuere. Sed quid tibi videtur oratio hæc, [*Utrumvis autem dicatur perinde est. Puta, si rationis* A *ad* B *termini in terminos rationis* α *ad* β *respective, ducantur; nempe* A *in* α, B *in* β, *ut proveniat ratio* A *in* α *ad* B *in* β; *sive etiam ratio* $\frac{A}{B}$ *ducatur in rationem* $\frac{\alpha}{\beta}$ *ut proveniat* $\frac{A}{B}$ *in* $\frac{\alpha}{\beta}$ *perinde est.*]

B. Oratio quidem valde symbolica est, sed quam non intelligo. Nunquam enim multiplicari aliquid audivi, neque imaginari possum, nisi ut fieret vel multiplo major (nempe quando multiplicatio fit per numerum integrum) vel multiplo minor, (quando multiplicans est numerus fractus.) Non itaque intelligo quomodo aliquid multiplicari possit nisi per numerum integrum vel fractum. Veniam ergo mihi dabit *Wallisius* si non intelligam quomodo ratio A ad B duci possit in rationem α ad β. Rationem per numerum multiplicari posse scio, ut quando ratio multiplicata per 2 duplicatur, & per 3 triplicatur, & per $1\frac{1}{2}$ fit ratio rationis sesquialtera.

A. In omni multiplicatione fit ut multiplicans ad unitatem, ita productus ad multiplicatum. Itaque quot continet unitates ratio A ad B, toties $\frac{A}{B}$ in $\frac{\alpha}{\beta}$ continet rationem α ad β sanine sunt qui sic loquuntur?

quuntur? aut Professorem talem ferre æquum est Academicos, si ad illum expuendum satis haberent virium? Paulo post cum dixisset rationem duplam componi ex sesquialtera & sesquitertia (quod verum est si per rationem duplam intelligit rationem dupli ad simplum; alioqui falsum. Nam dupla ratio exponi per pauciores quam tres terminos non potest; ut nec ratio simpla per pauciores quam duos.

Subjungit [*hoc est, ut loquuntur musici, ex Diapente & Diatessaron componitur Diapason.*] Verumne hoc?

B. Equidem Artis Musicæ Imperitus sum. Scio tamen ex diapente, & diatessaron componi diapason.

A. Sed à tono imo ad quintum quot numerantur toni?

B. Si extremi assumantur, quatuor cum semitonio.

A. A quinto ad octavum quot?

B. Si itidem extremi numerentur, tres cum semitonio. Intercedunt autem inter imum & quintum toni duo & semitonium; inter quintum & octavum, tonus & semitonium, & summus tonus duplo acutior est quam imus.

A. Quomodo autem conveniunt hæc cum compositione rationis sesquialteræ & sesquitertiæ ad faciendam rationem duplam?

B. Nescio, nisi rationum apud Musicos & Geometras diversa sit computatio.

A. Videri vult scriptor hic omnium artium peritus esse cum sit omnium quidem artium imperitus, duarum autem, quas profitetur, Theologiæ & Geometriæ imperitissimus. Quod habet deinde de rationis à ratione Ablatione (quam hic vocat *ἄνευ περιασὸς* rationis imminutionem) per Divisionem, respondit è contrario iis quæ habentur de rationum (quæ fit per terminorum multiplicationem) compositione, nec poterat id non videre.

Sed & aliter ratio à ratione detrahi potest, sine divisione. Nam si ratio 2 ad 3 detrahenda sit, ex ratione 4 ad 5, & fiat ut 2 ad 3 ita 4 ad aliam 6, erit ratio residua ratio 6 ad 5; ut expositis numeris 4, 6, 5, videre est. Nam subducta ratione 4 ad 6 (id est 2 ad 3) ex ratione 4 ad 5 relinquitur ratio 6 ad 5.

A. Lego. [*Utrum hæc Rationum compositio, additio judicanda sit, an multiplicatio, haud satis videtur apud Arithmeticos (vel etiam Geometricos) constare.*] Videtur his verbis respicere ad *Clavium* qui ad Prop. 23. El. 6. Contendit *compositionem hanc & detractionem non esse proprie Additionem & Substractionem*; *quia aliàs* (inquit idem *Clavius*) *esset totum æquale parti, & minus; & major proportio posset detrahi ex minore.* Quæ (ut videntur illi) absurda, pluribus exemplis ex opinione contraria deducit, ad finem El. 9.

B. Nescien-

B. Nescientibus rationis majoris ad minus, id est quantitatis ad quantitatem naturam diversam esse à ratione minoris ad majus, id est, privationis quantitatis ad privationem quantitatis, & mediam inter utramque esse rationem æqualium, satis absurde sonat, majorem rationem à minore detrahi posse, & totam rationem ejusdem parte esse minorem. Sed si considerare vellent quod qui addit privationi privationem, quantitatem facit minorem; & qui privationem à privatione detrahit, quantitatem facit majorem, facile dici ferrent rationem majorem à minore, & totam à parte posse substrahi.

B. Erravit, scio *Wallisius*, sed cum doctissimo *Clavio*.

A. Doctissimo quidem Jesuitarum, & Scriptore omnium sæculorum diligentissimo. *Wallisius* autem non ut ille quæsibundus erravit, sed errorem illius amplecti satis habuit, quomodo quærendum ulterius esset ignorans. Attamen obtinuit (etiam contra sententiam *Clavii*,) ut vocetur *Compositio rationis* (propter vim, credo, etiam intus latentis veritatis) *Additio* potius quam *Multiplicatio.* Sed id ægrè fert *Wallisius*, *quia certum est* (inquit) *quantitates invicem multiplicari non addi.* Quasi diceret, *quia compositio rationum fit per multiplicationem terminorum, ergo compositio Rationum est Multiplicatio Rationum.* Itaque paulo post, *designandam autem malim* (inquit) *per notam* x *Multiplicationis quam per* † *Additionis.* Adeoque quæ ex $\frac{A}{\alpha}$ & $\frac{B}{\beta}$ componitur ratio, scribenda est $\frac{A}{\alpha}$ x $\frac{B}{\beta}$ non autem $\frac{A}{\alpha}$ † $\frac{B}{\beta}$.

B. Certe non male scribi credo A ad α † B ad β pro compositione rationem A ad α & B ad β; quanquam pro multiplicatione fractionum male scriberetur $\frac{A}{\alpha}$ † $\frac{B}{\beta}$ & recte $\frac{A}{\alpha}$ † $\frac{B}{\beta}$.

A. Ita sane, si modo per symbola scribere omnino necessarium esset. Quod addit, [*Adeoque tota illa de fractionum multiplicatione & divisione tradenda doctrina, de rationum continuatione & imminutione pariter intelligendum erit; sunt enim ipsissima eadem res,*] Promissio est Capitis 45 de fractionum & rationum rationibus ab initio usque ad finem absurdissimi. Deinde, *non idem* (inquit) *sonat ratio duplicata, triplicata* &c. *quod ratio tripla, dupla*, &c. Est in sono (fateor) aliquod discrimen, ut inter dissyllaba & quadrisyllaba, sed tamen idem significant. Nam quicquid duplicatur fit non minus duplum quam duplicatum; & quod subduplicatur (ignosce loquenti non Latine) fit non minus dimidium quam subduplicatum. Et ut ratio 1 ad 4 est duplicata rationis 1 ad 2, ita etiam dupla est, nempe ratio defectus duplicata sive dupla.

B. Memini hæc eadem eodem modo explicata esse in Colloquiis superioribus, & vera esse satis sentio.

A. Quod

A. Quod autem ratio iterata non dupla dicenda sit sed duplicata, confirmatum putat ab *Euclide*, qui perpetuo utitur hoc sensu vocibus διπλασίονα, τριπλασίονα, &c. non δίπλουν, τρίπλουν, neque διπλάσιον, τριπλάσιον; sed vim nullam habet; nam utitur διπλασίονι in Prop. ult. El. 9. Et in Prop. 20. El. 3. ad significandum rationem dupli ad simplum. Non itaque verum est quod ea utitur perpetuo in sensu altero. Praeterea fieri potest ut *Euclides* non satis ipse perspexerit rationis naturam; imo vero fieri aliter non potest, cum definierit rationem per ποιὰ σχέσις.

Capite 31, ubi tractat Progressionem Geometricam, Regulam affert generalem, qua terminorum omnium invenitur summa, nimirum hanc, [*si terminus ultimus per communem rationem multiplicetur (sive quod tantundem est Progressio per unum adhuc gradum continuetur) atque inde auferatur terminus primus, & quod restat per numerum unitate minorem quam est communis ratio dividatur, prodibit progressionis summa.*] Quam regulam *deinceps* demonstraturum se esse dicit. Id autem quod deinceps legitur demonstratio non est, sed indicatio quod ita contingit esse in progressione numerorum ipsius arbitrio sumptorum. Neque si in progressione omni numerorum tuo meove arbitrio sumptorum idem contingeret, non tamen demonstratio esset; tum quia causa accidentis non apparet, tum etiam quia inductio particularium, nisi numero infinitorum, regulam non facit universalem.

B. Verba ejus haec, *Regulae demonstrationem deinceps exponemus*, non spectant ad id quod sequitur, nimirum, *si in progressione adjuncta*, &c. sed ad id quod habetur Capite 33 ad Numerum 68 qui incipit, *si terminus maximus*, &c.

A. Ergo vocem illam *deinceps* toties ubique, praesertim in libris Mathematicis, occurrentem Criticus Mathematicus doctor ille non intellexit.

B. Fortasse regulam tamen quam hic exposuit, illic demonstrabit.

A. Certone?

B. Puto. Verum si regulae demonstrationem aliquam ejus ipse habes profer quaeso.

A. Sciendum prius est, in omni multiplicatione esse ut Numerus productus ad numerum multiplicandum, ita multiplicantem ad unitatem.

B. Scio. Nam opus Multiplicationis aliud non est quam numerum invenire qui toties contineat multiplicandum quoties multiplicans continet unitatem.

A. Tenes. Sit ergo numerorum quotlibet continue proportionalium series A. B. C. D. in qua A sit minimus. Fit ergo B ex multiplicatione A per aliquem numerum integrum vel fractum, sit multiplicans primo integer quem tu vis.

B. Sit

B. Sit multiplicans 3.

A. Est ergo 3 A--B, & 3 B--C, & 3 C--D; & ut A ad B, ita 1 ad 3, ut tu modo ipse demonstrasti.

B. Concedo.

A. Sed in proportionalibus ut primum antecedens ad primum consequens, ita summa antecedentium omnium ad summam consequentium omnium.

B. Rectè.

A. Et in serie proposita A. B. C. D. omnes antecedentes sunt A. B. C, & omnes consequentes B. C. D. Quare ut 1 ad A † B † C, ita 3 ad B † C † D. Et proinde 3 A † 3 B † 3 C--B † C † D. Et subductis utrinque B † C, restabit hinc quidem D, illinc autem 3 A † 2 B † 2 C. Habemus ergo æquationem unam D--3 A † 2 B † 2 C; & sublato utrinque A, æquationem alteram D--A--2 A † 2 B † 2 C. Quare diviso numero dato D--A per 2, quotiens erit A † B † C; cui adjunctus datus D dat summam quæsitam.

B. Nihil clariùs. Sed sit jam multiplicans numerus fractus, puta $\frac{3}{2}$.

A. Erit igitur B-- $\frac{3}{2}$ A; & C-- $\frac{3}{2}$ B; & D-- $\frac{3}{2}$ C; & proinde ut A ad B, ita 1 ad $\frac{3}{2}$. Item ut A † B † C ad B † C † D, ita 1 ad $\frac{3}{2}$. Quare B † C † D-- $\frac{3}{2}$ A † $\frac{3}{2}$ B † $\frac{3}{2}$ C. Et sublatis utrinque B † C, fit æquatio hæc D-- $\frac{3}{2}$ A † $\frac{1}{2}$ B † $\frac{1}{2}$ C; & rursus, sublato utrinque A, fit hæc, D--A-- $\frac{1}{2}$ A † $\frac{1}{2}$ B † $\frac{1}{2}$ C. Quare diviso D--A per $\frac{1}{2}$, erit quotiens A † B † C. Datur autem D. Cognita ergo est summa simul omnium.

B. Multo magis perspicua & amæna demonstratio hæc est quam illa Professoris nostri Algebrica.

A. Quidni? An comparanda est Algebra cum Methodo Analytica? sed de demonstratione *Wallisiana* videbimus inferius.

B. In numeris proportionalibus, terminorum ulteriorum investigatio apud nostrum ærumnosa est. Sed lege quæ sequuntur.

A. [*Progressionis cujusvis inchoatæ terminum ultimum à primo satis remotum invenire.*]

B. Operatio, inquam, quam docet per notationem exponentium, & iterationem, quam requirit, operis, ita ut nisi palpando progredi non liceat, & ignorantia finis, odiosa res est. Ostende igitur illius rei Methodum certam.

A. Sint continue proportionales A.B.C.D.E. Communis autem multiplicans sit M. Sunt igitur ipsis A.B.C.D.E. æquales A. M A. M M A. M M M A. M M M M A, (Si modo sumantur eodem ordine) singuli singulis. Vides ergo progressionem generari ex multiplicatione termini mi-

nimi A, primo per multiplicantem communem M; & deinceps, per ipsius multiplicantis poteſtates ordine aſcendentes, nempe, per M M quadratum, M M M Cubum, M M M M quadrato-quadratum, &c.

B. Video.

A. Et eſſe quot termini tot poteſtates aſcendentes, demptis duabus; nam M non eſt poteſtas ſed Radix. Multiplicationes autem tot ſunt quot ſunt (dempto uno) ipſi termini. Iam datis duobus tantum terminis primis datur M, nimirum dividendo B per A. Quæritur autem, verbi gratia, terminus poſt A quartus. Scribe M quater, ut M M M M. Quia ergo datur M, datur quoque M M M M. Datur autem & A. Datur ergo M M M M A terminus quæſitus, nempe quartus incipiendo à B. Multiplicationes enim una pauciores ſunt quam termini.

B. Teneo. Et ſiquidem terminus poſtularetur centeſimus, deberet M multiplicari in ſe nonageſies novies, & productus in A, ut haberetur terminus centeſimus.

A. Ita eſt; Sed labor aliquanto minor erit, ubi multi ſunt progreſſionis termini, ſi multiplicatio fiat per poteſtates altiores. Nam ſi multiplicans ſit 3, non eſt neceſſe aſcendenti ad Cubiculum, Multiplicationem incipere à 3; poſſumus enim incipere à Cubo ejus 27, vel ab alia altiore poteſtate cognita.

B. Sed cur tu pro multiplicante ponis M, cum *Walliſius* ponat ubique R.

A. In cauſa certè non eſt quod libeat ab illo diſſentiri, ſed ne alios, (ut ille) inducam in errorem. Ego enim pono M literam *Multiplicantis* initialem, ille R literam initialem *Rationis*. Nam in progreſſione (exempli cauſa) 2. 6. 18. concedimus ambo communem multiplicantem eſſe 3 ſive R, ſive M appellatur. Ille autem hoc amplius rationem 2 ad 6 eſſe 3. Et propterea quem numerum ego communem multiplicantem voco, appellat ille communem rationem; unde fit ut nonnulli illius ſecuti Authoritatem, rationem putent eſſe numerum, nimirum quotientem; quod eſt erroneum.

B. Imò verò abſurdum.

A. Video hic ſymbola ab illis quibus hactenus uſus eſt diverſiſſima.

B. Non ſunt illa Symbola Algebrica, ſed literæ Arabicæ.

A. Legitne ille Arabica, ut Clericus?

B. Neſcio. Sed à viro doctiſſimo & illius linguæ peritiſſimo accepta libro ſuo viſum eſt illi Arabica hæc inſerere. Nam Progreſſionis Geometricæ *exemplum inquit elegans eſt & vetuſtum & forte omnium primum*. Oſtenditur autem hoc exemplo in quam immanem ſummam per paucas duplicationes excreſcit unitas.

A. Oſten-

A. Oſtenditur præterea legiſſe illum Edwardi primi. *Statutum de menſuris Anglicanis*, ut eo tranſcripto videretur etiam peritus juris. Nam abſque his, quæ ad ſcientiam Arithmeticæ nihil pertinent, Caput hoc 31 vix contineret duas Paginas.

B. Datis terminis primo & ultimo, quomodo invenitur quem quis poſtularet terminus intermedius?

A. Dato quidem numero terminorum facillimè. Divido enim ultimum per primum, & quotiens erit poteſtas aliqua ex aſcendentibus; nempe ſi ultimus fiat à multiplicatione quadrati in terminum primum, erit terminus ultimus tertius; ſi fiat ex cubo in primum, erit ultimus quartus, & ſic deinceps; dato ergo terminorum numero cognoſco quota ſit in aſcendentibus poteſtas illa ex cujus multiplicatione in terminum primum fit ultimus. Diviſo ergo termino ultimo per primum, innoteſcit poteſtas illa cujus Radix propria eſt communis multiplicans. Exempli cauſa, ſi ſit progreſſio data 3. 6. 12. 24. 48. 96. & communis multiplicans M. Progreſſio hæc 3. 3 M. 3 MM. 3 MMM. 3 MMMM. 3 MMMMM. Eadem erit quæ eſt data. Datur autem numerus terminorum 6. Fit ergo 96 ex poteſtate quarta in 3, id eſt, ex Multiplicantis ſurdo-ſolido in 3. Diviſo ergo 96 per 3 habetur multiplicantis ſurdo-ſolidum 32, cujus radix propria nempe 2 eſt communis multiplicans. Quo multiplicante cognito, quilibet terminus intermedius ſtatim invenitur, ut qui fit ex 3 in 2, vel in 4, vel in 8, vel in 16, &c.

B. Methodus ut quæ procedit ab ipſa terminorum generatione recta eſt.

A. Capite 32 loquitur de origine & uſu Logarithmorum (ut ex primis ejus verbis manifeſtum eſt) imperitè. Verba hæc ſunt [*eſt autem ea quam ſuperiore capite tradidimus regula (de terminis remotioribus intermediis quaſi per ſaltum inveniendis) maximi quidem momenti Regula; non tam ob eum quem jam oſtendimus illius uſum, quam ob inſigniora quæ inde defluxerunt commoda. Ex hoc enim fundamento dependet Mirificum illud Logarithmorum Inventum.* Næ ille Nepperi inventoris & Briggii Logarithmorum inventorum excultoris, clariſſimis ingeniis non multum tribuit, qui principium tam facile inventionis aſſignat quam eſt ex datis primis terminis progreſſionis inventio ulteriorum. Præterea, quod per eam Regulam inveniri putet Logarithmos terminorum intermediorum falſum eſt. Nam è contrario qui hac utuntur regula non Logarithmos per terminos progreſſionis, ſed terminos progreſſionis inquirunt per Logarithmos datos, nimirum, per poteſtatum aſcendentium indices Arithmetice Proportionales.

B. Vnde ergo illi in mentem venire potuit tam inſigne inventum.

 A. Ob-

A. Obſervaverat ille inter duas quantitates extremas (cum mediæ interponi poſſint tum Geometricæ tum Arithmeticæ numero infinitæ) quanto plures interponuntur , tanto minus Geometricas & Arithmeticas inter ſe differre. Inde (nec aliunde) venit ei in mentem , quod valde multis mediis interpoſitis in Ratione Geometrica , totidemque in Ratione Arithmetica , alteræ ab alteris non differunt niſi in notis numericis à prima adeo remotis , ut poſtremæ (retentis prioribus) ſine damno calculi poſſint negligi , & per conſequens , ea quæ per multiplicationem & Diviſionem ſolebant ſupputari , per Additionem & Subſtractionem ſatis accurate expediri. Quæ deinceps ſcribit *Walliſius* de Logarithmorum uſu pauca ſunt & tranſcripta ex initio libri de Logarithmis editi à Briggio.

B. Videamus jam ea quæ continentur in Capite 33 de Progreſſione Geometrica per ſymbola.

A. Toto hoc Capite difficultas præter eam quam faciunt ipſa ſymbola fere nulla eſt. Itaque unius tantum Theorematis demonſtrationem examinabimus , in qua regulam demonſtrare conatur qua vulgò utuntur qui quærunt ſummam Progreſſionis Geometricæ datæ. Ait ergo ad Art. 68 , *Si terminus maximus in communem rationem ducatur ; & ex producto auferatur terminus minimus , reſiduumque per rationem communem unitate minutam dividatur , quotiens exhibet totius progreſſionis ſummam ; hoc eſt*

$$\frac{UR - A}{R - 1} = S.$$

B. Ita. Nam U eſt terminus Ultimus R communis multiplicans A terminus minimus.

A. Pergamus. [*Quis* (inquit) *hanc primus invenerit regulam plane ignoro, & quidem utut ea plerique utantur , non memini tamen me illam uſpiam demonſtratam vidiſſe; cum tamen vel maxime demonſtratione indigeat. Nobis ergo hanc libuit demonſtrationem comminiſci.*]

B. Lege demonſtrationem ipſam.

A. [*Ponamus* (inquit) *numerum terminorum* T--4. *Adeoque* A R *t* -- A R⁴. *Et dividenda proponatur* A R⁴ — A *per* R — 1. *Cum igitur ſit* R) A R⁴ (A R³.] Non amplius intelligo quid ſibi vult.

B. Dicit, ſi quantitas facta ſit ex multiplicatione A in R, & producti in 4, Quotientem eſſe factum ex A in R & producto in 3.

A. Non vult hoc ſed aliquid aliud.

B. Neſcio , ſed aliis in locis ſymbola ſimilia id ſignificant quod dixi. Ut *Pag.* 172. *l.* 23. ubi ſic loquitur , *quoniam* F) A B F (A B *ſcribo in quotiente* A B. Hoc eſt A B F diviſo per F Quotiens erit A B.

A. Recte quidem illud ; falſum ergo hoc, R) A R⁴ (A R³. Nam

R)

R) AR⁴ (A⁴ verum eſt. Si enim A⁴ in R facit AR⁴, etiam AR⁴ diviſus per R dabit quotientem A⁴.

B. Videtur hic lapſus eſſe aliquis vel feſtinantis calami, vel Typographi.

A. Sive lapſus ſit, ſive arcanum aliquod artis ſymbolicæ, vim certe habet omnem demonſtrationis hujus ulteriorem examinationem præcidendi. Tranſiliemus Caput 34. Vt quod nihil aliud eſt præter earundem demonſtrationum breviorem & fere totam ſymbolicè ſcriptam ſynopſin cæcam; Caput 35. eſt Elementi quinti *Euclidis* demonſtratio Arithmetica. Quod quidem Elementum ſymbolicè cuilibet & ſuis ſymbolis tranſcribere facile eſt.

B. Quid? Demonſtrationes ejus nihilne aliud ſunt præter tranſcriptiones?

A. Non id dico, ſed cum facile ſit demonſtrationes *Euclidis* una cum definitionibus ejusdem ſcribere ſymbolicè, facilius eſt Theoremata ejus inferre ex aſſumpta ſine demonſtratione Hypotheſi. Nam cum totum illud Elementum 5 ex definitione dependeat *ejusdem rationis*, ille neglecta definitione *Euclidis*, loco ejus ſubſtituit hanc. *Æqualitas ſive Identitas Rationis eſt æqualitas ſive identitas quotorum.* Deinde ſubjungit, *Puta ſi ſit* $\frac{a}{\alpha} = \frac{b}{\beta}$, eſt & a. α :: b. β. *& contra; quod nobis erit definitionis loco.* Similiter Rationem majorem & minorem definit ſic. *Vbi quotus major eſt, ibi ratio major; ubi minor, minor eſt.*

B. Propoſitio eſt, Definitio non eſt. Quanquam autem Definitio non ſit, ſed propria paſſio, vera tamen erit Demonſtratio.

A. Erit, modo ipſa paſſio fuerit prius demonſtrata.

B. Demonſtrata eſt Capite 33 per propoſitionem *Euclidis* 6. 16; nempe, *ſi quatuor quantitates fuerint proportionales, factum ab extremis æquatur facto à mediis, & contra.* Sed hoc *Euclides* in lineis, *Walliſius* in numeris demonſtrat.

A. Quid opus erat? Nam numerorum rationes omnes accommodari poſſunt Lineis, quanquam contra non omnes rationes linearum competant numeris. Sunt enim lineæ multæ inter ſe incommenſurabiles, numeri autem incommenſurabiles eſſe non poſſunt. Sed videamus ipſam Demonſtrationem. Capite 32, quo amandamur nihil eſt quod eo reſpicit.

B. Quære in Cap. 33, quod totum eſt de continuè proportionalibus. Lege Prop. 21.

A. [*Continue proportionalium, ſi duorum quorumvis rectangulum per terminum primum dividatur, prodibit terminus, cujus index ſive diſtantia à primo æquatur illorum indicibus ſimul ſumptis.*] Quod verum eſt. Dum autem propoſitionem

positionem ejus hanc 21 percurro, intelligo quid significant symbola prop. 68. ejusdem Capitis. Nam R (A R^4) A R^3 hoc significant, quod diviso numero qui fit ex A in 4 & ex producto A R multiplicato per potestatem cujus index est 4, quotiens erit factum ex A R in potestatem cujus index est 3. Quod non negatur. Sed hoccine est demonstrare, nimirum rem ita obscure enuntiare ut à nemine intelligi possit nisi qui non modo illius norit symbola, sed etiam methodo naturali idem potest demonstrare?

B. Etsi propositionem hanc veram esse ex tua perspexi demonstratione, nescio tamen an illius demonstratio sit legitima. Lego enim symbolica ista ut pueri *Homerum*, quibus ad singula vocabula adeundum est Lexicon. Illud autem A R_4 ne in Lexico quidem est.

A. Sit quidem vera demonstratio; at quomodo transferri potest ad proportionales quæ nec continuæ sunt, nec in eadem serie continuarum, quales sunt 2. 4 :: 3. 6. vel 3. 9 :: 4. 12. ubi distantiis & indicibus locus non est? Nondum ergo propositionem illam *Eucl. 6. 16.* demonstravit.

B. Redeamus ad *Cap.* 35. unde frustra digressi sumus.

A. Imo transiliamus & illud & proximum illi 36. Credo enim Elementum quintum ex Hypothesi quam ille assumpsit aut recte demonstratum esse, aut si vitium aliquod irrepserit (præter ipsam scriptionem symbolicam) non illius imperitiæ, sed Typographo vel transcriptori tribuendum esse. Est autem Cap. 36. ejusdem Capitis 35. Brachystenographia.

A. Caput 37 unicum habet problema hoc, datis tribus proportionalibus invenire quartum; quæ est regula aurea. Cujus constructio hæc est, *tertius multiplicetur per secundum, & productus dividatur per primum.* Quæ vera & vulgo recepta est Demonstrans autem sumit (quod Capite 25 loco definitionis nullo jure habuit) *ubi quotientes sunt æquales, ibi rationes sunt eædem, & ubi quotiens major est ibi major ratio, ubi minor, minor.*

B. Si sint duo quotientes æquales, exempli causa, numero 4 (qui est quotiens divisi 20 per 5) æqualis sit 4 (quotiens divisi 12 per 3) dicit ergo 4 ad 4 esse in eadem ratione; quod non intelligo, nam aliquid deest. Forte hoc vult, eandem esse rationem 20 ad 5, & 12 ad 3; vel $\frac{20}{5} = \frac{12}{3} = 4$.

A. Impropriè quidem loquutus est, verum autem est quod demonstrare voluit, nec fecit. Postquam enim dixisset, cum sit A. α :: B. β. subjungit, *hoc est* $\frac{A}{\alpha} = \frac{B}{\beta}$. Quod nondum constat, sed erat prius demonstrandum. Argumentatio ex concessa Hypothesi satis procedit. Sed demonstratio non est.

B. Regula

B. Regula Aurea quomodo aliter demonſtrari poteſt?

A. Eo modo quo demonſtratur ab *Euclide Elem.* 9. 19. Vel ſic; numeri plani ſunt rectangula ſub rectas quarum partes aliquotæ numerantur. In duobus autem rectangulis æqualibus, ut latus unum primi ad latus unum ſecundi, ita latus reliquum ſecundi ad latus reliquum primi. Quare in numeris planis æqualibus eſt ut factor unus primi ad factorum utrumvis ſecundi, ita coefficiens ſecundi ad coefficientem primi. Si dentur ergo tres numeri A, B, C, & quæratur D, quia factus ex A in D æqualis eſt facto ex B in C, diviſoque A D per A proveniet D, etiam diviſo B C per A, proveniet idem D; quæ eſt Regulæ Aureæ demonſtratio naturalis. Nullus enim numerus rerum æqualium (quales ſunt partes aliquotæ) multiplicatus per numerum, producit numerum alium quam numerum rerum numeratarum, propterea quod ratio æqualitatis (cum ipſa non ſit quantitas) non addit neque detrahit quantitati rationum quam habent ipſi numeri.

B. Satis clarè. Sed putaram potuiſſe fieri aliquanto brevius.

A. Neſcio, nec credo; melius eſt autem quod probandum ſuſceperis pluribus verbis manifeſte demonſtrare, quam paucioribus non demonſtrare. Sequitur Aureæ Regulæ Praxis, id eſt, exempla operationis vulgaria. Deinde exemplum aliud ubi quæritur *quota hora ſit Athenis quando eſt Oxoniæ octava*, cujus praxis nulla eſſe poteſt, niſi iis qui ſciunt doctrinam Sphæræ & Circulorum quos in illa finxerunt Aſtronomi. Ii vero nulli ſunt qui non regulam hanc ante didicerunt. Non erat ergo Arithmetici hoc docere, cujus eſt omnia docere abſtractè à rebus numeratis, id eſt, univerſaliter. Deinde quod monitum lectorem voluit *ne quando fraudi ſit, quod ea tanquam proportionalia habeantur quæ proportionalia non ſunt*, ad Arithmeticam non pertinet, ſed ad Philoſophiam, ut ex ſuo ipſius exemplo eſt manifeſtum: *Poſito* (inquit) *quod pondus gravitate ſua motum duobus temporis momentis* 20 *pedes deſcendat; quæratur quot pedes deſcenſurum ſit momentis* 10. *Si fiat multiplicatio numeri tertii per ſecundum, atque diviſio producti per primum, prodibit quartus* 100. *At ille numerus quæſito non ſatisfacit.*

B. Nonne ergo Regulæ Aureæ definitio tradita initio hujus Capitis falſa eſt?

A. Minime. Sed numerus qui in una quæſtione ſecundus eſt, in alia debet fortaſſe eſſe tertius. Præterea, quæritur aliquando, datis tribus numeris, quis ſit ad tertium in ratione primi ad ſecundum duplicata vel triplicata, pro ratione rerum numeratarum, ut in hac ipſa quæſtione, ubi gravia non percurrunt ſpatia in eadem ratione, ſed in duplicata momentorum temporis; ut à Galileo demonſtratum eſt in Dialogis de motu; id quod

id quod *Walliſius* neſciit. Qua ratione deſcendunt gravia, vel fluida è vaſe effluunt, non eſt Arithmetici docere, ſed Phyſici.

B. Sed qui obiter Phyſicum Theorema docet Arithmeticus, an culpandus eſt?

A. Non. Parergon eſt ſi doceat; ſin libro Arithmetico inſerat, neque demonſtrat neque conetur demonſtrare (quod fecit ille) ineptum eſt. Quæ ſequitur per tres paginas eſt præcedentium ſymbolica ſcriptio. Deinde oſtendit quomodo multiplicari (in Regulæ Aureæ operatione) poſſint inter ſe duæ quantitates Heterogeneæ, vel una per alteram dividi poſſit; puta quomodo pondus in lineam multiplicari, vel per eam dividi poſſit; dicitque utrumque fieri per reductionem utriuſque quantitatis ad numeros; & quidem rectè.

B. Sed nonne fieri poteſt etiam per reductionem ad lineas, cum ipſi numeri ad lineas reduci poſſint? Præterea fieri poteſt ut pondus ponderi ſit incommenſurabile. Tunc autem reduci ad numeros non poſſunt, ad lineas poſſunt.

A. Commodiùs certè reducuntur ad lineas. Sed ille quanquam non ſatis, non male tamen fecit.

B. At ille *Hobbium*, quia rationem ponderum & linearum mediantibus lineis permutavit acerrime increpat in *Elencho.*

A. Tanto ille nequior. Venimus jam ad Auream Regulam Inverſam ſive Reciprocam quam docet *Cap.* 38. *Ubi expoſitis* (inquit) *tribus quantitatibus quæritur quarta reciproce proportionalis.*

Demonſtrationem Regulæ hujus deducit ab eo quod in rectangulis æqualibus latera ſunt reciprocè proportionalia. Quod quidem rectè fecit, ſed neceſſario. Fateatur ergo hic, quod negavit ante, Arithmeticam à Geometria, non contra, Geometriam ab Arithmetica dependere. Cætera transeo cum ſint trita, Sequitur *Cap.* 30. de Aurea Regula compoſita, quam primò per duas operationes, deinde per unicam abſolvit, ſed non demonſtrat. Nam ratiocinatio ejus ex eo dependet, quod regula compoſita ea eſt, qua datis quinque numeris invenitur ſextus, ad quem ita ſe habeat tertius, ut factus ex compoſitione rationum primi ad tertium ſibi cognominem, & ſecundi ad quartum ſibi quoque cognominem. Ratio enim effectuum componitur ex rationibus cauſarum ſingularum unius ad ſingulas cauſas alterius ejuſdem generis, ut hominum ad homines, & menſium ad menſes. Itaque ut exemplo utar quod ipſe adfert, *ſi 4 Academici in 3 menſibus expendant 20 libras; quot libras expendent Academici 6 in menſibus* 12. Numeri dati ſunt quinque. 4 Acad. 6 Acad. 3 menſes. 12 menſes. 20 Lib. Scribantur ergo $\frac{4}{6}\frac{3}{12}$ Ratio jam quæ oritur ex compoſitione rationum 4 ad 6 & 3 ad 12 eſt ratio 12 ad 72. Quare ut

ut 12 ad 72 ita est 20 ad quæsitum. Multiplicatis ergo 72 per 20 fit 1440, qui divisus per 12 dat quæsitum 120.

Caput 40 de regula societatis, nihil habet in neutram partem singulare; itaque transiliri potest. In Capite 41, ubi tractat de numeris fractis, noto primo hæc verba, supponit Arithmetica *unitatem, sive unum, numerorum primum esse*, quod est falsum. Supponit hoc *Wallisius*, non supponit Arithmetica; nam unitatem *Euclides* numerum esse negat. Sed quæstio hæc non magis ad Arithmeticorum quam ad vulgi cognitionem pertinet. Et quid de ea sentiendum sit à nobis satis disputatum est supra ad Cap. 4. Secundo, verba hæc, [*Unum aliquod in partes dirimendum vero aliquo numero designari non potest.*] Nam & hoc falsum est; quia tres quartæ partes unius cujuslibet rei non minus verus est numerus quam tres quartæ partes unius octonarii. Et simpliciter tres partes sunt æquè verus numerus ac tria tota. *Sed pro veris numeris haberi* (inquit) *non solent.* Neque hoc concedo.

B. Sed probat ex eo quod *sub numeri appellatione apud* Euclidem *non censentur.*

A. Quia numerus hominum sub appellatione numeri apud *Euclidem* non censetur, ideone sequitur quod numerus hominum non est numerus? Cur autem numerus hominum magis est numerus, quam numerus partium unius hominis?

B. Nescio, sed perge.

A. Hoc quoque animadversione dignum est. Quod dicit [*ex imperfecta & impossibili radicum extractione oriri numeros surdos* $\sqrt{3}$. $\sqrt{5}$, &c.] Numerus enim nullus est qui non est in progressionis hujus Arithmeticæ serie 1, 2, 3, &c. si continuetur quantum potest.

B. Nihil manifestius. Sed ignosce.

A. Quidni? Condonamus ei non modo hanc sed omnem ejus (quantacunque sit) ignorantiam; sed falsa corrigentibus liceat vera investigare. Fractionem mox laboriose definit esse *qua unius integri pars indicatur, quæ ad totum illam rationem habet quam habet fractionis Numerator ad Denominatorem.*

B. Male hoc. Ni enim cognitum prius sit quid sit *fractio*, cognosci non potest quid sit *Numerator*, aut *Denominator fractionis.*

A. Poterat breviùs veriùs & pleniùs naturam fractionis explicasse sic, *Fractio est numerus partium. Propria quidem unius; impropria vero plurium quam unius.*

B. Accuratè.

A. Deinde verba hæc, [*Sed & hinc etiam patet Rationum & Fractionum identitas sive Affinitas maxima,*] illorum sunt qui quid accuratè dicen-

dum sit ignorant. Vox enim illa *Affinitas* Mathematicorum non est. Si ratio & fractio eadem res sit, quid opus est loqui de affinitate? si diversæ, quomodo affines?

B. Quia fractio rationem indicat dividendi ad divisorem.

A. Horologium indicat horam; quare ergo non est Horologii & Horæ vel identitas vel saltem maxima affinitas? Non ita ratiocinari solent Mathematici, Porro hæc, *Quippe nil aliud sunt fractiones quam rationum denominatores*, accurata non sunt, nam fractio denominat numerum certum certarum partium ut $\frac{3}{4}$, id est, tres partes quartas, qui numerus est absolutus; ratio autem quantitas est non absoluta sed comparativa; Non ergo denominat fractio rationem, sed ostendit quantitatem numeri absoluti ut 3, comparati cum numero absoluto, ut 4.

B. Non video quomodo hæc negari possunt. Neque quicquam illum juvat quod deinceps habet, nimirum, *quod Aurea Regula rationum rationes comparat*; & *quod opus sit Arithmetici non minus rationum quam numerorum rationes contemplari.*

A. Caput 42 est de Additione & Subductione Fractionum. Quod de Additione dicit earum Fractionum quarum idem denominator est, verum est, & quidem demonstratum esset, nisi medium ipsum quo utitur ipse alias negasset. [*Numeri* (inquit) 2 & 3 *simul additi constituunt* 5, *quæcunque res illæ sint quæ numerantur, puta sive integra sive partes. Et qua ratione* 2 & 3 *homines, sunt* 5 *homines, &c. eadem plane ratione* 2 & 3 *semisses sunt* 5 *semisses.*] Cum ergo 2 & 3 homines sunt verus numerus; etiam 2 & 3 semisses, vel etiam 2 & 3 centesimæ sunt verus numerus; sunt autem fractiones; est ergo fractio verus numerus. Quod cum ille in præcedentibus semper negaverit, propositum non demonstravit. Ostendit paulo post, duarum fractionum diversos habentium denominatores, ad duas alias quæ denominatorem eundem habent, Reductionem. Exemplo utitur $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ quas fractiones ad eundem denominatorem reduci demonstrat, nempe ad fractionem hanc $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$ & quidem (cum aliis plerisque) rectè. Adeoque mirum est quod non viderit fractiones & rationes quantum differunt. Nam si ratio $\frac{1}{3}$ (id est juxta illum ratio 1 ad 3) addatur rationi $\frac{1}{4}$ (id est, ut illi placet) rationi 1 ad 4, summa erit ratio $\frac{7}{12}$, id est, ratio 7 ad 12, quod manifestè falsum est. Si enim ratio 1 ad 3 addatur rationi 1 ad 4, summa erit ratio 1 ad 12, id est secundum *Wallisium* $\frac{1}{12}$. Itaque æquales inter se erunt $\frac{7}{12}$ & $\frac{1}{12}$. Vel componendo rationes eo modo quem docet *Euclides*, erunt, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$. Similiter fractio $\frac{1}{2}$ addita fractioni $\frac{1}{2}$ duplicatur & fit 1. At ratio 1 ad 2 addita rationi 1 ad 2 duplicatur & fit ratio 1 ad 4. Sunt ergo per illum qui fractionem & rationem

tionem pro eadem habet re, $\frac{1}{4}$ & 1, inter ſe æquales, Quod vides quam ſit abſurdum. Sed abſurda quæ in ipſis numeris ſatis patent, deſcripta ſymbolis, ſymbolorum imperitos (quæ eſt utilitas ſymbolorum) facile fallunt. Neque ſi non fallerent, quicquam valerent ſymbola niſi ad obſcuritatem (alioqui) clariſſimis inducendam: ſequuntur *Cap.* 43. de fractionum Multiplicatione & Diviſione, & *Caput* 44 de fractionum reductionibus; in quibus ut nihil falſum, ita nihil novum reperimus, neque in demonſtratis neque in demonſtrationibus. Caput ultimum Epilogus eſt quo præcedens opus Arithmeticum ſe dicit abſolviſſe. Doctrinam enim de rationum rationibus traditam eſſe ait in Doctrina Fractionum; quod quam rectè factum ſit audiſti modo. Et ſiquidem ipſe huic Doctrinæ Theoremata ulla ſuperſtruxiſſet, abſurda ea eſſe intellexiſſet ipſe.

B. Non puto. Nam hæc Doctrina fundamentum eſt totius fere tractatus illius quem inſcripſit *Arithmeticam Infinitorum*; quem tractatum una cum tractatibus de *Conicis ſectionibus*, & de *Angulo Contactus* mecum attuli ut examines. Nam illos examinari cupio.

A. Examinabo. Sed ad *opus Integrum Arithmeticum* deſunt adhuc *Regulæ Alligationis* & *falſæ poſitionis*, *quarum altera* (inquit) *tum aliis de cauſis, tum quod illa non adeo frequentis uſus ſit, altera ſine magno diſpendio poſt introductam Arithmeticam ſpecioſam careri poſſit.* Quod utrumque falſum eſt. Nam & regulæ alligationis apud Mercatores uſus eſt ſatis frequens; & regula falſæ poſitionis cum dependeat ab hoc Theoremate, *Vt unum falſum ſuppoſitum, eſt ad errorem à ſe natum, ita alterum falſum ſuppoſitum, eſt ad errorem itidem à ſe natum, demonſtrari poteſt ſine Algebra.* Demonſtratio longiuſcula eſt. Sed legere eam poteris in fine libri quinti *Bartholomæi* Pitiſci de Triangulis.

B. Legam.

A. Sed deeſt etiam ad *opus Arithmeticum integrum*, methodus inveniendi radicem cujusque poteſtatis datæ. Item ars Analytica, niſi illa Arithmeticæ pars vel regula aliqua non ſit, quæ an recte prætermiſit, item an ea quæ tradidit rectè tradidit tuum eſt conſiderare.

B. Reſtat adhuc percurrendus Tractatus Elenchticus contra *Meybomium de proportionibus*, una cum dedicatione. Dedicatio paginas habet 50; opus dedicatum 62.

A. Scio. Sed non eſt illa tam dedicatio quam laborantis lapſum ſuum in Conicis corrigere miſerabilis labor & perplexitas.

B. Scripſerat *Prop. Sect. Con.* 47. *in paraboloide cubicali diametros eſſe ſibi invicem Parallelas*; Quod Robervallus illi falſum eſſe indicavit. Lege ergo ut ſciamus ſi quid afferat nunc quod ſit rectius.

A. Non eſt tanti tota Geometria, ſunt enim paginæ ſequentes duodecim quibus quæritur Æquationis neſcio cujus radix q adeo ſtigmoſa ſymbolisque ſcribillata, ut nulla humana patientia examinari poſſint. Illas igitur abominans prætereo; præſertim cum Diametrum Paraboloidis cubici ne ſic quidem inventam eſſe dicat. Sed æquatio illa cujus Radix eſt q (q autem quid ſit neſcio) illum vexaverat; itaque homo vindictæ amans ulciſci parat. *Nempe* (inquit) *vexanda adhuc eſt æquatio illa quæ nos vexavit hactenus, ut tandem quid certi prodat.* Aſſimulansque Proteo Æquationem, ea occaſione uſus, verſus ex Homer. Odyſ. plusquam duodecem inſeruit. Deinceps autem reſumptam eandem æquationem vexat fruſtra, nec quidquam adhuc certi prodit *Proteus.*

B. Transeamus ergo ad ea quæ habet contra *Meybomium.*

A. Prætereo illa quæ ex Meybomio affert proprium inventum extollente (nam & *Wallisius* non minus glorioſe, & multo magis contumelioſè ſcribit quam Meybomius) & illud quod non ſatis diſtinguat Meybomius inter τὸ ἀπὸ & τὸ ὑπὸ, quia propero ad ea quæ ſcribit de Natura Rationum. Primum igitur quod reprehendit *Wallisius* eſt quod *Euclidis* illud (in Definitione Rationis) ποιὰ σχέσις vertit per *certa quædam relatio*, propterea quod *ποιὸν qualitatem reſpicit.* Si quid peccavit hoc loco Meybomius, peccatum eſt quod illud quod *Euclides* inſignificanter dixerat id voluit dicere accuratius. Verteret *Wallisius habitudinem qualitativam*, quanquam *qualitativa* vox Latina non ſit, neque intelligibilis. Habitudo autem in qualitatibus nihil aliud eſt quam habitus, id eſt facilitas agendi conſuetudine acquiſita. Hoc inquam ita eſt Latine. Ergo ſecundum *Wallisium* ratio eſt *duarum magnitudinum Homogenearum ea quæ ſecundum quantitatem eſt., facilitas agendi conſuetudine acquiſita.* Qua definitione quid poteſt eſſe magis ridiculum? non reſpexit *Euclides* ad prædicamentum qualitatis, in voce ποιὰ, ſed ad vocem in enuntianda rationum ſimilitudine vulgo uſitatam οὕτως ἔχει (ut in præcedentibus notavimus) atque inde definit rationem per *aliqualem habitum*, ſeu (quod hoc loco idem eſt) per habitum quendam (ſubaudi) neſcio quem; rectius ergo Meybomius rationem definivit quam aut *Wallisius* aut ipſe *Euclides.* Quid enim ratio aliud eſt quam magnitudo unius quantitatis quatenus ad aliam comparatur?

B. Nihil.

A. Sed vide *Wallisii* ſuper hæc ſcholiaſtæ verba Latine ab ipſo verſa, ſubtilitatem, Verba ſunt hæc: *Eſt autem alia quæ dicitur relatio ſecundum exceſſum & defectum.*

B. Quid? Aliane ratio an alia Relatio?

A. Ἄλλη σχέσις, id eſt *alia habitudo.*

B. Cur ergo non vertit per *alia habitudo*, ſed per *alia relatio?*

A. Quia

A. Quia ratio quæ hic innuitur ea eſt quam vulgo vocant rationem Arithmeticam, quam *Wallisius* negat eſſe rationem. Itaque homo ſubtilis ſententiæ ſuæ convenienter locum vertens, maluit *Relationem* dicere quam *Habitudinem*, quæ vox eſt in definitione rationis. Deinde paulo infra præviſo quod non inepte quærere quis poſſet *an inſit in ratione qualitas aliqua*; reſpondet, *ut figurarum magnitudo ad quantitatem ſpectat, ita figurarum ſpecies ſpectat ad qualitatem.* Quaſi aliud in Figuris compararent Geometræ præter quantitates; aut eſſet aliqua ratio magnitudinum quæ eſſet qualitas. Illæ ipſæ ratio & inclinatio propter quas figuram qualitatibus accenſeri poſcunt, ambæ ſunt quantitates, nec ut *quales*, ſed ut quantæ conſiderantur à Mathematicis. Quod Meybomius *quantum* à *quoto* non diſtinguat, ab *Walliſio* recte reprehenditur. Deinde quod *Meybomium* reprehendit, quia in locis aliquot veterum ubi emendatio debebat fieri per διπλασίονα, emendat per διπλάσιον merito fecit. Sed quod Meybomius idem ſignificare cenſuerat διπλασίων & διπλάσιος recte cenſuit, *Walliſius* autem id negando, imperitum ſe oſtendit Linguæ Græcæ, etiam ejus qua utuntur Geometræ, ut in verbis ab ipſo recitatis manifeſtum eſt, οὐ λέγει ὅτι δύο λόγοι τοῦ ἑνὸς διπλάσιοι εἰσι, καὶ τοῦτο μὲν γὰρ, ἀλλὰ ὅτι ὁ λόγος ὁ ἐκ τῶν δύο διπλασίων ἐστί; *id eſt non dicit duas Rationes unius eſſe duplas, Quod tamen eſt verum, ſed Rationem ex duabus compoſitam eſſe duplicatam.*

B. Non capio. Vellem Profeſſor noſter oſtendiſſet quare duæ rationes æquales compoſitæ non faciunt rationem unius duplam, & quare duplum ſimpli non ſit ejuſdem ſimpli duplicatum.

A. Sed harum vocum alium ſenſum eſſe dicit apud Mathematicos.

B. Credo.

A. Et ego, etſi non ſemper, tamen ſæpiſſimè ita eſſe. Id quod ex eo contigit quod (ut dixi ante) non auſi ſunt Rationem minoris ad mediam duplam eſſe dicere Rationis ejuſdem minoris ad maximam. Quæ tamen magnitudine dupla eſt, quamquam numero Rationum dimidia; ut ratio 1 ad 2 dupla eſt Rationis 1 ad 4 quantitate, etſi contra Ratio 1 ad 4 dupla ſit, ſi ſpectes rationum numerum. Id quod ſæpe alias dixi, nimirum, in Rationibus minoris ad majorem, quæ ſunt Rationes Defectus, multiplicatio Rationum quantitatem Rationis minuit, Diviſio auget. Deinde, quod *Meybomius* dicit, *Si rationum magnitudo ſit exploranda, ille major eſt cujus termini longius inter ſe diſtant*, falſum eſt; nam 1 ad 2 majorem habet rationem quam 1 ad 4 cum tamen termini 1 & 4 longius inter ſe diſtent quam 1 & 2. Quod etiam vidit *Walliſius.* Rurſus Meybomius reprehendit Definitionem *Eucl. Elem.* 5. 6. ut falſum; non rectè; poterat tamen ut non definitionem; nam poteſt demonſtrari.

B. Et demonſtravit *Hobbius*.

A. Vidiſti jam quam ſunt naturæ Rationum de qua litigant ambo ignari.

B. Reliqua ergo ne examines. Attuli autem mecum alterum illum librum ejus de *Angulo Contactus*, de *Sectionibus Conicis*, & de *Arithmetica Infinitorum*, ut cum perlegeris excutiamus ſicut hunc.

A. Libet autem antequam diſcedas videre utrum rectè reprehenderit *Merſennum*. *Merſennus* in Cogitatis Phyſico-Mathematicis, *Proportio* (inquit) *æqualitatis, nihili ſimilitudinem refert. Proportio majoris inæqualitatis attollitur ſupra nihilum. Proportio minoris inæqualitatis deprimitur infra nihilum.* Contra hæc ea quæ affert *Walliſius* continentur omnia his verbis: *Qui ſimplum dicit, non ille rem nullies apponi intelligit, ſed ſemel. Et qui ſubduplum poni dicit, non aliquid auferri dicit, ſed ſaltem ſemiſſem poni.* Quæ ſatis illos quidem redarguerent qui ſimplum, vel ſemiſſem, vel trientem nihil eſſe dicerent vel quantitatem habere nullam, ſed contra *Merſennum* qui nihil horum dicit, ſed ſemiſſem, trientem &c. aliquid eſſe & quantitatem poſitivam eſſe concedit, nihil faciunt. Nam illius verbis, non ſemiſſem neque trientem &c. aliquid eſſe negatur, ſed tantum ſemiſſis ſive trientis &c. ad integram rationem quantitatem habere, id negatur. In legendis ergo Mathematicis non nimis eſt acutus.

B. Sed noſti juxta ſententiam *Walliſii*, ſemiſſem, & ſemiſſis ad totum rationem, eandem eſſe rem.

A. Scio. Vidimus jam in hac parte operis Mathematici, Profeſſoris veſtri quot ſunt errores, ſcilicet plures quam cenſor ullus quantumvis ſeverus in omnibus ſcriptis omnium Mathematicorum editis invenire poteſt.

B. Id quidem neſcio. Verum ſi de omnibus ſimul doctrinæ partibus judicium facies, non mediocriter doctum eſſe exiſtimabis. Theologus enim eſt, & Logicus, & Phyſicus, & Metaphyſicus, & Politicus, & Ethicus, & Peritus Iuris Romani & Anglicani. Præterea linguas novit Hebræam, Arabicam, Teutonicam, Gallicam, Italicam, Armoricam (quarum ſpecimina & criticiſmos vidiſti in hoc libro) & præterea Symbolicam, quæ, ut lingua quædam univerſalis eſt inſtar omnium.

A. Vidimus quidem videri velle hæc noſſe, neque quicquam aliud præter errores & nugas noſſe.

B. Liber hic alter quem examinaturi ſumus videbitur tibi fortaſſe melior. Vale.

DIA-

DIALOGUS QUINTUS.

A. BEne advenis, ſed te expectabam heri.

B. Venire non potui. Tu vero tanto plus habuiſti otii librum quem tecum reliqui perlegendi.

A. Perlegi, niſi quod tractatus de *Sectionibus Conicis* Capita aliquot quæ ſymbolis nimium impedita erant tranſilui; & tractatus de *Arithmetica Infinitorum*, cum Capita prima & reliquorum omnium fundamenta falſa eſſe inveniſſem, cætera legi quidem, ſed examinare nolui. Capite primo de Angulo contactus occaſio declaratur controverſiæ de natura ejus inter Clavium & Peletarium, nempe *Pr.* 16. *Ele.* 3. Euclidis, una cum demonſtratione ejusdem. Propoſitio quidem Græcè & Latinè (Græcè in eorum forte gratiam qui Latinè neſciunt) Demonſtratio Latinè tantum repetitur. In ſecundo controverſiam illam oſtendit diremptam ab Euclide non eſſe. Nec mirum, Euclides enim de futura ſuper verbis ejus tanto poſt tempore inter Peletarium & Clavium controverſia ne ſomniavit quidem. Capite tertio controverſiam intimius (ut ille parum Latinè loquitur) aggreditur; Anguli plani definitionem afferens hanc, *Angulus* (inquit) *planus eſt mutua* κλίσις, *ſeu inclinatio duarum linearum in plano ſeſe tangentium & non in directum poſitarum.*

B. Definitio quidem Euclidis eſt, ſed Anguli plani natura ubi explicatur.

A. In ipſa definitione.

B. Atnon agnoſco; nam repugnat iis quæ idem ſcripſit Euclides *Def.* 5. *Elem* 11. Ibi enim definit *rectæ lineæ ad planum inclinationem item plani ad planum inclinationem eſſe Angulum acutum.* Cum ergo omnis inclinatio ad planum, ſit inclinatio ad lineam in plano, erit (per hanc definitionem) omnis Angulus Acutus.

A. Sed non videtur vox *Inclinatio* eodem ſenſu accipienda eſſe hic atque in *Elem.* 11. Scias ergo nonnullos eſſe qui etſi à poſitis Principiis nunquam non rectè Ratiocinentur, ipſa tamen Principia non ſatis fæliciter ſemper ponunt. Oportuit prius definitum eſſe quid ſit Inclinatio quam per *Inclinationem* definiiſſet Angulum planum. Quod cum non fecerit in cauſa fuit quod *Walliſius* fruſtra ſe torſerit in vocibus κλίσις & ἀκλισία. Sapit enim definitio Euclidea plus quam ſatis de vulgi imaginatione Anguli, cum dicant hoc vel illud *non factum eſſe in Angulo.* Sic quoque accipit *Clavius*, cum contra *Peletarium* diſputans, Angulum rectum majorem eſſe dicit quam eſt Angulus ſemicirculi, ut totum quam pars; deceptus eo quod ſuperficies aliqua intercipi videtur inter Arcum & Tangentem.

Itaque

Itaque naturam Anguli vulgi more, in arcta quadam superficie consistere arbitrabatur. Quod est falsum.

B. Imo vero adeo absurdum, ut nemo illud unquam apertè dicere ausus sit; quanquam inhærente illa falsa imaginatione id dixerint ex quo inferri possit.

A. Audiamus *Wallisium.* [*Et quidem ipsæ lineæ concurrentes quamvis totæ forsan inclinentur ad invicem, Angulum tamen non alibi quam in ipso puncto concursus formant.*] Nonne hinc sequitur ipsa puncta formare Angulum?

B. Planè. Et siquidem punctum sit (ut vult *Wallisius*) nihil, duo nihila formabunt Angulum.

A. Videntur mihi duæ lineæ etiamsi non concurrant, si tamen eadem regula qua generantur productæ concursuræ sint, Angulum efficere.

B. Hoc quomodo sit possibile vix intelligam, nisi sciero quis sit quem tu appellas Angulum.

A. *Angulum simpliciter* (excluso Angulo Contactus) *appello lineæ quæ Circulum describit conversionis totius portionem. Anguli autem quantitatem, quantitatem arcus quolibet tempore descripti.* Itaque qui dicunt Angulum duabus rectis è centro contineri, non superficiem, sed arcum contineri intelligunt, vel intelligere debent.

B. Ita quidem censeo, nec *Wallisius* aliter sentire potest, quicquid tuendæ existimationis causa dixerit in contrarium.

A. Itaque Angulum contactus Angulum simpliciter dictum non esse, ex eo probandum erat quod recta circulum tangens nullum abscindit arcum, *Wallisius* autem hoc partim ex Pelitario, partim ipse, ex eo probare vult, Capite 4, quod lineæ illæ non sunt una ad alteram inclinatæ, quamquam quid sit Inclinatio adhuc nesciatur. Inclinationem autem in Angulo contactus nullam esse, satis quidem, sed operationibus à motu circulari deductis tandem demonstrat. Ex quo nihil aliud efficitur præterquam quod Angulus contactus non sit Angulo simpliciter dicto Homogeneus. Quod quidem verum est, ut tamen verum quoque sit quod Angulus Contactus sit verus Angulus, idemque Quantus. Capite 5, idem probat Pelitarius ex *Prop. 1. Elem.* 10. Sed Angulum omnino non esse aut nullam habere quantitatem non probat. Cap. 6. respondetur ad Argumenta Clavii. *Ego* (dicit *Clavius*) *Angulos illos ejusdem esse generis negavi hac solum de causa, quod Angulus contactus quantumvis multiplicatus Angulum acutum rectilineum superare nequeat.* Quod quidem argumentum firmum esset, si modo Angulus Contactus esset Angulo rectilineo Homogeneus. Est ergo Homogeneus aut nullus. Nullum esse respondet *Wallisius.* Quorsum igitur dicitur *Angulus* contactus, potius quam *punctum* contactus? Sed neque ille nullum esse demonstravit, sed tantum nullum rectili-

rectilineum. Quod autem *Angulus* contactus Angulus sit, & quantus, verum Heterogeneus, post demonstrabitur. Rursus *Clavius, ut Angulus planus efficiatur, sufficit* (inquit) *duas lineas in plano ad invicem inclinari, non autem requiri ut se mutuo secent.* Quod *Wallisius* non negat, inclinari negat. Quid autem est inclinatio si duæ lineæ tunc non inclinantur ad se invicem, cum à diversis regionibus utræque concurrunt ad idem punctum? At *Inclinatio* in definitione Anguli non sumitur ut in Elemento 11, pro Angulo rectilineo acuto, ita ut Angulus præter acutum nullus sit.

B. Quin arcus & tangens ad se inclinentur dubitari non debet. Non ergo solvit argumentum *Clavii.*

A. Atqui hæc sunt præcipuè quæ disputantur Cap. 6. ubi neuter ob ignorationem naturæ Angulorum veritatem constanter tenet, sed modo hic, modo ille incidit in absurda. Capite 7. probare conatur *Wallisius Anguli* simpliciter & *Anguli* contactus ὁμογένειαν. [*Primo* (inquit) *quæ mutuo possunt vel addi vel auferri ea non sunt heterogenea.* Conceditur. *At Angulus contactus (siquidem sit Angulus) & recto auferri potest ut maneat Angulus semicirculi internus, & recto adjungi potest ut fiat Angulus semicirculi externus.*] Percepistin' hujus argumenti vim?

B. Ita. Si, inquit, superficiem illam quæ se ingerit inter tangentem & arcum auferas, remanebit Angulus quem efficiunt diameter & arcus. Quod per se manifestum est, quia aufertur pars à toto.

A. Ergo per *Wallisium* uterque Angulus tam semicirculi quam contactus est superficies.

B. Id quidem quanquam sit absurdum manifestè sequitur.

A. [*Secundo, duæ* (inquit) *quantitates quarum altera est major, altera minor sunt Homogeneæ.* Conceditur. *Sed Angulus contactus (siquidem sit Angulus) & Angulus quivis rectilineus ejusmodi sunt quantitates;*] id est, quarum altera altera potest esse major vel minor. Negatur.

B. Sed probat ex *Prop.* 16. *Eucl. Elem.* 3.

A. Nego hoc quoque. Nam per illam propositionem probatur hoc solum, intercedere inter tangentem & arcum superficiem aliquam, non autem angulum aliquem.

B. Tertio [*Angulus* (inquit) *Semicirculi ad angulum rectum rectilineum certam habet & determinatam rationem.*]

A. Conceditur.

B. *Habebit ergo rationem ad reliquum,* id est, ad angulum contactus.

A. Negatur. Non est enim angulus contactus pars reliqua anguli recti rectilinei, neque dempto angulo semicirculi ex angulo recto rectilineo relinquitur angulus contactus. Verum autem est dempta superficie intercedente inter diametrum & arcum, quod relinquitur superficies quæ

intercedit inter arcum & tangentem; quam superficiem putavit *Wallisius* esse angulum. Caput 8. Testimonium habet *D. Hen. Savilii*. Is vero Quadratum & Circulum Homogenea esse ostendit; de angulo contactus, eo loco, ne verbum quidem. Sed paulò inferius de hac re dubitasse eum fatetur ipse *Wallisius*. Nec si aliter sensisset, ullius apud Mathematicos qui omnia rationibus, Authoritatibus nihil pensitant, momenti esset. Capite 9. Continetur primo Argumentum Peletarii deductum ex gratis assumpto Lemmate, *Angulos semicirculorum*, (id est quos faciunt diametri cum semiperimetris) *esse æquales*. Quod verissimum quidem est; sed omnino idem quod probandum erat. Inde autem demonstrare, quod angulus contactus non habet quantitatem, impossibile est. Sequitur quidem inde angulum contactus nullam partem esse anguli qui continetur à Diametro & Circumferentia, non autem quod non habet suam sibi quantitatem; nec quod angulus contactus unus altero non possit esse vel major, vel minor, vel æqualis. Ea autem quæ per Lemma suum tria enuntiantur, non sunt de angulo contactus, sed de ipso contactu; quasi essent qui ipsum contactum angulum esse dicerent.

B. Sed per contactum intelligi vult contactus angulum.

A. Credo. Sed quod non loquutus sit accuratè in causa erat quod naturam anguli non perspexerit. Verum lemma illud Peletarii Cap. 10. demonstrare frustra conatur *Wallisius*. Nam etsi verissimum sit, tamen nisi ex definitione anguli simpliciter dicti, sive rectilinei, demonstrari non potest.

B. Quomodo autem lemma illud demonstrabis tu?

A. Quantitas anguli rectilinei, (per definitionem meam) est quantitas quam habet arcus interceptus inter duos radios comparata ad quantitatem totius perimetri. Sed angulus factus inter Diametrum & tangentem nullum intercipit arcum. Est ergo quantitas anguli contactus nulla pars quantitatis anguli rectilinei. Quare arcus semicirculi solus absque angulo contactus rectus est.

B. Si angulus contactus nulla pars sit ejus qui efficitur à Tangente & Diametro, quare dicitur angulus? & quomodo dici potest quantus?

A. Dicitur angulus, quia formatur à duabus lineis in communi puncto concurrentibus. Quantus dicitur propterea quod unius anguli contactus quantitas, potest esse vel major vel minor quam quantitas alterius. In quinque paginis quæ faciunt Cap. 10. ad probandum quod angulus semicirculi est rectus, affert sex demonstrationes, quarum ne una quidem satis firma est; ideoque Caput undecimum totum occupat objectio contra Cap. 10. & ad objectionem responsio. Quod non fuisset necessarium, si fuissent legitimæ demonstrationes ejus. Elige quamlibet & quam putas firmissimam.

B. Eligo

B. Eligo quartam, ubi cum angulum constituisset in semicirculo rectum A B C, supponit A B super terminum Diametri moveri circulariter ad terminum oppositum. Quanto ergo eo motu minuitur perpetuo angulus ad A, tanto augetur angulus ad C. Itaque angulus in circumferentia perpetuo servatur rectus, quare & rectus erit quando A B est in ipso Diametro in C. Itaque angulus semicirculi in C erit rectus.



A. Ita quidem, cujus crus alterum semicirculum tangat in C. Sed si crus alterum sit arcus, non est necesse, non inquam necesse est propter vim hujus demonstrationis, nisi & angulus factus ab A B & arcu B C sit etiam rectus; quod, quanquam verum sit *Clavius* non concedet. Capitibus 12 & 13 Argumenta quæ adducit, nihil amplius probant quam quod angulus contactus anguli rectilinei non est pars. Quod non negatur Capite 14. Argumenta explicat desumpta ex optica *Vitellionis* (ut ne hujus quidem philosophiæ partis ignarus esse videretur) sed ab illis nihil aliud derivari potest præterquam quod angulus contactus angulo rectilineo nihil addit. Quod quidem fieri potest ex eo quod quantitati nihil addit non modo quantitas nulla, sed etiam quantitas Heterogenea. Postremo, Cap. 15. respondet ad *Clavii* quædam Corollaria. Quorum unum est, quod *potest aliqua quantitas continuè & infinitè augeri, & tamen augmentum illius quantumcunque minus semper erit decremento hujus.* Quod quidem eo sensu quem hoc loco habere debet, dictum est planè absurdum. Alterum, *transiri posse à minore ad majus vel contra, & per omnia media nec tamen per æquale.* Quod est absurdissimum. Hiccine fuit qui adeo superbè insultaverat *Ios. Scaligero*, quod dixerat *latera 12 Dodecagoni majora esse Perimetro circuli circumscripti*; quod quidem absurdum erat, sed non tam, quam monstrum hoc Clavii, propter quod Geometriam ipsam non magni facerent homines non Geometræ. At notat hoc non ut absurdum *Wallisius*, sed ut falsum.

B. Restat, (quoniam angulo contactus quantitatem tribuis, sed anguli rectilinei quantitati Heterogeneam) ut ostendas quare sit Heterogenea, & qua mensura quantitates duorum Angulorum contactus possint mensurari. Primo autem quid est illud esse *Homogeneum?* Et quid est esse *Heterogeneum?*

A. *Homogeneæ* quantitates sunt quarum mensuræ applicari possunt una ad alteram ita ut congruant. Itaque cum linea lineæ applicari possit, & superficies superficiei; & solidum solido applicari concipi potest, erunt quantitates eorum Homogeneæ. Item quia quantitas temporis per lineam mensurari potest, & linea lineæ applicari potest erit quantitas temporis quantitati lineæ Homogenea.

 B. An

B. An tempus & linea congruere inter se possunt?

A. Non. Nec id dixi, sed mensuram lineæ, & mensuram temporis quæ ambæ sunt lineæ congruere posse. Etiam Motus & Ponderis quantitates ad lineas reduci possunt, & proinde eorum quantitates Homogeneæ sunt.

B. Quid ergo Homogeneum non est? Nam solidum & Linea ad numeros reduci possunt; est autem numerus numero Homogeneus.

A. Numerus numero, si quæ numerantur sunt Homogenea, Homogeneus est; alioqui Heterogeneus, ut duæ lineæ & duæ superficies. Nisi enim numeri ex Unis Homogeneis constent, ipsi Homogenei non sunt. Numerus enim omnium rerum est communis, & lineæ sunt numerus linearum, quadrata numerus quadratorum; fractio numerus partium. Præterea, angulus rectilineus cum angulo rectilineo congruere potest, cum possint per arcum circuli ambo mensurari; arcus autem cum arcu ejusdem circuli congruere potest. Anguli autem contactus mensura cum Anguli rectilinei mensura congruere non potest, quia angulus rectilineus non mensuratur per lineam nisi circularem; & quidem quatenus circularem, mensura autem anguli contactus est linea recta quatenus recta.

B. Quomodo id fieri potest?

A. Circulum non modo circino describi posse nosti, sed etiam continua flexione rectæ. Ut enim recta linea frangi potest in Polygonum quotvis laterum æqualium; ita flecti potest (id est, in omni parte frangi) in Polygonum laterum numero infinitorum.

B. Scio.

A. Prior generatio lineæ circularis est generatio ab initio, nulla præexistente linea recta; posterior est præexistentis rectæ mutatio in curvam circularem.

B. Ita est.

A. Sunt autem curvarum aliæ magis, aliæ minus curvæ. Itaque & curvitati omni sua est certa quantitas.

B. Est.

A. Et curvitati circulari sua certa quantitas.

B. Etiam.

A. Si quæratur autem duorum arcuum æqualium in diversis circulis, uter sit magis curvus, quomodo respondebitur?

B. Nescio, nisi quod mihi quidem videatur minor circulus esse magis curvus. Nam legi in Galileo quod arcus circuli, si radius esset infinitus, esset linea recta.

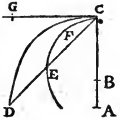
A. Ego vero omnium circulorum perimetros, si totas spectes dico æque esse curvas; item partem perimetri unius similem parti alterius esse

æquè

æquè curvam; nec dissentio à Galileo. Nam si in perimetris diversorum circulorum arcus sumpseris æquales, magis curvus est is qui sumitur in perimetro minore. Id quod voluit Galileus. Verum si sumpseris arcus proportionales æquè curvi sunt; ut quorum curvitates oriuntur à totidem rectæ lineæ fractionibus, in partibus totidem (quæ sunt numero infinitæ) proportionalibus.

B. Manifesta hæc sunt, sed non mihi videntur satis respicere ad angulum contactus.

A. Dico igitur quantitatem anguli contactus esse quantitatem curvitatis perimetri quam contingit. Vide figuram hanc, ubi centris A & B descripti sunt duo circuli C D, C E contigui in C. Ducta autem recta C D secans circulum alterum in E, alterum in D, non modo ostendit quod similes arcus C E, C D æqualem habent curvitatem, sed etiam quod illa curvitas distributa sit in majori circulo per majorem arcum quam in minori; contra vero partem C E in minore perimetro magis curvam esse quam pars perimetri majoris, puta C F, ipsi arcui C E æqualis, idque in ratione Chordæ majoris C D, ad Chordam minorem C E, id est in ratione radii A C ad radium B C.



B. Nihil clarius. Sed quid hæc ad angulum contactus?

A. Ducatur ergo tangens C G, determinabitque illa quanto arcus C E propter curvitatem suam in arcu minore magis recedit à Tangente quam arcus C D, propter curvitatem eandem in arcu majore.

B. Video reliqua. Recta à puncto contactus cum secet omnes circulos interiores transeuntes per C proportionaliter, determinabit quantitatem curvitatis arcuum æqualium in unoquoque circulo sumptorum; & proinde earum curvitatum est mensura; quæ mensura cum sit linea recta, C E D, partes ejus omnes applicatæ sibi invicem æquales cum æqualibus congruent. Quare anguli contactus inter se Homogenei sunt, habentque quantitatem, & sunt angulis rectilineis Heterogenei. Perge modo.

A. Hactenus tractatus *de Angulo contactus*, quem vides ejusdem esse farinæ cum opere ejus Arithmetico integro.

B. Progrediamur ergo ad tractatum *de Sectionibus Conicis*, qui distinguitur in tres partes; quarum prima procemium habet & Propp. 20. Secunda, Propp. 23. Tertia, Propp. 6. In procemio plus promittit quam post præstat. Supponit autem Prop. 1. *planum quodlibet constari ex infinitis Parallelogrammis æqualibus quorum quidem singulorum altitudo sit totius altitudinis*

pars aliquota infinitè parva. Prætereo, quod si planum parallelogrammum non sit, conflari ex parallelogrammis non potest. Prætereo item quod planum finitum ex infinitis parallelogrammis conflari non potest. Ille autem hoc voluit conflari planum ex infinitis numero parallelogrammis, idem putans esse infinita parallelogramma & infinita numero parallelogramma. Id quod notare volo hoc est, quod supponat partem aliquam aliquotam esse infinitè parvam; nam est contradictio in adjecto, non minor quam si quis diceret curvam aliquam lineam esse rectam. Cum enim dicit partem aliquotam, dicit quantitatem in quantitates divisibilem perpetuo divisibiles. Si ergo pars aliquota sit infinitè parva, erit illa nihil. Et quia pars aliquota ad totum est ut 1 ad numerum, erit quoque, ut nihil ad quantitatem, ita unitas ad numerum. Nonne hoc æque absurdum est ac illud *Clavii*, *transiri posse à minore ad majus nec tamen per æquale?* Et multo magis absurdum quam ulla aut Scaligeri conclusio, aut Orontii?

B. Ita est. Neque rectè dicit Consentaneum esse hoc Geometriæ indivisibilium Cavallerii, qui per indivisibilia intelligit indivisa.

A. Falsum quoque est quod dicit planum quodlibet conflari ex infinitis parallelogrammis æqualibus. Neque enim trianguli constant ex parallelogrammis, sed ex Trapeziis; neque ullum aliud planum ex parallelogrammis constat præter parallelogrammum. Neque sequitur ex doctrina *Cavallerii*, sicut ex doctrina hac *Wallisii*, *nullam esse cujuscunque plani altitudinem.* Prop. ergo prima nihil egit.

B. Dicit fortasse idem sentire se quod Cavallerius, nempe esse altitudines suorum parallelogrammorum infinitè parvorum non prorsus nullas, sed valdè exiguas.

A. Quid ergo opus erat dicere *infinite parvas*, cum suffecisset dixisse non consideraturum se illorum altitudines ut quantitates. Deinde Prop. 2, ubi demonstrare vult triangulum totum æquale esse omnibus basi parallelis, supponitque triangulum divisum esse in parallelogramma altitudines habentia infinitè parvas; & quia illa parallelogramma sunt Arithmeticè proportionalia, concludit (& quidem rectè) ea simul omnia toti triangulo esse æqualia; animadverto, quod si altitudines nullæ sint, ut is supponit, nulla erit proportio Arithmetica, nisi o, o, o, o, &c. sint Arithmeticè proportionales. Neque erunt parallelogramma toti triangulo æqualia; nisi infinities nihil possit esse æquale alicui rei; neque si per *infinitè parvum* intelligit *exiguum*, necesse erat facere illa exigua. An in ratione Arithmetica non fuissent, toti, non æqualia, si altitudines supposuisset quascunque? Tota ergo hæc propositio unicam habet demonstrationem, quæ poterat decuplo esse brevior. Itaque quæ sequuntur Prop.

Prop. 3, 4, 5, 6, etsi veras habeant conclusiones, vitiosas continent ratiocinationes. Easdem tamen conclusiones nemo non novit, nec rectè non potest, & breviter demonstrare. Prop. 7. præter terminorum, quibus utuntur scriptores Conici definitiones, unicam habet demonstrationem, & monita quædam ne non rectè intelligeretur, illi qui non satis accuratè loquitur planè necessaria. Propositio quam demonstrat hæc est. *Planum coni sectionem efficiens, si unum ex parallelis in cono circulis secet secundum rectam ipsius diametro perpendicularem, etiam reliquos illi parallelos circulos secabit secundum rectas, quæ ipsorum Diametris parallelis sunt perpendiculares*, quæ per se perspicua, nec nova est. Hanc ergo propositionem ut non falsa continentem (quod deberi puto absentiæ symbolorum) dimittamus.

B. Expectabam hic ut demonstraret circulorum omnes in Cono perimetros perimetro basis parallelas coni totius superficiei esse æquales; ut antè minuta parallelogramma triangulo toti.

A. Et ego. Sed id forte oblitus prætermisit nam propter 2^am. Arith. Infin. non potuit videre falsitatem. At Prop. 5. eadem illa methodo ostendit semiparabolæ planum ex infinitis constare lateribus quadratorum Arithmeticè proportionalium; & rectè quidem modo latus quadrati concedamus esse parallelogrammum.

B. Sed illud falsum est.

A. Scis autem ex falsis verum, etsi non contra ex veris falsum concludi posse. Idem eodem modo Prop. 9, probat de Conoide parabolico, quod constat ex infinito numero planorum Arithmeticè proportionalium. Quod concedimus ut verum, sed non ut novum, nec hic demonstratum, nisi illa plana sint Cylindrusi. Quod tu iterum dices esse falsum.

B. Quidni?

A. Propositio 10 est, quod *Pyramidoeidis Parabolici & plani per Axem secantis communis sectio est parabola.* Quod est falsum, nisi addat quod sectio transire debeat per angulos oppositos. Cum enim Conoidis parabolici planique per axem communis sectio sit parabola, impossibile est ut idem contingat in pyramidoide aut ulla alia figura basem habente rectilineam nempe polygonum.

A. Prop. 11. figuram exhibet aliam novam quam appellat Cuneum parabolicum, qui nihil aliud est ut mihi videtur quam simpliciter Cuneus, nimirum prisma cujus basis est parallelogrammum, acies autem linea recta. Quod quidem prisma est aggregatum Triangulorum quorum quidem bases simul omnes faciunt parallelogrammum, vertices autem lineam rectam. Quæ est figura tecti domus.

B. Temerè hæc.

A. Se-

A. Sequuntur rursus inventa aliena. Itaque Prop. 12. ostendit quid sit *latus rectum*, sive *Parameter*, sive *juxta quam possunt* ordinatim Applicatæ. [Parameter hæc, *non uspiam* (inquit) *vel in coni sectione vel in ipso Cono realiter existit, sed sola imaginatione suppletur.*] Quod est falsum, natumque ex imperitia hominis in Conicis semidocti.

B. Quænam autem est recta illa in Coni sectione realiter existens parameter?

A. Dicam. Describe parabolam (non nunc sed cum fueris apud te) & comprehende parallelogrammo, cujus unum latus tanget parabolam in vertice & faciet angulum cum Diametro. Angulum illum, ducta recta secans lineam parabolicam alicubi, dividat bifariam, & compleatur parallelogrammum, cujus unus Angulus est in vertice, alter est in linea parabolica. Erit autem parallelogrammum illud vel quadratum vel Rhombus. Hujus latus est parameter. Meditare, inquam, hoc tecum, & judica an Parameter magis sit imaginaria quam Diameter, vel alia quævis linea. Est autem ubique ut intercepta Diameter ad illam, ita illa ad ordinatim applicatam. Id quod *Wallisius* enunciat per *Quantuplo major est vel minor &c. tantuplo &c.* quæ voces *Quantuplum* & *Tantuplum* neque Latinæ sunt, neque quicquam significant.

B. Miror certè alienæ Latinitatis reprehensorem tam acrem, toties barbarè scribentem non sensisse.

A. Fieri potest ut linguæ Latinæ usum aliqua ex parte labefactaverit studium nimium Linguæ Arabicæ.

B. Non puto.

A. Proximo loco quamlibet parabolam cuilibet cono aptari posse (puto nam obscure) demonstrat; neque enim nova res est, neque difficilis Propp. Decem hujus partis primæ reliquæ, ubi de Ellipticis & Hyperbolicis Pyramidoidibus & Cuneis, & de Ellipsium & Hyperbolarum parametris *imaginariis* loquitur, eodem laborant vitio. Vides ergo sectiones Conicas quatenus in ipso Cono consideratas quam parum intelligit. Quod attinet ad considerationem earundem sectionum extra Conum, ea scribit quæ (quia non intelligi) reprehendi non possunt; nam Theoremata (excepto quadragesimo septimo, quod suum est & falsum) ab aliis verè demonstrata sunt, *Wallisii* autem demonstrationes propter densitatem symbolorum non apparent. Neque quicquam habent, etsi veræ essent, præter Analysin alienæ Syntheseos. Ea igitur transilio, properans ad tractatum *de Arithmetica Infinitorum*, quo nihil unquam quisquam vidit in Geometria turpiùs.

B. Incipiamus ergo ab Epistola Dedicatoria.

A. Non est necesse. Nibil enim continet præter ordinem suarum ipsius cogi-

cogitationum quibus perductus est ad absurdam illam ejus circuli quadraturam. Neque in tractatu ipso ulterius legam quam ad Prop. 41. quia priores has pro fundamento ponit omnium quæ sequuntur. Prima propositio est *Lemma* vel potius *Problema* hoc, *Si proponatur series quantitatum Arithmeticè proportionalium* (*sive juxta naturalem numerorum consequutionem*) *continue crescentium, à puncto vel* o (*cyphra seu nihilo*) *inchoatarum* (*puta* o, 1, 2, 3, 4, *&c.*) *propositum sit inquirere quam habet rationem earum omnium aggregatum ad aggregatum totidem maximæ æqualium.*

B. Rationem habet tota series ad numerum terminorum multiplicatum per maximum, eandem quam habet semissis ad integrum. Summa enim terminorum omnium (ut in hac serie o, 1, 2, 3, 4,) æqualis est producto ex numero terminorum ducto in semissem maximæ. Itaque cum termini hic sint quinque & maximæ semissis 2, erit productus ex 2 in 5 æqualis 10. Est autem 10 summa terminorum omnium: idem contingeret in alia quavis progressione Arithmetica incipiente à cyphra, ut o, 3, 6, 9, ubi summa maximæ & minimæ id est 9 ducta in semissem numeri terminorum 2, facit 18, semissem ducti 9 in numerum terminorum 4. Geometricè etiam probari potest, eodem Argumento quo triangulum ostenditur parallelogrammi sui esse dimidium.

A. Notissimum est. Sed non hic de veritate quæritur conclusionis sed demonstrationis. Nam per inductionem probat. Inductio autem demonstratio non est, nisi ubi particularia omnia enumerantur, quod hic est impossibile. Itaque cum post exposita aliquot particularia subjungit, [*Et pari modo quantumlibet progrediamur, prodibit semper ratio subdupla,*] libenter velim scire, unde id scit, nisi causam proferat aut sciat quare necessario ita est. Secunda propositio eadem est cum prima (& propterea falsa, ut alio tempore ostendetur) nisi quod addit idem contingere etsi numerus terminorum sit infinitus.

B. Id certè falsum est. Siquidem enim numerorum termini numero infiniti essent, etiam terminus maximus solus per se infinitus esset, & summa terminorum numero infinitorum semissis esset infinitæ summæ infinities multiplicatæ.

A. Non ille primus se induit absurdis quæ circumstant contemplantes Infinitatem. Prop. tertia hæc est, *Triangulum ad Parallelogrammum* (*super æquali basi æque altum*) *est ut* 1 *ad* 2. Imò verò, non *ergo*, sed propter causas ab Euclide dictas Elem. 1. Prop. 41. Idem dicendum est ad Prop. 4. de Conocide parabolico, propter causas ab aliis exhibitas. Propositione quinta, eadem methodo probare vult lineam spiralem esse ad Arcum Circuli sibi respondentem ut 1 ad 2. Quod est falsum.

 B. Etiam

B. Etiam confitente *Wallisio*, qui in Scholio ad Prop. 13. per spiralem intelligere se dicit arcuum omnium infinitè parvorum aggregatum.

A. Sed in propositione hac loquitur manifestè de spirali descripta ab Archimede. Propositiones ergo 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, sunt falsæ, ut quæ ab hac dependent. Præterea quam absurdum est lineam constantem ex infinitis numero Arcubus infinitè parvis appellare spiralem, quæ si regulariter sive regulari motu generetur, necessario erit arcus circuli. Itaque etiam propositiones 14, 15, 16, 17, 18, quæ fundantur super hanc ejus spiralis interpretationem, sunt omnes falsæ. Neque ductæ à Centro ad æquales illos exiguos arcus erunt Arithmeticè proportionales. Comparata hæc ad sequentia leviuscula sunt.

B. An pejus in Geometria esse potest quàm facere spiralem constare ex arcubus circuli, iisdemque à rectis è centro interceptis Arithmeticè proportionalibus, quique etiam æquales efficiunt Angulos?

A. Satis quidem absurda illa sunt; sed videamus & hæc. Propositio 19. Lemma. [*Si proponatur series quantitatum in duplicata ratione Arithmeticè proportionalium (sive juxta seriem numerorum quadraticorum) continuè crescentium à puncto vel* 0 *inchoatarum, puta ut* 0, 1, 4, 9, 16, *&c. propositum sit inquirere quam habeat illa rationem ad seriem totidem maximæ æqualium.*

Fiat investigatio per modum inductionis (ut in prop. 1.)

Eritque

$$\frac{0+1}{1+1} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{0+1+4=5}{4+4+4=12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{0+1+4+9}{9+9+9+9} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18} = \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$$ *& sic deinceps.*

Ratio proveniens est ubique major quam subtripla, seu $\frac{1}{3}$. *Excessus autem perpetuò decrescit prout numerus terminorum augetur; puta* $\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \frac{1}{24}, \frac{1}{30}, \frac{1}{36}$ *&c. aucto nimirum fractionis denominatore, sive consequente rationis, in singulis locis numero senario (ut patet) ut sit rationis provenientis excessus supra subtriplum, ea quam habet unitas ad sextuplum numeri terminorum post 0, adeoque;*]

B. Permitte mihi eadem unà tecum inspicere.

A. Illud $\frac{0+1}{1+1}$ quid sunt? Fractiones an Rationes?

B. Utrumvis. Nosti enim huic scriptori eandem esse rem, Rationem & Fractionem.

A. Est ergo Fractio, & ; Fractio, & $\frac{0+1}{1+1}$ summa earum, eademque æqualis $\frac{1}{2}$.

B. Ita.

B. Ita.

A. Sed Fractio $\frac{0}{1}$ est nihil; ergo sola Fractio $\frac{1}{1}$ per se æqualis est fractioni $\frac{1}{2}$. Satin' hoc absurdum?

B. Ita est, sed non magis quam doctrina ejus de spirali. At fortassis $\frac{0+1}{1+1}$ unica est fractio & proinde, æqualis $\frac{1}{2}$, & illa æqualis $\frac{3}{6}$ & hæc æqualis $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$. Quid hic absurdi est?

A. Nonne vides dum copulatas quantitates pro fractione una habes facere te $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ id est $\frac{2}{9}$ æqualem $\frac{1}{2}$?

B. Video. Sed etsi ponat $\frac{0+1}{1+1}$ pro unica fractione, ponit fortasse $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ pro duabus.

A. Esto. Quomodo ergo unica ratio 3 ad 6 æqualis est duabus Rationibus 1 ad 3 & 1 ad 6, quod ille dicit, cum rationem 3 ad 6 superare dicat Rationem 1 ad 3 Ratione 1 ad 6?

B. Nonne recte?

A. Minime. Quoniam enim $\frac{3}{6}$ est Ratio 3 ad 6, eademque æqualis duabus simul Rationibus 1 ad 3, & 1 ad 6; si componantur Ratione, 1 ad 3, & 1 ad 6, erit Ratio proveniens (per illum) Ratio 3 ad 6.

B. Rectè.

A. Componuntur autem Rationes quando Rationum quantitates, id est, tam Antecedentes quam Consequentes ipsarum inter se multiplicantur. Rationes ergo 1 ad 3, & 1 ad 6 compositæ faciunt Rationem 1 ad 18. Vel sic, fiat ut 1 ad 6 ita 3 ad aliam, & oritur 18. Et proinde expositis his numeris 1, 6, 18, priores duo habent Rationem 1 ad 6, & posteriores Rationem 6 ad 18, sive 1 ad 3. Quare ratio $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ æqualis est Rationi 1 ad 18. Est ergo per *Wallisium* eadem Ratio 3 ad 6 quæ 1 ad 18.

B. Monstri simile est.

A. Similiter rationem 5 ad 12 æqualem facit Rationibus 1 ad 3, & 1 ad 12 simul sumptis; quæ duæ Rationes compositæ faciunt Rationem 1 ad 36, itaque 5 ad 12 eandem habet Rationem quam 1 ad 36.

B. Itaque quicquid ex hac operatione inferetur pro indemonstrato habendum est.

A. Inferetur autem primo, propositio sequens, nempe vicesima. [*Si proponatur series quantitatum in duplicata Ratione Arithmetice proportionalium (sive juxta seriem numerorum quadraticorum continue crescentium, à puncto vel o inchoatarum; ratio quam habet illa ad seriem totidem maximæ æqualium, subtriplam superabit; eritque excessus, ea ratio quam habet unitas ad sextuplum numeri terminorum*

norum poſt o ; *ſive, quam habet radix quadratica termini primi poſt* o, *ad ſextuplum radicis quadraticæ termini maximi.*] Clarè hic loquutus eſt.

B. Intelligo. Rationem quam habet ſeries creſcentium ad ſeriem totidem maximæ æqualium, majorem eſſe dicit, quam Ratio 1 ad 3 tanto quanto eſt Ratio unitatis ad ſextuplum numeri terminorum poſt o, hoc eſt (in ſerie, $\frac{0+1+4}{4+4+4} = \frac{5}{12}$) rationem 5 ad 12 majorem eſſe Ratione 1 ad 3, ſive 4 ad 12 tanto quanta eſt ratio 1 ad 12.

A. Rectè intelligis. Eſt autem falſum. Nam ratio 5 ad 12 æqualis eſſet ambabus ſimul rationibus 1 ad 3, & 1 ad 12. Quæ rationes compoſitæ juxta definitionem Elem. 6. 5. faciunt rationem 1 ad 36. Eſt ergo ratio 5 ad 12 æqualis rationi 1 ad 36. Vel ſi inter 5 & 12 interponamus 4, ut ſint tres quantitates 5, 4, 12, ratio primæ 5 ad tertiam 12, major erit ratione 4 ad 12, id eſt Ratione ſubtripla, tanto quanta eſt ratio 5 ad 4. Itaque per bonum veſtrum Profeſſorem eadem eſt ratio 5 ad 4, & 1 ad 12.

B. Error manifeſtus eſt, & quidem major illo quem erravit in doctrina ſpiralium. Quod non facile crediḍiſſem.

A. Vide jam id quod inde infert, nempe, Si ſeries hæc quadratica eſſet infinita, ſumma creſcentium ad ſummam totidem maximarum eſſet accuratè in ratione 1 ad 3. Sic enim probat, [*Cum autem creſcente numero terminorum, exceſſus ille ſupra Rationem ſubtriplam ita continuo minuatur, ut tandem quovis aſſignabili minor evadat, (ut patet) ſi in infinitum procedatur prorſus evaniturus eſt. Adeoque, ſi* (quæ eſt propoſitio 21) *proponatur ſeries infinita quantitatum in duplicata Ratione Arithmeticè proportionalium (ſive juxta ſeriem numerorum quadraticorum) continuè creſcentium, à puncto ſive* o *inchoatarum; erit illa ad ſeriem totidem maximæ æqualium, ut* 1 *ad* 3.]

B. Videtur ſane exceſſum rationis ſi perpetuo minuatur, debere tandem evaneſcere; ſaltem tam exiguum eſſe, ut nullius deberet eſſe conſiderationis. Itaque pereunte exceſſu rationis ſupra ſubtriplam relinquetur præciſè ſubtripla.

A. Ita certè, niſi una creſcerent quantitates comparatæ. Vide ſeriem primam $\frac{0+1}{1+1}$; nonne majorem rationem habet 0 + 1 ad 1 + 1 quam 1 ad 3, id eſt quam ratio ſubtripla?

B. Ita quidem, ſed ut additâ ad conſequentem unitatē eſſet ſubtripla.

A. Deinde vide ſeriem ſecundam $\frac{0+1+4}{4+4+4}$. Nonne ratio ſeriei creſcentis 5 ad ſeriem maximarum 12 major eſt quam ſubtripla?

B. Etiam. Ita vero ut addito ad conſequentem numero 3 fiat ſubtripla.

A. Mani-

A. Manifeſtum ergo eſt, ſi procedatur in infinitum numerus creſcentium major erit numero ſubtriplo maximarum; eritque exceſſus numerus major quam ut poſſit dici. Tantum abeſt ut ſeries creſcentium, quantumvis procedendo, poſſit eſſe ſubtripla ſeriei maximarum.

B. Error eſt manifeſtiſſimus.

A. Ex propoſitione hac dependent non modo omnes ſequentes usque ad 39, ſed etiam omnes illæ quibus rationem determinat parabolarum & paraboloideum ad circumſcripta parallelogramma.

B. Sed rationes quas aſſignavit veræ ſunt, & à Mathematicis receptæ.

A. Vere quidem, & jamdiu circumlatæ ſunt, ſed ſine demonſtratione.

B. Demonſtratæ extant ab *Hobbio* Cap. 7. Lib. de Corpore, Editione Latina.

A. Prop. 39. [*Si proponatur ſeries quantitatum in Triplicata ratione Arithmetice proportionalium (ſive juxta ſeriem numerorum Cubicorum,) continue creſcentium, à puncto vel* o *inchoatarum, (puta ut* o, 1, 8, 27, 64, *&c.) propoſitum ſit inquirere quam habeat illa rationem ad ſeriem totidem maximæ æqualium.*]

Fiat inveſtigatio per modum inductionis (ut in Prop. 1. *&* 19.*)*

Eritque

$$\frac{0+1=1}{1+1=2}=\tfrac{2}{4}=\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{4}.$$

$$\frac{0+1+8=9}{8+8+8=24}=\tfrac{3}{8}=\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{8}.$$

$$\frac{0+1+8+27=36}{27+27+27+27=108}=\tfrac{4}{12}=\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{12}.$$

Et ſic deinceps.

[*Ratio proveniens eſt ubique major quam ſubquadrupla, ſeu* $\frac{1}{4}$. *Exceſſus autem perpetuo decreſcit prout numerus terminorum augetur, puta* $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{16}, \frac{1}{20}, \frac{1}{24}$. *&c. aucto nimirum fractionis denominatore, ſive conſequente rationis, in ſingulis locis, numero quaternario, (ut patet) ut ſit rationis provenientis exceſſus ſupra ſubquadruplam, ea quam habet unitas ad quadruplum numeri terminorum poſt* o, *Adeoque.*]

B. Eadem eſt methodus quæ in Prop. 19. An & iidem errores?

A. Plane iidem. Nam ſi $\frac{2}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ rationes ſint, impoſſibile eſt ut ratio 2 ad 4, ſit æqualis duabus rationibus 1 ad 4, & 1 ad 4, Nam ratio 2 ad 4 duplicata eſſet rationis 1 ad 4. Sed ratio 1 ad 16 duplicata eſt rationis 1 ad 4. Eſſet ergo ut 2 ad 4, ita 1 ad 16. Concluſio autem quam deducit ex hac Prop. 39. eſt propoſitio 40, nempe hæc. [*Si proponatur ſeries quantitatum in Triplicata ratione Arithmetice proportionalium (ſive juxta ſeriem numerorum cubicorum) continue creſcentium, à puncto vel* o, *inchoatarum; ratio, quam habet illa ad ſeriem totidem maximæ æqualium*

ſubquadruplum ſuperabit; eritque exceſſus, ea ratio quam habet unitas ad quadruplum numeri terminorum poſt o; ſive, quam habet radix cubica termini primi poſt o, ad quadruplum radicis cubicæ termini maximi.

B. Erit, inquit, exceſſus rationis quam habet ſeries creſcentium ad totidem maximas, ſupra rationem ſubquadruplam, ea ratio quam habet unitas ad quadruplum numeri terminorum poſt o. Id eſt, in hac ſerie $\frac{0+1+8}{8+8+8}$ ratio 9 ad 24 ſuperabit rationem ſubquadruplam, & exceſſus erit ratio 1 ad 8.

A. Nonne ergo ratio 1 ad 8, compoſita cum ratione ſubquadrupla faciet rationem 9 ad 24.

B. Certiſſimè.

A. Sed ratio 1 ad 8; & ratio 6 ad 24, id eſt ſubquadrupla faciunt rationem 6 ad 192. Eſt ergo ut 9 ad 24 ita 6 ad 192. Vel ſi ponantur ordine hi numeri 9, 6, 24, ratio 6 ad 24 eſt ſubquadrupla. Superat autem ratio 9 ad 24 rationem 6 ad 24 ſubquadruplam, ratione 9 ad 6, Eſt ergo ut 9 ad 6 ita 1 ad 8. Siccine ſolent γεωμετρεῖν Profeſſores publici?

B. Eundem errat errorem nunc & antè.

A. Deinde quod infert, [*Cum autem, creſcente numero terminorum, exceſſus ille ſupra rationem ſubquadruplam ita continuo minuatur, ut tandem quolibet aſſignabili minor evadat, (ut patet;) ſi in infinitum procedatur, prorſus evaniturus eſt. Adeoque* (quæ eſt propoſitio 41) *Si proponatur ſeries infinita quantitatum in Triplicata Ratione Arithmeticè proportionalium (ſive juxta ſeriem numerorum cubicorum) continue creſcentium, à puncto ſeu o inchoatarum; erit ille ad ſeriem totidem maximæ æqualium, ut 1 ad* 4,] falſum eſt. Eſt enim in prima ſerie $\frac{0+1}{1+1}$ ſumma creſcentium major quam ſubquadrupla totidem maximarum, tanto quanta eſt ſemiſſis Unitatis. In ſerie ſecunda ſumma creſcentium ſuperat ſubquadruplam maximarum tribus unitatibus. In tertia novem Unitatibus &c. Quouſque procedendum eſſe putas ut ſumma creſcentium ſit tandem maximarum ſubquadrupla.

B. Quanto plus proceditur tanto pejus. Propoſitio eſt falſa.

A. Deinde Prop. 43. [*Pari* (inquit) *methodo invenietur ratio ſeriei infinitæ quantitatum in ratione quadruplicata, quintuplicata, ſextuplicata, &c. Arithmeticè proportionalium à puncto ſeu o inchoatarum ad ſeriem totidem maximæ æqualium; nempe in quadruplicata 1 ad 5.* &c.]

B. Falſum eſt; ne examines.

A. Imo vero quid afferant novi quæ ſequuntur, ulterius ne quæramus, cum ab his dependeant cætera omnia.

B. Ne

B. Ne imaginari quidem possum quicquam quod aut *Wallisius* aut eorum ullus, qui libros ejus literis ad ipsum scriptis laudaverunt contra hæc tam perspicue demonstrata afferre possunt.

A. Extantne Geometrarum literæ quibus Geometria hæc *Wallisii* comprobatur?

B. Extant quidem (editæ ad *Wallisio*) altera *Hugenii*, altera nescio cujus, sed dicunt aliqui esse *Schootenii* vix Latina. Præterea *Robervallus*, Professor Parisiis celeberrimus, idemque alias in demonstrationibus propriis satis cautus, chartulæ cujusdam manuscriptæ exemplaria aliquot in Angliam transmisit, in qua doctrinam de comparatione parabolarum, & Conoideum ex illis factarum ad parallelogramma & Cylindros circumscriptos, in hoc tractatu *de Arithmetica Infinitorum*, expositam negat ab *Wallisio* primo, sed à se inventam esse asserit. Quod non fecisset nisi Doctrinam ipsam veram esse censuisset.

A. Mirandum non est si illi qui maximam operam in eo posuerunt ut rationem Arcus ad radium ad numeros reducerent, Methodum hanc Symbolicam incautè amplexi sint. Sed ut *Robervallus*, qui Geometrarum primus esse vult & ferè est, Paralogismos tam crassos videre non potuerit, profecto mirandum est.

B. Habet hoc peculiare *Robervallus*, cum egregium quis à se inventum Theorema in publicum emiserit, ut statim distributis chartulis dicat idem à se inventum esse prius. Itaque Theorema de solido Hyperbolico inventum, à Toricellio postquam esset editum ad se rapuit; & nunc Methodum de comparatione Paraboloideum editam ab *Wallisio* & solo *Wallisio* dignam suam haberi incautus petit. Idem *Hobbium* qui æqualitatem inter spiralem, & parabolicam, primus vidit, quia ipse eandem priùs demonstraverat appellat Plagiarium.

B. Et merito: siquidem *Robervalli* demonstrationem ediderat ut suam.

A. Sed demonstrationem *Robervalli* negat se vidisse; sed cum convenissent Parisiis in Cænobio Minimorum, ipse, Mersennus, *Robervallus*, & quartus (quem non nominat) incidissetque sermo de comparatione Spiralis & Parabolicæ, videtur, inquit *Hobbius*, linea spiralis æqualis esse rectæ quæ subtendit Semiparabolam, cujus quidem Axis, sit æqualis Semiperimetro circuli spiralem continentis; Basis autem ejusdem circuli Radio. Itaque creta designans figuram in pariete, sic arguebat. Quoniam in Axe parabolæ, motus quo parabola generatur augetur juxta rationem temporum duplicatam, motus autem in Base est uniformis; item quia motus quo generatur spiralis, in circulo augetur in ratione temporum duplicata, & in Radio est Uniformis; videtur similis esse genera-

generatio unius generationi alterius; & proinde si vertex Semiparabolæ cum termino Basis connecteretur per lineam rectam, rectam illam, ut quæ eandem habet generationem, æqualem esse oportere Spirali. Quæ illatio vera non erat, sed contra conclusionem quam probare conatus est. Id cum animadvertisset *Robervallus*, recta (inquit) Semiparabolam subtendens fit à motu utroque uniformi. Itaque abjecta creta errorem agnovit *Hobbius*. At *Robervallus* postridie eandem propositionem ad Mersennum demonstratam attulit. Quam tamen demonstrationem non vidit *Hobbius*, sed postea Theorema idem sua Methodo demonstravit edidit que.

A. Si ita est, inventionem illam *Hobbio* potius quam *Robervallo* adjudicarem, & hunc quam illum dicerem plagiarium. Sed quo teste rem ita esse probaverit si opus sit.

B. Quæsivit *Hobbius* per epistolam à quarto illo, quem non nominavit utrum chartula illa ipsius esset *Robervalli*, necne. Is autem nescire se rescripsit cujus esset; sed paratum se testem esse, lucem & Methodum demonstrationis suæ accepisse ab *Hobbio Robervallum*. Sic enim scribit Gallice: *Ie n'ay pas veu sa demonstration, mais quoy qu'il fasse il ne peut desnier que vous ne soyez cause qu'il ait trouvé cette proposition, puisque vous luy avez donné l'idée, & le sujet de la trouver, C'est ce que je tesmoigneray tousjours.*

Hic post verbū *toujours* inserendum & legendum quod in fine libri habetur post pag. 143: *Quoniam parabola &c.*

A. Vidisti jam Tractatus *Wallisii* tum Geometricos tum Arithmeticos nullius esse pretii, ut qui nullam continent veri Theorematis demonstrationem novam; sed vel aliorum demonstrationes symbolicè (id est obscurè) transcriptas; vel suas ipsius falsas; vel etiam aliquando, (præsertim in Tractatu de Arith. Infinit.) Theoremata ipsa falsa. Judica ergo ipse *Wallisius* & Doctrinæ *Wallisianæ* comprobatores & Encomiastæ quales sunt Mathematici. Legisti etiam Elenchum ejus & vidisti quam sit refertus convitiis rusticanis. Judica ergo quam necessaria conditio sit ad Theologiæ Doctoratum ut quis sit vir bonus. Convitiorum causa fuit ira, sed quæ causa iræ? Nempe homines ambitiosi cupidique regnandi non modo in foro externo, sed etiam in interno, ad omne dictum vel scriptum quod cupiditati eorum adversatur illico excandescunt; & (siquidem audent) maledictis onerant. Causa autem ignorantiæ est partim quod scientias non ipsarum amore, sed lucri causa adeunt ut stipendia mereantur; maxime vero quod scientiam non in rerum ipsarum Imaginibus, sed in verbis Magistrorum quærunt, iisque non semper intellectis. Itaque Principia ignorantes, id est naturam Puncti, Lineæ, Anguli, Rationis nescientes, in absurda quæ recensuimus delapsi sunt.

B. Sic puto.

A. Accessit quoque scientiis damnosa illa multitudo Symbolorum, quorum

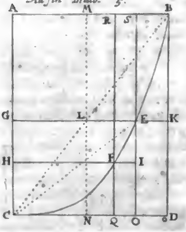
quorum fiducia attentionem ad rerum ipſarum Ideas remiſerunt, quæ inventa ad leniendum nobilium adoleſcentulorum in quærendis Problematum Arithmeticorum ſolutionibus moleſtiam, adeo viſa eſt res elegans, ut nihil eſſe neque in Arithmetica, neque in Geometria tam difficile videretur quod ope Symbolorum ſolvi non poſſet. Itaque omnes laudare & magnifacere ſcientiam quandam quam nominarunt *Symbolicam*; etiam homines quibus nihil videbatur ad eminentiam deeſſe præterquam ut docti eſſent in Mathematicis, Magiſtris uſi ſunt Symbolicis, fruſtra. Verum ſicut ſine ſuſpitione criminis nemo fit inexpectatò & repentine dives, ita nemo ullo modo ſine magno ſtudio & labore fiet doctus.

B. Parumne prodeſt ad ſolutionem problematum Mathematicorum ars Analytica, & ad Analyticam uſus ſymbolorum?

A. Imo multum. Sed quid hoc ad nuper introducta Symbola? Literæ A, B, C, &c. quibus ſolis uſi ſunt Geometræ veteres, nonne ſunt Symbola? Plura autem ſæpius ἐνοχλοῦσιν quam adjuvant. Quod autem Analyſin attinet, non minus apparet in ſcriptis *Euclidis*, *Archimedis*, *Apollonii* aliorumque antiquorum, quam Vietæ, Oughtredi, & cæterorum Algebriſtarum. Quid enim eſt Analytica hæc recentium?

B. Eſt ars qua à quæſiti ſuppoſitione pervenitur per conſequentias ad vera Naturæ ordine priora. Et Synthetica, qua reciprocè à veris prioribus venitur ad quæſiti Concluſionem.

A. *Euclides* ergo & cæteri antiqui ea perpetuo uſi ſunt. Quid enim, cùm apud illos Theorema legis quod incipit à *Si*, nonne vox illa *Si* denotat aliquid eſſe ſuppoſitum, exempli gratia æqualitatem angulorum, unde per conſequentias venitur ad aliquod prius quæ eſt æqualitas laterum? Hæc autem eſt Analyſis. Deinde reciprocè ex æqualitate laterum concluditur æqualitas angulorum, quod ante erat quæſitum; quæ eſt ſyntheſis. Itaque ne crede ſymbolicam hanc hodiernam veteribus in uſu fuiſſe, aut omnino cognitam, neque, ut quidam nimium aſtuti homines dixere (neſcio quam ob cauſam) diſſimulatam. Sed *Walliſio* laudatoribusque ejus nunc amiſſis, convertamur ad alia.



DIALOGUS SEXTUS.

De Cycloide.

B. POst cognitam Dimensionem Circuli latere non potest Dimensio Cycloidis.

A. En tibi de Cycloide Propositiones xxii.

Propositio i.

Sit Semicirculus B C D cujus Centrum A. Supponaturque punctum B moveri uniformiter in Arcu B C D, (qui sit divisus bifariam in C) & eodem tempore moveri eadem velocitate in recta A C. Sunt autem anguli ad A recti. Et (quia motus rectus Centri A æqualis est motui Circulari per Arcum B C D) quando punctum B est in D erit descripta à Centro A recta (transiens per C) æqualis ipsi Arcui B C D.

Sit ea recta A E, cui æquales ponantur D F, B G, nempe quæ possit decem (semiradios) A B; erit ergo A E sive D F æqualis arcui B C D. Compleatur rectangulum B D F G.

Iam ad descriptionem Cycloidis dividatur tum Arcus B C D, tum recta B G in partes æquales quotlibet. Ego utramque lineam secui in partes 12; nempe Arcum ad puncta 1. 2. 3. 4. 5. C. 7. 8. 9. 10. 11. 12. D; & rectam B G in totidem partes ad puncta α. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. ι. κ. λ. Et per illa puncta duxi totidem rectas diametro D B parallelas. Item per singula puncta divisionis Arcus B C D, singulas rectas lateri B G parallelas; quas appello *parallelas altitudinis*, ut quæ designant partium circumferentiæ B C D altitudines. Quibus constructis erit Arcus B 1 (pars Arcus B C D) æqualis B α parti ipsius rectæ B G, & tota B G toti Arcui B C D æqualis.

In recta A E notentur divisiones eædem quæ sunt in recta B G, nempe 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. E. Et Radio 1 α ducatur Arcus α *a* secans parallelam altitudinis primam in *a*. Quando ergo punctum B deberet esse (propter motum circularem) in arcu suo ad punctum 1, erit (propter motum rectum Centri) in puncto *a*. Motus enim Centri non variat altitudines circulatione acquisitas, quæ semper sunt in altitudinum parallelis. Deinde radio 2 β ducatur arcus Circuli Secans parallelam altitudinis secundam in *b*. Quando ergo punctum B propter motum circularem deberet esse in suo arcu ad 2 erit propter motum rectum Centri in eadem parallela altitudinis ab *b*; eritque arcus α *a* æqualis arcui B 1, & arcus β *b* æqualis arcui B 2. Item si Radio 3 γ describatur arcus γ *c* secans tertiam altitudinis parallelam in *c* erit arcus γ *c* tripla arcus B 1. Eadem Metho-

Methodo conſtituuntur reliqua puncta *d.e.f.g.h.i.k.l.* per quæ puncta Cyclois debet tranſire, quæ eſt deſcriptio Cycloidis.

Conſectarium primum. Manifeſtum hinc eſt Arcus omnes *α a. β b. γ c* usque ad Arcum ſemicirculi G F eſſe in ratione continua Arithmetica.

Conſectarium ſecundum. Manifeſtum quoque eſt ſi plures fierent diviſiones accuratiorem fore Cycloidem, ratione Arithmetica ſemper ſervata, & denique ſi arcus ducerentur eadem Methodo, tot quot duci poſſibile eſt, impleretur ſpatium planum comprehenſum duabus lineis curvis (nempe Arcu ſemicirculi G F & linea Cycloide F *d* B) & denique recta B G.

Propoſitio II.

Spatium trilineum incluſum Cycloide & duabus rectis B G, G F, æquale eſt ſemicirculo A B C D.

Nam Arcus G H F, *λ l, κ k, ι i, θ h,* & cæteri ſecundum rationem Arithmeticam perpetuo decreſcentes, æquales ſunt totidem Arcubus ſemicirculorum integris, deſcriptis à Radiis quorum maximus quidem eſſet E G, cæteri vero minores decreſcentes ſcilicet ſecundum eandem rationem Arithmeticam, donec evaneſcerent in puncto E. Sed Arcus hi conſtituerent ſemicirculum, (modo Radius E G partes aliquotas diviſus eſſet in quot partes dividi illum eſt poſſibile) conſtituerent, inquam, ſemicirculum E G H F. Quare compoſitæ lineæ B G H F, B *λ l*, B *κ k*, B *ι i*, B *θ h*, B *η g*, B *ζ f*, & cæteri omnes eadem Methodo deſcriptibiles qui dupli ſunt arcuum G H F, *λ l, κ k, ι i, &c.* cuncti conſtituent ſpatium duplum ſemicirculi E G H F. Sed ſpatium incluſum Cycloide, & arcu G H F, & recta B G eſt ipſum ſpatium quod conſtituitur à lineis illis compoſitis B G H F, B *λ l, &c.* Eſt ergo ſpatium incluſum Cycloide, & Arcu G H F, & recta B G, duplum ſemicirculi E G H F. Reliquum ergo Spatium incluſum Cycloide, & duabus rectis B G, F G æquale eſt ſemicirculo. Quod erat demonſtrandum.

Conſectarium primum. Sequitur hinc Spatium comprehenſum Cycloide & duabus rectis D F, D B triplum eſſe ſemicirculi genitoris. Nam rectangulum totum quod fit à ſemiperimetro (id eſt à D F) in diametrum B D eſt ſemicirculi quadruplum.

Conſect. 2. Manifeſtum quoque eſt Spatium duabus curvis, nimirum Cycloide & Arcu B C D & recta D F incluſum duplum eſſe ſemicirculi genitoris A B C D. Eſt enim ſemicirculus A B C D unum quorum trilinium incluſum Cycloide & rectis D F, D B, eſt tria.

Conſect. 3. Sequitur etiam rectam quamlibet parallelam baſi D F & interceptam à Cycloide & Arcu B C D, æqualem eſſe Arcui ſibi contiguo

ſumpto à contactu ad punctum B. Tota enim recta D F æqualis eſt toti Arcui D C B, per Hypotheſin. Quoniam ergo ſpatium trilineum comprehenſum Cycloide, Arcu B C D, & recta F D, duplum eſt ſemicirculi A B C D, & recta F D dupla eſt *f c* erunt ſingulæ rectæ ſingulis Arcubus (propterea quod ſimiliter generantur) æquales, id eſt recta *l* 11 æqualis Arcui B 11, recta *k* 10 æqualis arcui B 10, & ſic de cæteris.

Conſectarium hoc tertium etiam ſic demonſtratur ſeorſim.

Sumpto quolibet Arcu B 3 cujus Sinus productus ſit ad Cycloidem in *c*, & pars intercepta ſit 3 *c*. Quoniam ergo (per conſtructionem) quo tempore per motum circularem punctum B deberet eſſe in 3, eodem tempore per motum rectum debet deſcripſiſſe rectam arcui B 3 æqualem, erit recta B *c* ipſi arcui B 3 æqualis. Itaque ſi vera ſit Cyclois, non modo baſi ejus D F æqualis erit arcui B C D, ſed etiam omnis alia recta inter arcum B C D & Cycloidem intercepta baſique parallela erit arcui ſibi contiguo terminato in B æqualis.

Quod ſi motus Centri rectus motui circulari per arcum B C D ſit inæqualis, erunt parallelæ interceptæ Arcubus ſuis contiguis proportionales quidem, ſed inæquales; & per conſequens non erit ea vera Cyclois quam definivimus.

Propoſitio 111.

Recta D G dividit bifariam tum triangulum rectilineum B G F, tum partes ejus nempe ſpatium Cycloidale externum B G F & bilineum BFB.

Secet recta D G Cycloidem in *m*. Eritque triangulum rectilineum G 6 F æquale quartæ parti rectanguli B D F G, id eſt ſemicirculo genitori; & tria ſpatia nempe triangulum G 6 F, ſpatium Cycloidale externum B F G, & bilineum B F B inter ſe æqualia. Rurſus triangulo rectilineo G 6 F æquale eſt triangulum rectilineum G 6 B. Dividitur ergo totum triangulum B G F à recta D G bifariam. Pars ergo Cycloidalis ſpatii comprehenſa parte Cycloidis F *m* & duabus rectis F G, G *m*, una cum parte bilinei B *f* B comprehenſa ab eadem parte Cycloidis F *m*, & duabus rectis F 6, 6 *m* æquale eſt duobus ſpatiis, nempe Cycloidali B G *m* & parti bilinei B *m* 6 B. Cum autem triangulum rectilineum G 6 F æquale ſit ſpatio Cycloidali B F G, ablato communi ſpatio G *m* B reſtabit ſpatium B *m* 6 B (pars bilinei B F B) æquale ſpatio F G *m* parti Cycloidalis ſpatii externi reliquæ. Quare ſpatium Cycloidale ablatum, nempe B G *m* æquale eſt parti reliquæ bilinei F 6 *m*. Si oſtendero jam ſpatium Cycloidale F G *m* æquale eſſe ſpatio F 6 *m* parti bilinei B F B, neceſſe eſt ut quatuor illa ſpatia ſint inter ſe æqualia. Dividatur recta G 6 bifariam, id eſt, in *s*, ducaturque recta F *s* ſecans Cycloidem in *n*; eritque triangulum rectilineum

neum G F *s* æquale triangulo *s* F *6*. Superat autem triangulum G F *s* ſpatium Cycloidale F G *m* ſpatio trilineo *s n m*, minus ſpatio bilineo F *n* F. Sed triangulum *s* F *6* (triangulo G F *s* æquale) ſuperat ſpatium F *6 m* (partem bilinei B F B) eodem ſpatio trilineo *s n m*, minus ſpatio bilineo F *n* F. Sunt ergo partes trianguli G *6* F diremptæ à parte Cycloidis F *m*, inter ſe æquales. Itaque recta D G ſecat tum rectangulum totum B G F tum partes ejus, &c. bifariam. Quod erat demonſtrandum.

Propoſitio IV.

Partes duæ Cycloidalis ſpatii B F G, ut & partes bilinei B F B diremptæ à recta D G æquiponderant ſuper ipſam D G.

A puncto B ducatur recta B *o* ſecans rectam D G in ipſo Arcu B C D. Eritque B *o* ad D G (propter Arcum ſemicirculi B C D) perpendicularis; diſtantia ergo puncti B, à recta D G eſt recta B *o*. Item Centro E radio E G deſcripto arcu ſecante D G in *p* recta F *p* erit diſtantia puncti F à recta D G; & ſunt rectæ B *o*, F *p* inter ſe æquales. Cum ergo ſpatia F G *m* & *m* G B oſtenſa ſint æqualia, & æqualiter diſtent à recta D G, quæ dividit illa bifariam, etiam ſuper ipſam D G æqui ponderabunt. De partibus bilinei nempe F *6 m*, B *6 m* eadem eſt demonſtratio. Quare partes, &c. Quod erat demonſtrandum.

Per eandem cauſam demonſtrari poteſt quod Centrum gravitatis etiam ſpatii Cycloidalis interni B F D, terminati Cycloide ipſa & duabus rectis B D, D F eſt in eadem diagonali D G.

Propoſitio V.

Centrum gravitatis ſpatii Cycloidalis externi B G F, eſt in *s*.

Juncta enim F A & diviſa in I, ita ut F I ſit ad I A ut 2 ad 1 erit punctum I Centrum gravitatis trianguli rectilinei B F D, quod quidem triangulum rectilineum B F E duplum eſt ſpatii bilinei B F B. Eſt autem punctum I in concurſu rectarum *δ δ* & D G. Itaque ſi Centrum libræ ſtatuatur in L, ubi I *6* dividitur bifariam, erit Centrum gravitatis bilinei B F B in K ubi *6* M dividitur bifariam. Eſt enim triangulum B F D, duplum bilinei B F B. Rurſus juncta B E erit diviſa in M, ita ut B M ſit ad M E ut 2 ad 1, nempe in concurſu rectarum D G & *θ θ*. Erit ergo M Centrum Gravitatis trianguli B F G. Cum ergo Centrum gravitatis bilinei B F B ſit in K erit Centrum gravitatis ſpatii Cycloidalis externi B G F in *s*, ita ut M *s*, M K ſint æquales. Et propterea punctum *s* eſt in concurſu parallelæ *ι ι* & D G. Quod erat demonſtrandum.

Conſectarium. Centrum gravitatis ſpatii interni Cycloidalis B F D, eſt in puncto L, ubi diagonalis D G, ita dividitur ut G L ſit ad L D ut 7 ad

ad 5. Cum enim ſpatium Cycloidale internum B F D, triplum ſit ſpatii Cycloidalis externi B G F, ſi centrum libræ ſtatuatur in puncto 6. erit 6 s triplum diſtantiæ centri gravitatis ſpatii Cycloidalis interni ab eodem puncto 6. Sed 6 s eſt triplum 6 L. Eſt ergo Centrum gravitatis ſpatii Cycloidalis interni B F D in L. Dividitur autem recta D G ita ut G L ſit ad L D ut 7 ad 5, cum ſit L in concurſu s s & D G.

Propoſitio VI.

Quadrilineum *m6* C B comprehenſum duabus curvis B*m*, B C, & duabus rectis *6m*, 6C æqualis eſt quadranti A B C.

Secet enim recta 6B Arcum B C in *q*. Quoniam ergo triangulum rectilineum A B6 eſt pars octava rectanguli B D F G erit idem æquale quadranti A B C, Ablato ergo ſpatio communi A B *q* C erit reliquum ſpatium 6 *q* C æquale bilineo B *q* B. Sed ſpatium *6m* B C comprehenſum à parte Cycloidis B*m* & duabus rectis *m6*, 6C oſtenſum eſt æquale quadranti A B C. Itaque ſi ipſi addatur ſpatium 6*q* C, & eidem auferatur bilineum B*q*B, erit factum ſpatium *m6* C B (comprehenſum duabus curvis B*m*, B C & duabus rectis *m6*, 6C) æquale (ut antè) quadranti A B C. Quod erat demonſtrandum.

Propoſitio VII.

Spatium Cycloidale internum B A*f* comprehenſum à parte Cycloidis B*f*, & duabus rectis A B, A*f* ſuperat ſemicirculum genitorem tantum, quantum eſt trilineum 6*f m*.

Nam (per præcedentem) ſpatium quadrilineum B C *6m* æquale eſt quadranti A B C. Quare quadrilineum A B *m6* æquale eſt ſemicirculo genitori, cui ſi addatur trilineum *m* 6*f* fit ſpatium Cycloidale integrum B A*f*. Spatium ergo Cycloidale B A*f*, &c. Quod erat demonſtrandum.

Propoſitio VIII.

Si ducatur recta D C & producatur ad B G in N, juncta F N tranſibit per punctum *f*.

Cum enim D N transeat per C erit B N æqualis diametro B D, & quoniam B G eſt æqualis Arcui ſemicirculi Genitoris, erit G N exceſſus quo Arcus B C D ſuperat diametrum B N. Eſt autem 6E ſemiſſis ipſius B G, & 6*f* ſemiſſis diametri ſive rectæ B N. Quare recta E*f* eſt ſemiſſis rectæ G N. Etiam F E eſt ſemiſſis F G. Vt ergo F G ad G N, ita F E ad E*f*. Tranſit ergo F N per punctum *f*. Quod erat demonſtrandum.

Pro-

Propositio IX.

Triangulum rectilineum E F *f* æquale est spatio intercepto inter arcum quadrantis A B C & ejusdem subtensam.

Triangulum 6 E F æquale est quadranti A B C. Et quoniam 6*f* æqualis est semidiametro, erit Triangulum F *f* 6, æquale dimidio quadrato ab *f* 6. Reliquum igitur triangulum rectilineum F E *f*, æquale est reliquo spatio, nimirum, spatio quod relinquitur, dempto à quadrante A B C triangulo rectilineo A B C, id est spatio incluso intra Arcum B C & subtensam ejus. Quod erat demonstrandum.

Propositio X.

Si ducta B *o* producatur ad basim Cycloidis B F in *u*, erit recta D *u* duæ quintæ ipsius D F, sive ipsius arcus B C D.

Ostensum enim est in præcedentibus arcum quadrantis, cujus Radius est æqualis rectæ B D, æqualem esse rectæ quæ potest decem semiradios (id est quæ potest decem radios semicirculi genitoris.) Est autem D F (per constructionem) æqualis arcui BCD. Quoniam autem angulus B*o*D in semicirculo est rectus, & quatuor rectæ 6G, 6B, 6D, 6F, sunt æquales, item quatuor anguli B D *o*, G B *o*, 6D B, 6F D inter se æquales; erunt triangula G D B, B D *o*, D *u o* similia. Est ergo ut B G (id est arcus B C D) ad D B diametrum, ita B D diameter ad D *u*. Est ergo D *u* æqualis rectæ quam appellavimus Z, sive duabus quintis rectæ quæ potest decem semiradios, id est rectæ B F, id est arcus B L D. Quod erat demonstrandum.

Propositio XI.

Centrum gravitatis bilinei contenti linea Cycloidale B *f* F, & recta B F, est in eo puncto diagonalis D G, quod ipsam ita dividit in K, ut D K sit ad K G ut 7 ad 5.

Est enim triangulum A F D quarta pars rectanguli D G, id est æqualis semicirculo genitori. Et triangulum B F D æquale duplo semicirculo genitori. Quoniam autem centrum gravitatis trianguli A F D est in recta D G ad I (nam F A est ad I A ut 2 ad 1 & ostensum est centrum gravitatis figuræ Cycloidalis comprehensæ Cycloide B *f* F & duabus rectis B D, D F esse in puncto L, & bilineum B F B æquale esse semicirculo genitori) erit bilineum B F B unum, quorum triangulum rectilineum B F D, vel etiam B F G est duo. Quoniam ergo centrum gravitatis figuræ B *f* F D, quod est tria, est in L, erunt I L, L K inter se in ratione reciproca magnitudinem K L & L I. Si ergo punctum L statuatur centrum libræ, triangulum B F D & bilineum B F B suspensa

in I

in I & K æquiponderabunt. Eſt ergo K centrum gravitatis bilinei B F B. Quod erat demonſtrandum.

Propoſitio XII.

Planum incluſum intra Arcum quadrantis & ſubtenſam ejusdem arcus, eſt ad trilineum concluſum ab eodem arcu quadrantis & duos radios in angulo recto concurrentes, ut ſexta pars ſemiperimetri circuli genitoris unà cum tertia parte exceſſus ipſius ſemiperimetri ſupra tres radios ejusdem circuli, ad dictam ſextam partem ſemiperimetri mulctatam duabus tertiis prædicti exceſſus circuli genitoris ſupra tres Radios.

Centro E, Radio E G vel E F deſcribatur ſemicirculus G R F ſecans E A in R. Eritque R 8 æqualis C 4 vel 10 *f*, id eſt tertiæ parti exceſſus rectæ A E, ſive arcus G R F ſupra tres radios ſive triplam A C.

Nam oſtenſum eſt (*Prop.* 55.) quod triangulum rectilineum F E *f* æquale eſt plano incluſo intra arcum quadrantis & ipſius ſubtenſam, id eſt bilineo R F R. Ducatur R S perpendicularis ad F D in S. Iam duplum planum R F R unà cum trilineo incluſo intra F S, S R & arcum F R conſtituunt planum quadrantis E R F. Quoniam igitur triangulum rectilineum E F *f* & bilineum R F R ſunt duplum bilineum R F R, erit triangulum rectilineum reliquum F *f* R æquale trilineo F S R incluſo intra radios F S, S R & arcum quadrantis F R. Eſt ergo bilineum R F R ad trilineum F S R, ut E *f* ad *f* R; id eſt ut ſexta pars ſemiperimetri circuli genitoris unà cum tertia parte exceſſus ipſius ſemiperimetri ſupra tres Radios ejusdem circuli, ad dictam ſextam partem ſemiperimetri mulctatam duabus tertiis prædicti exceſſus ſemiperimetri circuli genitoris ſupra tres Radios. Quod erat demonſtrandum.

Conſectarium 1. Rectangulum ſub S R, R *f* æquale eſt duplo trilineo F S R; & rectangulum ſub F E, E *f* æquale duplo bilineo R F R; propterea quod æqualia ſunt alterum duplo triangulo F *f* R, alterum duplo triangulo F E *f*.

Conſect. 2. Rectangulum ſub S R & dupla R 8 eſt æquale exceſſui quo ſegmentum R F R ſuperat trilineum concluſum rectis F S, S R & Arcu quadrantis F R, (quod trilineum eſt complementum quadrantis ad quadratum Radii) nam rectangulum F E *f* ſuperat rectangulum S R *f* duplo rectangulo S R in 8 R. Quare triangulum F E *f* ſuperat triangulum S R *f* ipſo rectangulo S K in 8 R.

Propoſitio XIII.

Trilineum 6 *f m* clauſum duabus rectis 6 *m*, 6 *f*, & parte Cycloidis *f m*, æquale eſt trilineo F E *f* clauſo duabus rectis F E, E *f* & parte Cycloidis F *f*.

Eſt

Est enim planum clausum parte Cycloidis *F f m* & duabus rectis F 6, *6 m*, æquale quadranti E R S (per *Prop.* 49.) Ablato ergo communi spatio trilineo F *f*, R F clauso duabus curvis, nempe arcu F R, & parte Cycloidis F *f* & recta *f* R, restabunt ex altera parte trilineum F E *f*, ex altera parte *6 m f* inter se æqualia. Quod erat demonstrandum.

Propositio XIV.

Trilineum *6 f m* æquale est complemento quadrantis E R F ad quadratum Radii E R.

Sunt enim triangula rectilinea F E *f*, F R 6 æqualia, propter altitudinum inter se, & basium inter se æqualitatem. Quare utrumque eorum æquale est bilineo R F R. Est autem tam triangulum rectilineum 6 E F, quam trilineum *6 f m* æquale quadranti E R F, & proinde æqualia inter se. Itaque si auferatur commune triangulum rectilineum F *f* R, restabunt ab una quidem parte duo triangula F E *f*, F R 6, quæ sunt inter se æqualia, & ambo simul æqualia duplo bilineo R F R; ab altera vero parte duo trilinea nempe triangulum rectilineum F *f* R, & trilineum *6 f m*, quæ ambo simul æqualia sunt duplo complemento quadrantis E R F ad quadratum Radii E R. Sed cum duo triangula F E *f*, F R 6 æqualia sint duplo bilineo R F R, erit triangulum F *f* R æquale uno complementorum prædictorum (est enim quadrans æqualis duplo bilineo R F R una cum complemento ipsius quadrantis ad quadratum Radii.) Quare trilineum *6 f m* æquale est altero complementorum. Trilineum ergo *6 f m*, *&c.* Quod erat demonstrandum.

Propositio XV.

Spatium Cycloidale A B *f* terminatum duabus rectis A B, A *f* & curva B *c m f* æquale est quadranti A B C una cum quadrato A B z C.

Ostensum enim est (*Prop.* 52.) quod quadrilineum *m 6* C B terminatum duabus rectis *m 6*, 6 C, & duabus curvis, arcu B C, & curva B *c m*, est æquale quadranti A B C. Cui additum spatium *6 f m* æquale (ut in præcedente ostensum est) complemento quadrantis A B C ad quadratum A B z C facit planum comprehensum à duabus curvis B *m f* & arcu B C, & à recta *f* C, æquale quadrato A B z C. Cui si addatur rursus ipse quadrans A B C, fit totum planum terminatum duabus rectis A B, A *f*, & curva B *m f* æquale utrique simul, quadranti A B C & quadrato A B z C. Quod erat demonstrandum.

B. Cum Rectangulum *f* π z C duplum sit quadrantis A B C, & rectæ parallelæ quæ complent trilineum *f* B C *f* crescant à puncto B secundum progressionem Arithmeticam usque ad C *f* æqualem arcui B C, ego

credidiſſem, juxta doctrinam *Wallisii* in ſua Arithmetica Infinitorum, ſpatium planum f B C f æquale eſſe dimidio Rectangulo $f\pi z$ C, id eſt quadranti A B C.

A. Vides ergo regulæ *Wallisianæ* falſitatem, & quod extra figuras rectangulas & earum partes nihil valet.

Conſectarium 1. Si ducatur recta Bf erit factum ſpatium bilineum BfB, æquale dimidio quadrato A B z C. Ducta enim recta $f\pi$ perpendiculari ad BG in π, & juncta fz, erit rectangulum fz (contentum ſub fC quæ æqualis eſt arcui A B C & ſub Radio $f\pi$) æquale duplo quadranti A B C; & proinde totum rectangulum Bf æquale duplo quadranti una cum quadrato A B z C. Et triangulum rectilineum ABf æquale uni quadranti A B C una cum dimidio quadrati A B z C. Quare quod reſtat bilineum BfB æquale eſt alteri dimidio quadrati A B z C.

Conſect. 2. Recta fz ita ſecat Cycloidem, puta in c, ut bilineum cfc & trilineum czB ſint inter ſe æqualia; quod ex eo manifeſtum eſt quod ſpatium Cycloidale fA Bmf, & quadrilaterum rectilineum A Bfz ſunt inter ſe æqualia.

Conſect. 3. Triangulum rectilineum fzB æquale eſt bilineo fBf. Eſt enim triangulum fCz (cujus latus fC æquale eſt arcui B C, & latus C z æquale Radio A C) æquale quadranti A B C. Quoniam autem triangulum fzB una cum quadrato A B z C æquale eſt ſpatio Cycloidali fB A, ablato communi triangulo rectilineo fA B erit reliquum triangulum fzB æquale reliquo bilineo fBf, id eſt dimidio quadrato A B z C.

Propoſitio XVI.

Solidum deſcriptum à plano Cycloidali BfF D B moto ſuper baſem D F per quadrantem circuli eſt æquale duabus tertiis Solidi quod ſit à rectangulo D G moto item ſuper eandem baſem, & per quadrantem circuli.

Intelligatur rectangulum D G moveri ſuper baſem D F immotam, donec rectæ D B, F G, cæteræque intermediæ parallelæ deſcripſerint ſingulæ ſuos quadrantes; quo facto, dictum rectangulum D G inſiſtet plano chartæ perpendiculariter in communi ſectione D F; eritque deſcripta quarta pars Cylindri recti. Erit autem arcus quadrantis deſcripti ab unaquaque parallelarum dictarum, æqualis arcui B C D, & quotalibet pars ejus æqualis parti cognomini arcus B C. Præterea Sinus rectus quotælibet partis arcus quadrantis deſcripti à D B, æqualis erit chordæ arcus cognominis deſcripti ab A B. Vbi enim arcus quadrantis arcui ſemicirculi eſt æqualis, ſi ſumantur in utroque eædem partes, quæ recta chorda eſt arcus ſumpti in ſemicirculo, eadem recta erit Sinus rectus arcus

cuis

cus analogi in quadrante. Itaque si ducatur recta parallela & æqualis rectæ D B, terminata in D F & B G secans Cycloidem in 1, parte duodecima arcus B C D, erit chorda B 1 æqualis Sinui recto partis duodecimæ arcus quadrantis descripti Radio qui sit æqualis rectæ D B. Quare si in arcu quadrantis descripti à parallela per 1, sumatur pars ejus duodecima, & demittatur inde in Chartæ planum recta perpendicularis, incidet illa in parallelam altitudinis quæ transit per 1.

Similiter ostendi potest quod si sumatur pars sexta, id est arcus B 2, Sinus rectus duarum duodecimarum partium arcus quadrantis descripti à parallela per *a*, ea incidet perpendiculariter in parallelam altitudinis quæ transit per 2. Et sic de cæteris partibus quadrantis. Itaque arcus quadrantum descriptorum à rectis parallelis ipsi D B, decrescunt in ratione Arithmetica, donec evanescant in puncto F. Plana autem quadrantum eorundem decrescunt in ratione arcuum duplicata. Quare aggregatum quadrantum omnium descriptorum à dictis parallelis sumptis usque ad Cycloidem, id est Solidum descriptum à plano Cycloidali B*f*F D B est ad Solidum descriptum à conversione spatii Cycloidalis externi B G F *f*B. Et ad Solidum descriptum à rectangulo D G ut 2 ad 3. Quod erat demonstrandum.

Consectarium 1. Sequitur hinc quod solidum descriptum à triangulo F B D, solidum descriptum à bilineo B F B, & solidum descriptum à plano Cycloidali externo B G F*f*B esse inter se æqualia; & unum quodlibet eorum æquale quartæ parti Coni, ejusdem altitudinis & basis cum Cylindro descripto à rectangulo D G. Est enim Conus, id est solidum descriptum à triangulo rectilineo D G F converso super rectum D F, tertia pars Cylindri descripti à revolutione rectanguli D G super eandem rectam D F.

Consect. 2. Manifestum hinc est eadem Methodo demonstrari posse, sumptâ quavis aliâ parallela altitudinis, ut A*f*, terminatâ ex una parte in diametro D B, ex altera parte in Cycloide, & ductâ *f*π perpendiculariter ad B G, Quod solidum factum à conversione plani Cycloidalis B*mf*A circa rectam A*f* per quadrantem circuli æquale esse duabus tertiis solidi facti eodem tempore à conversione rectanguli Aπ supra eandem A*f*.

Propositio XVII.

Centrum gravitatis semicirculi genitoris A B C D ita dividit Radium A C in O, ut pars A O sit $\frac{3}{17}$ arcus B C D.

Si fiat ut tertia pars arcus B C D ad tertiam partem subtensæ (id est diametri) B D, ita duæ tertiæ Radii A B, id est una tertia diametri B D, ad quartam, erit terminus illius quartæ sumptæ ab A versus C

centrum gravitatis ſemicirculi A B C D. (per lib. primum *cap. 9. Prop. 1. Guldini* de *Centro gravitatis.*) Sit terminus ille O.

Eſt ergo tertia pars diametri B D media proportionalis inter tertiam partem arcus B C D & A O. Quoniam ergo diameter (per ſuperius demonſtrata) eſt media proportionalis inter arcum B C D & duas quintas arcus ejusdem, etiam tertia pars diametri erit media proportionalis inter tertiam partem arcus B C D & tertiam partem duarum quintarum ſive ſex quindecimarum dicti arcus B C D. Sed tertia pars ſex quindecimarum eſt $\frac{2}{15}$, quare A O eſt $\frac{2}{15}$ arcus B C D ſive rectæ A E vel D F. Itaque centrum gravitatis ſemicirculi genitoris A B C D, ita dividit radium A C in O, ut pars A O ſit $\frac{2}{15}$ arcus B C D. Quod erat demonſtrandum.

Coroll. Ducta ab O recta O *v* parallela diametro B D ſecans rectam A *z*, in *v*, erit punctum *v* centrum gravitatis quadrantis A B C.

Aliter.

Si fiat ut arcus B C ad duas tertias ſubtenſæ B C, ita A *ξ* ſemiſubtenſa ad quartam ſumendam ab A verſus C, erit terminus ejus centrum gravitatis ſemicirculi. Demonſtratum eſt à *Io. de la Faille, Prop. 36.* Sed ut arcus B C ad ſubtenſam B C ita ſubtenſa B C ad $\frac{2}{5}$ arcus B C, id eſt ad unam quintam totius B C D. Quare ut arcus B C ad $\frac{2}{3}$ ſubtenſæ B C ita A *ξ*, id eſt ſemiſubtenſa ad duas tertias duarum quintarum arcus B C, id eſt ad unam tertiam duarum quintarum totius arcus B C D, id eſt ad $\frac{2}{15}$ arcûs B C D. Quod erat demonſtrandum.

B. Si fiat ſemicirculus æneus accuratus qui ſit ejusdem ubique craſſitudinis, isque in puncto O tenui filo ſuſpenſus maneat plano Horizontis parallelus, quin recta D F æqualis ſit arcui ſemicirculi genitoris, dubitari amplius non poteſt.

A. Etſi experimenta talia vim non habeant demonſtrationis, juvat tamen operis cum contemplatione conſenſio. Itaque ſemicirculum æneum fieri curavi, & ſuſpendi ab eo puncto, & paralleliſſimum Horizontalem inveni exactiſſimum; ſed procede.

Propoſitio XVIII.

Invenire centrum gravitatis ſegmenti B C B contentum arcu quadrantis & ſubtenſa arcus B C.

Invento centro gravitatis trianguli rectilinei A B C fiat ut ſegmentum B C B ad triangulum A B C, ita diſtantia inter centra gravitatis quadrantis A B C & trianguli A B C ad aliam. Et illa inventa ponatur à puncto *v* verſus arcum in eadem recta A *z*, nempe *v r*, & erit

r cen-

r centrum quæsitum. Datur autem ratio bilinei B C B ad triangulum A B C, nempe ratio F R ad F E, & est centrum gravitatis segmenti B C B in recta A z in qua sunt centra gravitatis tum Trianguli tum quadrantis A B C. Datur ergo punctum r, id est centrum gravitatis segmenti B C D. Factum ergo est, quod erat faciendum.

B. Video etiam aliud sequi scitu non indignum, nimirum, Planum quod nascitur ab aggregatione rectarum, quæ æquales sunt partibus arcus B C perpetuo à nihilo crescentibus juxta rationem Arithmeticam, quando applicantur ordinatim ad terminos curvarum sibi æqualium nempe B 1, B 2, B 3, *&c.* æquales esse plano quod nascitur ab aggregatione sinuum rectorum eorundem arcuum, quando illi sinus ordinantur singuli ad terminos arcuum suorum in rectâ quæ sit ipsi arcui B C æqualis. Nam quod aggregatum sinuum rectorum omnium ita ordinatorum æquale est quadrato Radii demonstrarunt fortasse plures, sed invenit & demonstravit primus *Ch. Wren* Astronomiæ Professor *Greshamensis.*

Propositio XIX.

Solidi quod fit à conversione trianguli rectilinei F D B per quadrantem circuli super basem F D, centrum gravitatis est in plano quadrantis descripti semidiametro $\gamma\gamma$ & erecti ad planum chartæ, & in ea recta quæ ducta à puncto γ dividit arcum ejusdem quadrantis bifariam, distatque à puncto γ quod est in basi tantum quanta est dodrans duplæ rectæ A v.

Factum enim solidum à revolutione integra trianguli F D B super basem F D est Conus cujus centrum gravitatis dividit basem F D, ita ut pars ad verticem sit ad reliquam ut 3 ad 1, id est in γ. Quare planum erectum ad planum chartæ in communi sectione F D secans eam in γ, est planum æquilibrii tum ipsius Coni tum etiam dimidii vel quotælibet partis ejus. Planum enim æquilibrii dividit hæc in momenta æqualia. Est ergo centrum æquilibrii solidi quod fit à quarta parte conversionis trianguli F D, in plano quadrantis descripti à $\gamma\gamma$, & erecti ad planum chartæ. Quoniam autem arcus quadrantis descripti à D B duplus est arcus B C D descripti ab A B, & centrum gravitatis semicirculi B C D distat à centro A intervallo A O, erit centrum gravitatis semicirculi descripti à D B in distantia, à centro D tanta quanta est dupla A O. Sumatur D T æqualis duplæ A O, ducaturque F T secans $\gamma\gamma$ in V. Quare, quando in conversione trianguli F D B recta D T fit plano chartæ perpendicularis, erit punctum T centrum gravitatis semicirculi descripti à diametro D B. Secet recta F B rectam $\gamma\gamma$ in X. Quare quando in conversione trianguli F D T, γ V est ad planum chartæ erecta, erit punctum V centrum gravitatis semicirculi descripti à semidiametro γ X.

Et sic continget in intersectionibus rectarum omnium (quæ sunt parallelæ rectæ D B) cum recta F T, ut centra gravitatis quadrantum descriptorum ab ordinatis in triangulo F D B, sint in intersectionibus ipsarum ordinatarum cum recta F T. Sed intelligendum est triangulum F D T erectum esse ad planum chartæ. Itaque omnes semicirculi descripti à conversione trianguli F D B super basem F D æquiponderabunt super rectam F T, erectam ad planum chartæ. Sed quod æquiponderabunt etiam super $\gamma\gamma$ similiter erectam manifestum est ex eo quod F γ est ad γ D ut 3 ad 1. Est ergo centrum gravitatis Semiconi descripti à triangulo F D B in puncto V elevato perpendiculariter super planum chartæ sive Horizontis in γ; & distat à puncto γ quod est in base, tantum quanta est $\frac{3}{4}$ arcus semicirculi descripti à semidiametro γ X, sive dodrante rectæ D B.

Rursus, quoniam centrum gravitatis quadrantis A B C est ad ν in recta A z quæ dividit arcum B C bifariam, erit quoque centrum gravitatis quadrantis descripti à D B in recta quæ dividit arcum quadrantis ejusdem bifariam; distabitque tantum à puncto D quanta est dupla A ν. Sumatur D ϕ æqualis duplæ A ν, ductaque F ϕ secet rectam $\gamma\gamma$ in υ. Quoniam ergo D ϕ est distantia centri gravitatis quadrantis descripti semidiametro D B à puncto D, & A ν est in recta quæ dividit arcum B C bifariam, erit quoque $\gamma\,\upsilon$ distantia centri gravitatis quadrantis descripti à γ X & in recta quæ dividit arcum ejusdem quadrantis γ X bifariam. Idem accidit in cæteris omnibus ordinatis trianguli F D B. Est igitur F ϕ diameter æquilibrii solidi quod fit à conversione trianguli F D B super basem F D. Et recta $\gamma\,\upsilon$ sumpta in recta quæ dividit arcum quadrantis descripti à γ X bifariam Diameter æquilibrii altera, & $\gamma\,\upsilon$ dodrans sive $\frac{3}{4}$ rectæ D ϕ, id est, duplæ A ν. Itaque punctum intersectionibus ambarum $\gamma\,\upsilon$ & F ϕ id est punctum ipsum υ est centrum gravitatis Solidi quod fit à conversione trianguli F D B per quadrantem circuli. Quare Solidi quod fit, *&c.* Quod erat demonstrandum.

Consectarium. Centrum gravitatis quartæ partis Cylindri descripti à conversione integra rectanguli D G super latus F D est in plano quadrantis descripti à $\zeta\,\zeta$ in distantia à puncto ζ quod est in base tanta quanta est D ϕ, & est in recta quæ dividit arcum ejusdem quadrantis bifariam. Et centrum gravitatis dimidii Cylindri ejusdem est in recta quæ ex ζ erigitur plano chartæ perpendicularis in distantia æquali rectæ D T.

Propositio XX.

Invenire centrum gravitatis Solidi quod fit à conversione plani Cycloidalis D B F circa basem D F per circuli quadrantem.

Sumatur $\zeta\,\chi$ æqualis rectæ D ϕ, & collocetur unus ejus terminus in recta

recta D F ad ζ, & alter terminus in plano quadrantis erecti ad planum chartæ in $\zeta\zeta$, ita ut $\zeta\chi$ faciat cum recta $\zeta\zeta$ angulum semirectum; jungaturque $\upsilon\chi$ seceturque $\delta\varepsilon$ tam supra quam infra bifariam à recta $\sigma\sigma$, quæ secet $\upsilon\chi$ in τ. Dico punctum τ esse centrum gravitatis Solidi propositi.

Quoniam enim Solidum propositum (per *Prop.* 62.) est ad Solidum descriptum eodem tempore à rectangulo D G ut 2 ad 3, & centrum gravitatis Solidi facti à rectangulo D G est in plano erecto ad chartam in $\zeta\zeta$, & utriusque centrum gravitatis in recta quæ facit cum diametro sui quadrantis angulum inclinationis semirectum, cumque centrum gravitatis Solidi à conversione simili trianguli D B G sit similiter positum ad planum super $\gamma\gamma$, erit centrum gravitatis Solidi propositi (propter rationem magnitudinum 2 ad 1) in eo plano quod distat à plano per $\zeta\zeta$ ex altera parte, ita ut distantia $\iota\zeta$ sit ad distantiam ejus, ex altera parte reciproce ut 2 ad 1. Erit ergo centrum gravitatis Solidi propositi in plano quod ad planum chartæ est erectum in $\sigma\sigma$. Nam $\iota\zeta$ est 3 quorum $\zeta\sigma$ est $\frac{1}{2}$. Rursus centrum gravitatis Solidi propositi est in recta quæ facit cum recta $\sigma\sigma$ angulum semirectum. Rectarum $\delta\delta$, $\upsilon\chi$ intersectio sit ω. Quoniam jam $\omega\upsilon$ est ad $\omega\tau$ ut 2 ad 1, id est in ratione Solidi propositi ad Solidum factum à simili conversione trianguli D B F; & centrum gravitatis Solidi à triangulo D B F est in υ, si fiat ω centrum libræ, distabit centrum gravitatis Solidi propositi à centro libræ ω, ita ut distantia $\upsilon\omega$ sit dupla distantiæ centri gravitatis Solidi propositi ab eodem puncto ω. Erit ergo in τ. Quod erat demonstrandum.

Consectarium. Sequitur hinc punctum ω positum item in recta $\delta\omega$, ita ut faciat cum recta $\delta\delta$ angulum semirectum esse centrum gravitatis utriusque simul Solidi, nempe Solidi propositi, & solidi facti à simili conversione trianguli D B F.

B. Credo equidem, & præterea punctum C esse centrum gravitatis utriusque simul Solidi, nempe Solidi propositi, & Solidi quod fit à conversione simili plani Cycloidalis externi B F G. Video etiam basem F D ita dividi à plano æquilibrii $\sigma\sigma$ ut pars Fσ sit ad reliquam ut 5 ad 3, ut fit in semiparabola; nec mirum, cum ratio Solidi propositi sit ad suum complementum eadem quæ plani semiparabolici ad complementum suum. Cæterum B D non dividitur in 3 ad 2 ut Diameter semiparabolæ. Cujus rei causam non video.

A. Neque ego; sed neque quare ita esse debeat. Ex iis quæ demonstrata sunt de ratione propositi Solidi facti à conversione ejus circa basem F D, ad Solidum factum à simili conversione rectanguli D G, & de centris gravitatis ipsorum, Methodus apparet inveniendi rationem Solidi facti à conversione cujuslibet partis ejus abscissæ à parallela altitudinis quacunque.

cunque. Nam si planum Cycloidale cujus basis (exempli causa) est A*f* convertatur super basem suam A*f* recta quidem A B describet quadrantem integrum, reliquæ autem ipsi parallelæ describent arcus quadrantum minores semper in ratione Arithmetica, donec in puncto *f* describatur nihil. Ex quo, ut ante, inferetur Solidum factum à conversione plani Cycloidalis A B *f* super basem A *f* z duplum esse Solidi quod fit à simili conversione trianguli *f* A B; Cognitisque magnitudinum rationibus invenientur, ut ante, eorum centra gravitatis.

Propositio XXI.

Solidum factum à conversione rectanguli D G per quadrantem circuli, circa diametrum circuli genitoris D B (quæ est Cylindri totius sic facti altitudo) est ad Solidum factum à conversione ejusdem rectanguli D G circa rectam D F (quæ est Cylindri hujus altitudo) ut D F ad illius altitudinem D B.

Sunt enim Cylindri inter se in ratione composita basis ab basem (id est diametri basis ad diametrum basis duplicata) & altitudinis D B ad altitudinem D F. Sunt autem rectæ D F, D B, D *u* (per *Prop.* 56.) continuè proportionales. Est igitur basis ab basem ut D F ad D *u*. Componitur ergo ratio Cylindri facti à conversione plani D G circa altitudinem propriam D B ad Cylindrum factum à conversione circa altitudinem propriam D F, ex rationibus altitudinis D F ad D *u*, & D B diametri basis, ad D F, hoc est rectæ, D *u* ad altitudinem D B. Si componantur ergo ratio B D ad D *u* (id est ratio basis ab basem) & ratio D B ad D F id est D *u* ad D B, erit ratio Cylindri facti à conversione ejusdem rectanguli D G circa D B ad Cylindrum factum à conversione ejusdem rectanguli circa D F in ratione composita, ex rationibus D F ad D *u*, & D *u* ad D B; & propterea Cylindrus ad Cylindrum & proinde $\frac{1}{4}$ illius ad $\frac{1}{4}$ hujus, est ut D F ad D B. Quod erat demonstrandum.

B. Si certum esset quod Cylindri sunt inter se in ratione composita ex rationibus basis ad basem, & altitudinis ad altitudinem, dubitari non posset de Theorematis hujus veritate. Sed ubi est hoc demonstratum?

A. Demonstravit *Hobbius lib.* de Corpore *cap.* 13. *Art.* 14. Quod caput ipse *Wallisius* non improbavit, sed quia nihil in eo reperit quod potuit rodere, *Hobbii* ipsius esse negavit. Non quod alienum revera esse putarat, sed quia instituto ejus mentiri expedivit. Theorema hoc non modo in quantitatibus factis, sed etiam in omni genere rerum factarum verum est. Neque arte Logicæ, sed ratione tantum naturali opus est ad veritatem ejus agnoscendam. Satis enim manifestum est quod omnis Effectus naturalis ad omnem Effectum naturalem rationem habet compositam ex rationi-

bus

bus earum rerum quæ causas eorum componunt integras. Nihil enim in effectu esse potest quod non fuit in aliqua parte Causæ suæ; nec in Causa quod non in Effectum derivetur.

B. Mihi nova quidem hæc contingit doctrina, attamen verissima est & procedens à contemplatione quæ in iis (qui jurant in verba magistrorum) raro invenitur. Videamus jam consectaria.

Consectarium 1. Conus qui fit à conversione trianguli F D B circa D B diametrum circuli genitoris est ad Conum qui fit à conversione ejusdem trianguli circa D F ut D F ad D B. Sunt enim ut ipsi Cylindri. Habent autem vertices ille in B, hic in F.

Consect. 2. Solidum factum à conversione plani Cycloidalis D B *f* F circa D B, est ad Solidum factum à conversione ejusdem plani Cycloidalis circa D F, ut D F ad D B. Sunt enim ut ipsi Coni.

Consect. 3. Excessus Cylindri facti à conversione rectanguli D G circa D B, super Solidum factum à conversione plani Cycloidalis D B *f* F circa eandem D B, est ad excessum Cylindri facti à conversione rectanguli D G circa D F super Solidum factum à conversione plani Cycloidalis D B *f* F circa eandem D F, ut D F ad D B. Sunt enim hi quoque ut Cylindri ipsi.

Propositio XXII.

Centrum gravitatis semicirculi cujus diameter est D F, id est recta æqualis arcui B C D est in recta quæ ducta à centro dividit ipsum semicirculum bifariam, & distat à centro D tantum quanta est recta æqualis duabus tertiis semiradii A B.

Ostensum enim est, Quod centrum gravitatis semicirculi A B C D est in recta A C quæ à centro A dividit semicirculum A B C D bifariam, distatque à puncto A tantum quanta est A O, id est, quanta est duæ quindecimæ rectæ D F sive arcus B C D. Sed in omnibus semicirculis centra gravitatis situm habent similem. Quare centrum gravitatis semicirculi, cujus diameter est D F, distat à puncto D tantum quanta est duæ quindecimæ arcus semicirculi cujus diameter est D F æqualis Arcui B C D. Est autem arcus semicirculi cujus diameter est æqualis arcui B C D, æqualis (per *Prop.* 11.) quinque semiradiis sive quintuplæ B O. Itaque centrum gravitatis distat à centro D tantum quanta est duæ quindecimæ quintuplæ A B, id est duæ tertiæ semiradii A B. Quod erat demonstrandum.

Consectarium. Dato centro gravitatis semicirculi, datur quoque centrum gravitatis dimidii ejus; atque etiam cujuslibet Sectoris qui sit semicirculi quotalibet pars.

B. Methodo (ut videtur) eadem qua centra gravitatis partium Cylin-

dri facti à conversione plani D G circa D F inventa sunt, inveniri possunt etiam centra gravitatis partium Cylindri facti à conversione ejusdem plani D G circa D B; Quid ergo ea quæ restant non demonstras?

A. Primo quia hæc parata habui, cætera nondum contemplatus sum. Secundo, quia alia Figura describenda esset, in qua semicirculus, cujus diameter est D F esset describenda, & non paucioribus lineis quam hæc onerata est, oneranda; id quod mihi quidem operæ pretium esse non videtur. Nam semicirculorum quidem, & quadrantum, & aliorum sectorum centra gravitatis cognoscere, utilitatem aliquam habet ad magna ædificia, propterea quod saxa grandia talis formæ appensa à centris gravitatum suarum elevari in altum possunt Horizontaliter, & proinde aptè collocari; quod aliter fieri non potest, sine multo labore, atque etiam periculo, ne dum vectibus detorqueantur, diffringantur.

B. Redigis mihi in memoriam fabulam Vulpis & Racemi.

A. Irride quantum libuerit, ego hæc nihilominus relinquam illis quibus longius speratur tempus vivendi.

Credo te qui demonstrationibus legendis animum acriter intendere solitus es, satis jam tandem defatigatum esse.

B. Ego vero minimè. Delector enim Paradoxis, qualia sunt hæc quæ legimus fere omnia.

A. Itane ais?

B. Quid ni? Quod punctum magnitudinem, etsi aliquando non consideratam, aliquam tamen habeat, Paradoxum non est?

A. Est quidem, sequutis doctorum authoritatem; utentibus autem ratione propria Paradoxum non est.

B. Quod Ratio ea quidem quam habent inter se duo inæqualia quantitas sit, ea vero quam habent duo æqualia quantitas non sit, Paradoxum est. Quod in tribus continuè proportionalibus quorum primum est minimum, Ratio primi ad secundum semissis est Rationis primi ad tertium. Quod angulus rectilineus est quantitas conversionis Radii circa centrum. Quod angulus Contactus est quantitas, esse tamen angulos ad quos ille rationem habeat nullam. Deinde illa quæ hinc deduxisti, nempe, latus quadrati, quod quadratum æquale sit decem quadratis à quarta parte diametri, æquale sit arcui quadrantis, contra *Archimedem.* Quod arcum vel angulum dividis in rationem datam. Quod centrum gravitatis semicirculi tantum distat à centro circuli quanta est $\frac{2}{15}$ arcus ejusdem semicirculi, nonne hæc tua & *Hobbiana* Paradoxa sunt Geometrica?

A. Sunt quidem Paradoxa, nihil tamen impedit quo minus vera sint, & fortasse in rebus, quales sunt hæ, speculationis aliquanto profundioris, nihil tam Paradoxum est quam ipsa veritas.

B. Para-

B. Paradoxum quoque eſt quod Regulam Algebræ (id eſt delicatorum hominum Geometriam totam) in Figuris curvilineis parum aut nihil valere dicis.

A. In ſcriptis Geometricis aliorum nulla credis eſſe Paradoxa? Primo, lineam latitudinem non habere, & tamen duci poſſe. Secundo, angulum planum eſſe inclinationem quam habent duæ lineæ concurrentes, in ipſo puncto concurſus. Tertio, poſſe tranſiri à majore ad minus per omnia media, nec tamen per æquale. Quarto, duplicatum minus eſſe quam Simplum.

B. Cujus hoc ſit non memini.

A. Nonne omnes affirmant in ratione minoris ad majus duplicata (exempli cauſa) in his continuè proportionalibus 1. 2. 4, rationem 1 ad 4 duplicatam eſſe rationis 1 ad 2, iidem tamen (cum *Eucl. Ele.* 5. *Prop.*8.) Rationem 1 ad 2, quæ eſt ſimpla, majorem eſſe quam Ratio 1 ad 4, quæ eſt duplicata.

B. Non ſunt hæc Paradoxa.

A. Quid ergo ſunt?

B. Abſurda. Sed ultimum hoc de duplicata ratione ex eo natum eſſe videtur quod *Euclides* utitur voce διπλασίονι ſemper pro *duplicata*, nunquam pro *dupla*.

A. Quid autem? An Geometram decet Theorematum veritatem ex uſu verborum, an ex rebus ipſis rectè conceptis æſtimare. Sed quod *Euclidem* ais nunquam uti voce διπλασίονι pro duplo verum non eſt. Lege *Elem.* 3. *Prop.* 20. quæ ſic ſe habet, Εν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐςὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, &c.

B. Tua illa quanquam Paradoxa vera tamen ſunt, ut mihi videntur, & futura aliquando Endoxa. Interea tu, qui defendis omnem doctrinam *Hobbianam*, quid dicturus es ad ea quæ habet in Phyſica ſua & Politica. Et primo, in Phyſica, quod omnium rerum naturalium cauſas dicit eſſe Motum, eumque Moti & contigui corporis.

A. Sive verum hoc ſit ſive falſum, Paradoxum certè non eſt. Nam *Ariſtoteles* quem ſequitur ſchola, idem dicit, ſi non & amplius, cum dicat *Naturam* nihil aliud eſſe præter *Motum*; Motum autem proprium eſſe corporis. Quod internum eſſe dicat, non negat quin cauſam habeat in externo. Nam affirmat alibi *nihil poſſe movere ſeipſum.* Ab hoc Principio orſus cauſas qualitatum ſenſibilium & Phænomenων Naturalium fere omnium ſatis probabiles deducit *Hobbius*; id quod illi quibus Principium hoc videtur falſum facere nunquam poterunt.

B. Maximam partem Effectuum Naturalium deducit ille à motu quodam quem vocat *Circularem Simplicem*, quem motum vereor ne Lecto-

res, exceptis paucis non satis concipiant. Nam etsi talis motus ad producenda Phænomena Naturæ ferè omnia sit omnium motuum aptissimus, quia tamen à nemine ante illum animadversus & explicatus est, Lectores pauci ductum Orationis, qua motus ille describitur & Computatur, facile sequi possunt.

A. Si quis manu teneat corpus aliquod figuræ cujuscunque, puta Pilam, è qua Pila promineret stylus scriptorius, an difficile est imaginari quo modo ille eo stylo possit literam aliquam Alphabeti ductu continuo exarare?

B. Nihil facilius.

A. Quod si plures simul styli prominerent, ita ut tabellam aliquam omnes simul tangerent, nonne idem eodem tempore literas plures exarare poterit?

B. Mille si vult, & tot sint styli. Sed illæ erunt omnes inter se similes & æquales.

A. Id quidem manifestum est. Sed quis interea motus & qualis dicetur totius Pilæ.

B. Profecto, quem motum habet unius styli cujuslibet cuspis, eundem habebit cuspis styli alterius cujuscunque; imo vero punctum unum quodlibet tum Pilæ tum manus.

A. Motus jam Pilæ ipse est, quem appellat ille *Motum Circularem Simplicem*, non modo quando Pilæ Puncta describunt Circulos, sed etiam quando quaslibet alias describunt figuras, modo puncta illa motu suo ad loca redeant unde moveri inceperunt. Cujus motus proprietas una est ut quælibet linea in Pila sumpta feratur sibi semper Parallela. Notandum est etiam hoc, Quod Naturæ non repugnat tali motu quamquam velocissimo describi posse figuram etiam minutissimam. Hunc motum Telluri quidem toti attribuit *Copernicus*; *Hobbius* autem etiam Soli, & Planetis omnibus, & singulis etiam minimis eorum partibus. Aliam ejusdem motus proprietatem ostendit esse quod Heterogenea segregans congregat Homogenea. Atque ex his proprietatibus causas reddit omnium ferè Phænomenωn Naturalium, satis probabiles, tantas ubique Magnitudines & Velocitates supponens quantas effectus cujus causa quæritur postulat.

B. Nihil à Physicis, quorum Principia, ut Geometrarum, proprio arbitrio certa statui non possunt, amplius requirendum est, quam ut causæ rerum tales esse possint. Itaque Physica illa *Hobbii* tam diu improbanda non est, quam diu nemo eorundem Effectuum per alios motus causas reddiderit probabiliores.

A. Id quod nunquam, credo, fiet. Nam causa naturalis omnis rei est motus

motus aliquis; ii autem qui philosophiæ maximè nunc studentes naturam motus minime contemplati sunt, in hanc unam rem incumbunt, ut nova acquirant Phænomena; cum Phænomena sola experiendo, causæ ratiocinando à Motu cognoscendæ sunt.

B. Qui corpora corporibus admovendo, nova & mirabilia ostendunt Naturæ opera, mirum in modum incendunt animos hominum amore Philosophiæ, & ad causas investigandas non parum instigant, eoque nomine laude digni sunt.

A. Ita est; nam Historiam Naturalem (sine qua scientia Naturalis frustra quæritur) locupletant. Sed intueri & admirari Naturæ opera, ut puer Pulchritudinem libri plus Contemplatur quam literas, non est hominis Philosophi; id quod faciunt qui videntes Phænomena, non considerant quo Agente, quo motu, & quo modo generari potuerunt. Nam si experimentia rerum naturalium, scientia dicenda sit, Optimi omnium Physici sunt Pharmacopœi.

B. Cæterum Dogmata aliorum de iisdem rebus consideremus paulisper. Luminis quænam est causa efficiens? *Lumen* (dicit aliquis) *est corpus cujus particulæ exeuntes è Sole, penetrant oculos animalium, unde vident.* Quidni eadem facilitate & veritate dicant etiam tenebras esse corpuscula, quæ exeuntia ab aliquo corpore tenebroso & delata ad oculos faciunt ut non videant. *Lumen* (dicit alius & magis accedens ad veritatem) *est inclinatio ad motum.* Sed id quod jam est ad motum inclinatio, quid impedire potest ne non sit ipse motus? Si quæras quæ sint Causæ Rari & Densi, dicit alius quod idem corpus, quo plus quantitatis habet, eo Rarius, quo minus eo Densius esse. Sed quæris (puto) tu qua de causa, & quo pacto effici potest, ut idem numero corpus, id est corpus sibi semper æquale, possit habere quantitatem modo minorem, modo majorem.

B. Ego vero id non quæro. Scio enim quod est impossibile. Sed corpora videmus modo augeri, modo diminui, quæ tamen eadem esse dicimus.

A. Non autem idem numero corpus esse possunt, nisi idem esse censeas Totum & Pars. Sed hæc nihil attinent ad Densum & Rarum. An putas idem vas plenum Aquæ majus minusve esse quam si plenum esset quocunque alio corpore?

B. Minime profecto.

A. Quidam ex Philosophis hujus seculi causam Rari & Densi explicat hoc modo. Si dato corpori immisceatur quantitatis plus, fit Rarum; si minus, Densum.

B. Nullus omnino est Effectus naturalis cujus causa non facillime sit expediatur, & eodem modo quo Pharmacopolæ temperant sua Pharmaca

 ad

ad præſcriptum Medicorum. Recipe Corporis puri ad libitum; Gravitatis gradus octo; quantitatis paululum; Coloris flavi quantum ſufficit; Miſce. Fiat aurum. Lepidam narras Philoſophandi Methodum.

A. Et eam quidem Philoſophiæ reformatæ. Vide jam antiquiorem, Quæritur quænam ſit Cauſa quod Magnes ferrum ad ſe trahit. Reſpondetur, per Συμπάθειαν· Quæritur rurſus, Quid eſt Συμπάθεια. Reſpondetur, Occulta qualitas. Quæritur etiam, Quid eſt, Occulta qualitas. Reſpondetur, Quam neſcimus. Nonne ad primam interrogationem melius reſponſum eſſet, Neſcio?

B. Minime ſane. Sic enim viſi fuiſſent cum jactura aliqua authoritatis ſuæ nihilo plus ſapere quam vulgus hominum.

A. Ita eſt. Reſpexerunt ergo ad utile deſerta honeſtate.

B. In Politica autem, quis unquam ante illum, tantum Summis Imperantibus Juris attribuit, ut quicquid illi juſſerint, eo ipſo quod juſſerint, ſine injuria eſſet?

A. Imo vero, quæ Civitas unquam extitit ubi Summo Imperanti minus Juris conceſſum eſt. Civitatis Romanæ Imperium Summum quis Jure habuit?

B. Ipſa quidem Civitas ſemper, Civitatis autem munus exequebatur modo unus modo alius, & poſt *Tarquinium*, ante *Cæſarem*, Senatus Populuſque *Romanus*.

A. Legiſtin' unquam quod *Romæ* pro injuria habitum ſit, quod de Cive *Romano* conſtituiſſet Senatus Populuſque *Romanus*?

B. Non memini.

A. Cur ergo injuriam nominaremus nos, id quod conſtitueret Senatus Populuſque *Anglicanus*?

B. Non faceremus, ſed quod unus homo vel pars aliqua populi juberet non dubitaremus aliquando injuſtum dicere.

A. Quid autem intelligis per *Injuſtum*?

B. Id quod factum eſt contra Leges.

A. Quid ſunt Leges?

B. Juſſa Civitatis, id eſt, juſſa Curiæ ſive Cœtus illius qui à Civibus eligitur, ut totam Civitatem repræſentet. Non enim pars milleſima Civium Romanorum potuerunt in forum convenire.

A. Non ergo ille unus homo, aut pars populi habebat Imperium Summum.

B. Minimè.

A. Nondum ergo oſtendiſti injuſtum eſſe habitum quod factum eſt à Summo Imperante, ſed tantum ſententiam tuam de Forma Regiminis ſummi ſubindicaſti, de qua hoc loco diſputare nolo. Dicam tantum,

quod

quod eſt veriſſimum, ſi ſinguli Cives repreſentari ſe juſſerint ab uno homine, & per conſequens, illius eſſet Imperium Summum, id quod ille juſſerit non minus pro juſto habendum eſſe, quam ſi idem juſſiſſet Senatus & Plebs eandem habentes authoritatem. Nihil ergo in Politica peccavit certe hactenus.

B. Nihil profecto. Sed Parturit jam *Anglia*, & hoc ipſo die ſperatur naſcitura Pax & Imperium firmum. Quod niſi *Juſtitiæ Libra Gladius Belli*, & *Virga ſcholæ* in eadem ſint manu, diuturnum eſſe vix poteſt.

A. Finem ergo ſermonibus noſtris tandem imponentes, ſi placet ſurgamus, & precemur Deum, ut illis qui de Imperio *Angliæ* nunc deliberant, id decernant quod ad ipſius gloriam amplificandam, & ad ſtatum Civitatis confirmandum erit convenientiſſimum; maximè verò ut velint Imperium in eum locum, unde avulſum eſt, reſtituere.

B. Amen.

F I N I S.

BENEVOLE LECTOR.

Quod subjectum vides, D. Author jam absoluto & excuso opere misit. Inserendum autem, & legendum pag. 220, lin. 20 post verba: *C'est ce que je tesmoigneray tousiours,* juxta marginalia ibidem.

B. Quoniam parabolæ & Paraboloideum cum Parallelogrammis, & Conoideum cum Cylindris comparationem, neque methodo hac *Wallisiana*, neque ab ullo alio (quanquam vulgo receptam) demonstrationibus editis demonstratam esse dicis, age, si quam habes ejus rei demonstrationem, profer illam.

A. Proferam, puto, eamque universalem.

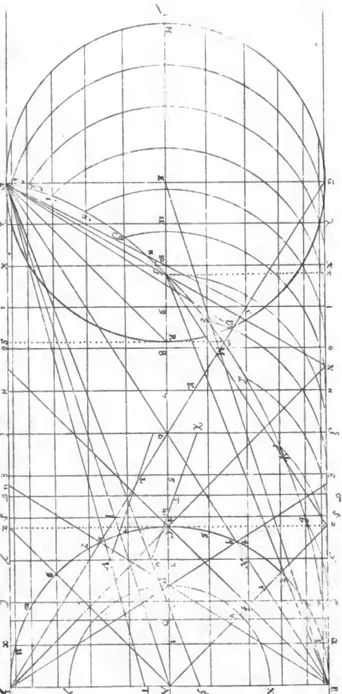
Describatur parallelogrammum A B C D intelligaturque basis A B moveri parallela ad C D, ita ut dum movetur perpetuo decrescat donec evanescat in puncto C; sitque ratio diminutæ A B ad ipsam A B integram, ubique eadem quæ ratio A C ad A G, vel ubique duplicata, vel triplicata, vel in alia quacunque ratione rationis ad rationem. Dum A B eo modo decrescit, punctum B describat lineam aliquam, puta B E F C. Dico jam, si ratio A C ad A G sit eadem quæ ratio A B ad G E, spatium A B E F C esse ad spatium D C F E B ut 1 ad 1; si vero ratio A C ad A G sit duplicata rationis A B ad G E spatium D B E F C esse ad spatium A C F E B ut 1 ad 2; si triplicata, ut 1 ad 3; & sic deinceps. Intellextin'?

B. Intelligo, & siquidem ita esse demonstraveris, video esse facillimum paraboloidis cujuscunque ad suum parallelogrammum, & Conoidis cujuscunque ad suum Cylindrum rationem exhibere in numeris.

A. Assumo autem primo, [*quod qua ratione Mobilis velocitas augetur eadem ratione augeri quoque spatia ab ea iisdem vel æqualibus temporibus percursa. Secundo, quod si inter duas rectas interponantur mediæ tum Arithmeticæ tum Geometricæ numero infinitæ, hæ & illæ magnitudine non different; saltem differentiæ earum minores erunt qualibet quantitate finita.*]

B. Utrumque manifestum est; & potest demonstrari. Nam incipiendo à maxima extremarum major est media Arithmetica quam Geometrica; quanto autem minus inter se extremæ differunt tanto differentia inter mediam Arithmeticam & Geometricam minor est. Itaque si mediæ tum Arithmeticæ tum Geometricæ ubique interponantur minus inter se different omni quantitate effabili.

A. Recte. Itaque in parallelogrammo A B C D concipiatur latus A B moveri ad latus C D Parallelũs, & movendo decrescere donec tandem evanescat in puncto C, & per talem motum descripta sit figura A B E F C, relicto complemento D C F E B, cujus linea B E F C describitur



Ad fin: Dialo 6 fig: 3

tur à termino B decrescentis A B. Eodem autem tempore moveri intelligatur latus A C ad latus A B uniformiter; potest igitur haberi C D pro mensura Temporis; recte autem ipsi C D parallelæ, terminatæ ab una parte in linea B E F C, in altera parte in recta A C erunt mensura partium Temporis in quo A B movetur ad C D, & A C ad B D. Sumatur jam in recta C D, ad placitum punctum O, ducaturque O S parallela lateri B D secans lineam B E F C in E, & rectam A B in S: Et rursus à puncto Q sumpto, in C D arbitrarie, ducatur eidem lateri B D parallela Q R secans B E F C in F, & A B in R. Ducantur etiam E G, F H parallelæ C D secantes A C in G & H. Postremo idem supponatur fieri per omnia puncta lineæ B E F C. Habes Constructionem.

B. Habeo & teneo.

A. Dico jam esse ut aggregatum omnium velocitatum quibus describuntur rectæ Q F, O E, D B, cæteræque omnes eadem Methodo genitæ, ad aggregatum rationum Temporum designatorum per rectas H F, G E, A B, & cæteras, ita planum D C F E B ad planum A B E F C. Sicut enim A B decrescendo per lineam B E F C in Tempore C D, evanescit in punctum C, ita C D (ipsi A B æqualis) decrescendo per eandem lineam C F E B eodem Tempore evanescit in punctum B, descripta recta D B æquali A C. Sunt ergo velocitates quibus describuntur A C & D B inter se æquales. Rursus quoniam eodem Tempore quo punctum O describit rectam O E, eodem Tempore punctum S describit rectam S E, erit O E ad S E, ut velocitas qua describitur O E, ad velocitatem qua describitur S E. Et propter eandem causam Q F erit ad R F, ut velocitas qua describitur Q F ad velocitatem qua describitur R F; & sic de cæteris omnibus rectis rectæ D B parallelis. Ut ergo rectæ quæ sunt parallelæ lateri A B, terminanturque in linea B E F C sunt mensuræ Temporum; ita rectæ quæ sunt parallelæ lateri B D, terminatæque in eadem linea B E F C, sunt mensuræ velocitatum. Nam concessum est, in qua ratione augentur velocitates, in eadem augeri rectas eodem Tempore percursas, id est, rectas Q F, O E, B D, &c.

B. Verum est.

A. Jam lineæ illæ omnes Q F, O E, B D, &c. constituunt planum D B E F C, & lineæ omnes H F, G E, A B &c. constituunt planum A C F E B. Quarum illæ sunt aggregatum velocitatum, hæ aggregatum Temporum. Ut igitur aggregatum velocitatum ad aggregatum temporum, ita Complementum D B E F C ad figuram A B E F C. Siquidem ergo rationes D B ad O E, & O E ad Q F fuerint ubique rationum A B ad G E, & G E ad H F (exempli causa) triplicatæ, erunt vice versa rationes O E, ad D B, & Q F ad O E, rationum G E ad A B, & H F ad G E

 subtri-

subtriplicatæ. Quare aggregatum omnium Q F, O E, BD &c. aggregati omnium H F, G E, A B, &c. erit (per assumptum secundum) subtriplum. Ut ergo aggregatum velocitatum ad aggregatum Temporum quibus describuntur figura deficiens & Complementum, ita erit ipsum Complementum ad figuram ipsam, nimirum complementum D B E F C ad figuram A B E F C, quod erat Demonstrandum.

B. Sequitur hinc quod cum in Triangulis basis decrescit in ratione Temporum, parallelogrammum erit sui Trianguli duplum; cumque basis semiparabolæ decrescat in ratione Temporum duplicata erit parallelogrammum suæ parabolæ sesquialterum, ut & Cylindrus sui Conoidis parabolici duplum; cum item basis paraboloidis cubici sive parabolastri primi, decrescat in ratione Temporum triplicata, erit parallelogrammum sui parabolastri primi sesquitertium; & Cylindrus sui Coni triplum; & parallelpipedum sui pyramidis triplum. Et sic de cæteris figuris, prout postulant rationes juxta quas generantur.

B. Itaque Theorema hoc universale nempe [*in omni figura generata per motum quanti decrescentis donec evanescat in punctum, secundum quamlibet rationem constantem ab initio motus ad finem, Rationem figuræ factæ ad complementum ejus, id est ad id quo figura facta superatur ab ea figura quæ facta esset, si Quantum Generans mansisset integrum, eam esse quam habet ratio reliqui ad reliquum ad Rationem ablati ad ablatum*,] Ideoque ubi reliquum ad reliquum est in ratione ablati ad ablatum duplicata vel triplicata &c. ibi figuram factam ad complementum esse duplum, triplum, &c. respective; Theorema (inquam) hoc habet claritudinem per se tantam ferè ut possit haberi pro Axiomate, atque ob hanc fortasse causam, veritatem à tot Geometris agnitam fuisse, etsi à nemine hactenus demonstratam.

A. Itaque *Wallisius* qui nil tam difficile esse arbitratus est quin per artem Analyticam inveniri & solvi posset, artemque Analyticam nihil aliud esse quam vocabulorum & orationis loco, notis quibusdam novis (quæ vocant symbola) Ratiocinationis suæ vestigia pingere, Theoremata hæc, aliaque difficiliora, quæ ut certa jamdudum circumferebantur, nova à se methodo demonstrata esse opinatus est. ut quia videbat (cum omnibus) in progressione numerorum à Cyphra sive o, summam numerorum progredientium dimidiam esse summæ numeri maximi toties sumpti quot sunt termini progressionis, idem accidere etiam affirmavit ubi lineæ latitudinis infinitæ exiguæ, crescentes à puncto, secundum progressionem eandem, constituent superficiem qualemcunque. Quod (nescientibus illius Encomiastis & nonnullis præterea Geometriæ Professoribus) falsum, neque nisi de Triangulis rectilineis universaliter pronunciandum est.

DIALOGUS PHYSICUS DE NATURA AERIS

Conjecturâ ſumptâ ab Experimentis nuper Londini habitis in Collegio Greshamenſi.

ITEM

DE

DUPLICATIONE CUBI.

Viro Clarissimo & Amicissimo

SAMVELI SORBERIO,

THOMAS HOBBES

S. D.

INter varia ludentis Naturæ spectacula (doctissime *Sorberi*) quæ per sphæram vitream concavam, exhibuit nuper vir genere & ingenio nobilis, in Academia Londinensi, illa in primis cognitione tua digna sunt quæ pertinent ad naturam Aëris; Adeoque ad artem tuam (in quà excellis) Vitæ humanæ, quantum patitur Natura, conservandæ. Sphæram hanc, una cum tota Machina & usu ejus, in Dialogo sequente, quantum sine pictura potui, descripsi. Inter alia autem ejus miracula scitu digna, commendo tibi hoc (cæteris omissis) unum considerandum, quod animal in eo inclusum, propter mutationem quandam Aëris, in sphæra in qua includitur factam, valdè citò moriatur. Causam mortis plerique esse dicunt, quod Aër intra sphæram (quo vivunt animalia omnia quibus sunt Pulmones) exuctus sit. Ego contra, neque Aerem exugi posse, neque inclusum animal (etsi exuctus esset) tam citò moriturum esse existimo. Ante quidem quam mors illa sequitur, videri potest, vel Suctus quidam (& propterea exuctione conclusi Aëris interfici animal, respiratione sublata) vel etiam compulsio Aëris ab omni parte versus centrum sphæræ cui animal includitur; Et sic videri potest mori à tenacitate compressi Aëris, quasi aqua suffocatum; Nimirum haustum in intima pulmonum Aerem subito tenaciorem, inter Arteriam & Venam Pulmonis,

 cursum

cursum sanguinis intercipiendo sistere. Sed cur ego quæ mox lecturus es anticipo? nam præjudicare tibi nolo. Sed in re quæ à corporis humani structura æstimanda est, ad te scribens, adjiciendum hoc putavi de intersectionis modo. Præter experimenta circa naturam Aëris (quæ fuere multa, & quæ ad Physicam meam confirmandam quasi Naturæ consilio quodam oblata diceres) habent & alia ad partes Physicæ altas conducentia; ita ut dubitandum non sit quin conventus hic promovendis scientiis plurimùm sit profuturus aliquando, id est, cum scientiam Motuum veram aut invenerint ipsi, aut meam receperint. Nam conveniant, studia conferant, Experimenta faciant quantum volunt, nisi & Principiis utantur meis nihil proficient. *Ignorato* enim *Motu*, *ignorari Naturam* recte censuit *Aristoteles*. Si ad scientias sufficeret Ingenium, nulla nobis scientia jamdudum defuisset. Nova enim hæc Academia ingeniis abundat excellentissimis. Sed aliud est Ingenium, aliud Ars. Arte hic opus est. Quæ per Motum fiunt, eorum causæ per Cognitionem motus investigandæ sunt; quæ cognitio, Geometriæ pars nobilissima, hactenus intacta est, nisi quod hanc ego viam illis qui non ad victoriam conantur, sed ad veritatem, aliquatenus prævivi. Sed frustra (ut videtur) dum vivo. Certant enim inter se Viventes de Ingenio. Certant mecum Politici multi, & Clerus de Jure Regio. Certant mecum de Geometria Arithmeticorum genus quoddam novum, quibus proprium est *Unum*, sive in Lineis sive in quadratis promiscuè computare. Certant mecum de Physica e Sociis Greshamensibus illi, quibus maximè creditur, & sunt quasi reliquorum Magistri. Exhibent machinas novas, ut Vacuum suum, & nihil ostendant nugas; quemadmodum faciunt qui circumagunt animalia exotica, spectanda non sine pretio. Hi mihi omnes inimici sunt. Fugere me ex Anglia in Galliam coëgit cleri pars una; & rursus fugere è Gallia in Angliam coëgit cleri pars alia. Algebristæ convitiantur. Greshamenses autem (quorum

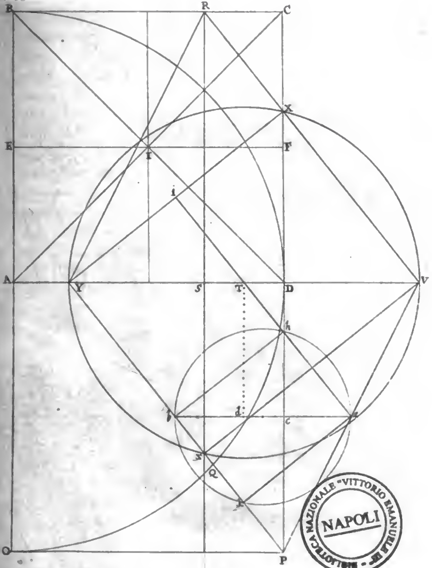
quo-

quomodo te læſerunt? Scies. Putaram me Methodum quandam inveniſſe interponendi inter duas lineas rectas quaſcunque duas medias proportionales; methodumque illam ſcriptam, Ipſe rure agens, Londinum miſeram ad amicum, ut Geometris noſtris copiam ejus faceret. Contigit poſtridiè ut erroneam eſſe animadverterem, & ad eundem ſcripſi Palinodiam. Erat unus ex illis qui vitium idem interea videns (id quod facile factu erat) refutavit. Refutationem hanc in Archiva Societatis, etiam ab Authore ipſo damnatam eſſe ſcientes, occultaverunt. O præclarè factum & generosè. Verùm ita eſt, ut ſæpiſſime, nec minus dolo quam virtute de Ingeniis certent ſapientes. Morieris ergo, inquies bono publico. Sic puto, ſed non tanto, ut ob eam cauſam debeam uno minuto temporis citius velle mori. Vivamus quam diu & quam bene poſſumus; & mutuò amemus. Vale.

AD
LECTOREM.

Quisquis es qui Physicam, id est, Scientiam Causarum naturalium non in te ipso quæris, sed in Libris Magistrorum, cavendum tibi est ne aut parum intelligas, aut intellecta non rectè supputes. Natura omnia per conflictum agit corporum, motus suos sibi mutuo imprimentium. Itaque in conflictu duorum corporum tam fluidorum quam durorum, si intelligas in utroque corpore qualis fiat motus, id est, qua Via & Quantus, ad Physicam accedes Lector non inidoneus, & Motuum causas, rectè supputando, invenies saltem probabiles. Cæterum si dictionibus inanibus contentus, videberis tibi intelligere quæ intelligi non possunt, tanto errabis magis, quanto rectiùs ratiocinabere. In Libris Physicorum multa occurrunt quæ capi non possunt: qualia sunt quæ dicuntur de Rarefactione & Condensatione, de Substantiis immaterialibus, de Essentiis, & alia multa: quæ si conabere explicare verbis illorum, ineptè: si tuis, nihil dices. Hæc monitus lege, judica, ignosce. Vale.

DIA-


B
R
C
X
E
I
F
i
A
Y
S
T
D
V
h
f
d
c
e
Q
O
P

DIALOGVS PHYSICVS DE NATVRA AERIS,

ITEM DE DVPLICATIONE CVBI.

A. Optatò te video.

B. Et ego te libenter audio; nam video quidem nihil, ita me clarissimi diei fulgor occœcavit.

A. Asside igitur mihi donec motus ille organi Visorii immodicus resederit.

B. Bene mones. Solet enim (opinor) lassitudo à Calore Solis hujusmodi caliginem aliquantulum augere. Sed operandi modum quo tales effectus producit aut Lux aut Calor, non satis video. Quod omnis non modo Sensio, sed etiam omnis mutatio motus aliquis sit in Sentiente, & mutato, & quod is motus a movente aliquo externo generatus sit, ex quo tempore tu illud nobis primus demonstrasti, non amplius dubito. Nam antea omnes fere negabant, quia forte stantes, sedentes, cubantes, tamen sentire se satis intelligebant.

A. Potuerunt propter eandem causam dubitare an & sanguis eorum moveretur; nam motum sanguinis nisi quando effunditur sentit nemo.

B. Et dubitabant quidem ante Harvæum omnes. Nunc autem & sententiam Harvæi veram esse iidem confitentur, & ad sententiam tuam de motu per quem fit Visio accedere incipiunt. Nam in societate nostra pauci sunt qui aliter sentiunt.

A. Quænam est illa societas vestra?

B. Circiter quinquaginta viri Philosophi doctrina & ingenio maxime conspicui constituerunt inter se singulis septimanis convenire in Collegio Greshamensi ad promovendam Philosophiam naturalem. Ubi quisque

quisque

quisque ad eam rem habet vel Experientiæ, vel Artis, vel Instrumenti, tantum contribuit. Quibus rebus & nova deteguntur Phænomena, & rerum naturalium causæ facilius inveniuntur.

A. Cur viros dicis quinquaginta? Nonne potest quilibet suis ædibus qui vult, conventientibus, puto, in loco publico; & super re in commune mentis suam æque ac illi sententiam dicere?

B. Minime.

A. Quo jure prohibebunt? Anne societas illa constituta est ex placito publico?

B. Non arbitror. Sed locus ubi conveniunt non est publicum.

A. Ergo si Domino loci placuerit, ex quinquaginta fient centum.

B. Fortasse, sed nobilissimi utilissimique instituti gloria & gratia debebitur his primis.

A. Ita certe, si quid invenerint quod sit generi humano, vel ... sive ad defensionem sive ad ornamentum insigniter utile; ... nentur & illi & propter illos ipsa Philosophia.

B. Sperandum certè est aliquid tale excogitaturos esse hos, ... scientia naturali ulterius desperandum. Cæterum conantium ... frustrà laudanda est voluntas.

A. Rectè dicis, modo voluntas ea ad scientias ipsas, non ... gloriam dirigatur. Sed dic, quæso, in causis rerum investigandis ... quimini methodum?

B. Proferuntur primo experimenta, deinde alio die, ... causam phænomeni esse suspicatur, eam viva voce, ut potest, ... Nam Historiæ naturali scriptæ non satis fidimus; neque ... sent, satis inservire possent instituto nostro, nudæ existentes ... tiarum quæ ad causas naturales inveniendas sunt necessariæ.

A. Rectum quidem illud est de non temere credenda Historia. ... etiam ea Phænomena quæ unoquoque fere die unusquisque ... re potest, suspecta sunt, nisi illa omnes simul videatis? Aut ea quæ ... in conclavi experimenta, quæ sane pauca esse constat, ... s esse credatis; ea autem quæ vobis quotidie ostentant Cœlum altum, Pontusque & lato pectore Tellus, satis esse non putatis?

B. Sunt enim naturæ opera quædam Critica, non nisi arte & diligentiâ nobis cognita; in quorum uno aliquo Naturæ (ut ita dicam ...) cium, id est modus operandi manifestius se prodit, quam in ... Phænomenis illis quotidianis. Talia autem sunt experimenta nostra, quorum unius causa inventa, ad numerum infinitum aptari potest Phænomenon communium.

A. Quænam sunt illa? Sed prius audire cupio quinam sint illi ...

nes docti qui vestram constituunt Academiam. Nam Academias appellant Societatis ejusmodi Galli Italique. Talem ajunt esse Parisiis hodie in domo Domini *Mommori.* Et cum ego eram Parisiis conventum habuimus non multum dissimilem in Cœnobio Minimorum, quanquam nec certus numerus, nec diebus præstitutis conveniebamus, apud virum optimum & bonarum artium promotorem insignem F. Marinum Mersennum, qui inventa nostra publicavit in libro quem inscripsit *Cogitata Physico-Mathematica.* Nam ut quis Problema aliquod demonstrasset, ad illum ferebat, ab illo & cæteris examinandum. Sic vos quoque, puto, facitis.

B. Minime, sed ut dixi, viva voce. Quod quæris quinam sunt, paucos illos quos in eo numero vel facie vel scriptis tu nosti, nominabo, cæteros non est necesse. Ibi est C.

A Novi hominem. Probus est, subtilis, & ingeniosus.

B Et D.

A. Non carebitis ergo Historia naturali.

B. Sunt quoque assidui E. F. G.

A. Numerus sunt.

B. Et H. I. K.

A. Non placent inter Physicos Algebristæ. Narra mihi nunc experimenta illa vestra Critica.

B. Primum est de Vacuo & natura Aëris, per Machinam quandam, quam vereor ut possim tibi verbis satis perspicue describere; nam picturam non habeo. Est vas quoddam Vitreum, Sphæricum, Concavum, magnitudinis ut capiat circiter quinquaginta aquæ Sextarios, quod appellant Recipiens. Hujus fundo immissus est tubulus cavus, rectus, prominens extra Recipiens, cum clavicula, per quam transitus Aëri vel prohibetur vel conceditur prout volumus. Recipienti adjungitur inferne vas Æneum, Cylindricum, Cavum, longum pollices quatuordecem, cujus cavitatis diameter est tres pollices. Cylindri summitas perforata est ad latus, oblique, ut quando opus erit occludi & recludi possit. Partem perforatam appellant Valvulam. In cavitatem hujus vasis Cylindrici ab una parte inseritur pars Tubi quæ prominet è Recipiente. Ab altera parte additur Cylindrus solidus ex ligno, qui corio tectus ita exacte, ad ingressum Aëris prohibendum, Cylindri cavitatem exæquat, ut intrudi & retrahi nisi satis magna vi non possit. Cylindrus hic solidus vocatur *Sucker*, quippe qui adhibetur ad Aërem è Recipiente exugendum. Intelligisne?

A. Ita. Ex duobus vasibus concavis altero Vitreo, Sphærico; altero Æneo, Cylindrico, fit vas unum concavum; in cujus commissura

transitus Aëri ad libitum permittitur vel negatur, & valvula est per quam Aër è vase inferiore, nempe Cylindrico, emitti potest, quando opus erit, in apertum cœlum.

B. Tenes. *Suctorem* autem (quia vis requiritur) machinula quadam, quali utimur ad tensionem balistarum, ferrea, dentata, in Cylindrum impellunt revelluntque. Est præterea in Recipiente summo orificium satis amplum, una cum operculo & Clavicula quibus ad Aërem ambientem admittendum vel excludendum aperiri & claudi potest. Imaginare jam, transitu inter Recipiens & Cylindrum Æneum non impedito, *Suctorem* usque ad summitatem Cylindri adigi; deinde transitu Aeri (versa clavicula) occluso, *Suctorem* aliquantulum retrahi. Quid putas inde sequuturum? Nonne relictus à *Suctore* locus erit vacuus? Vnde enim nisi à Recipiente repleretur, cum transitum ambienti Aëri neget *Suctor* Cylindri concavum exacte implens?

A. Neque unde repleri potest, nec quid sequuturum sit sciri posse puto, nisi natura Aëris sit ante cognita. Ideoque vereor ne ex suppositis quibusdam Aëris proprietatibus concludant spatium quod à *Suctore* retracto relinquitur, esse vacuum; & ab eo rursus, quod spatium illud est vacuum, talem probare velint esse naturam Aëris qualem supposuerant, id est, ne demonstrent sine Principio demonstrationis.

B. Qualem autem Aëris naturam imaginaris tu, qua supposita, spatium illud repleri potest?

A. Egone? Suppono Aërem fluidum (id est, facile divisibilem) in partes semper fluidas, semperque Aërem, eo modo quo omne quantum divisibile est in semper Quanta. Nec suppono tantum, sed credo quoque modo Aërem intelligamus ab omni terræ aquæque effluviis purum, qualis putatur esse Æther. Neque est qui hactenus ullam adduxit rationem quare ita esse non potest. Contra vero si pars Aëris, quanta est minima quam vidisti unquam gutta aquæ, fluida est, quomodo tibi probetur non est aliquid quod pars dimidia ejus partis vel, si vis, Centies millies millesima non sit ejusdem naturæ, nempe fluida & Aër, Aër (inquam) purus?

B. Sed plerique nostrum naturam fluidam à non fluida distinguunt magnitudine partium ex quibus corpus aliquod constat, & quasi componitur. Itaque non modo Aërem, Aquam, & liquorem omnem, sed etiam cinerem & pulverem tanquam fluida contemplamur. Et fluida ex non fluidis composita esse posse non negamus. Nam divisibilitatem illam infinitam non concoquimus.

A. Divisio quidem infinita concipi non potest, divisibilitas autem facile. Ego contra, distinctionem non capio inter fluida & non fluida quam sumitis à magnitudine partium; nam si caperem, ruina sive nilhil...

dera illa, quæ jacent in Ecclesia Paulina mihi dicenda essent fluida. Sin propter nimiam lapidum magnitudinem fluida illa esse negaveritis, defini mihi magnitudinem illam quam habens pars ruentis muri, propter eam sit dicenda fluida. Tu vero qui divisibilitatem infinitam non capis, dic mihi quæ tibi apparet causa quare Deo omnipotenti difficilius esse putem creare corpus fluidum & cujus partes actu diffluant omni data atomo minus, quam creare Oceanum. Itaque desperare me facis omnem conventus vestri fructum, dicendo, quod putant Aërem, Aquam & cætera fluida constare ex non fluidis, tanquam si murum cujus ruentes lapides aliquousque discurrunt, dicerent esse fluidum. Si sic loquendum est, nihil non est fluidum. Nam etiam Marmor comminui potest in partes omni Atomo Epicureana minores.

B. Si tibi id concessero, quid sequitur?

A. Sequitur hoc, Ut non necesse sit locum qui à *Suctore* revulso relictus est, esse Vacuum. Nam dum *Suctor* retrahitur, quanto relictus locus major fit, tanto minus loci relinquitur Aëri externo, qui retrusus à *Suctore* moto versus externa, proximum sibi Aërem similiter movet, & hic alium, & hic continue; ita ut necesse sit Aërem tandem compelli in locum desertum à *Suctore*, & intrare inter superficiem *Suctoris* convexam & Cylindri concavam. Supposito enim Aëris partes esse infinite subtiles, impossibile est ut via illa qua retrahitur *Suctor*, illæ non se insinuent. Primo enim contactus superficierum istarum per omnia puncta perfectus esse non potest, quia ipsæ superficies fieri infinite læves non possunt. Deinde vis illa quæ ad *Suctorem* revellendum adhibetur, cavitatem Cylindri aliquantulum distendit. Postremò, si in confinio duarum dictarum superficierum ingrediatur una tantum Atomus dura, Aër purus ea via ingredietur, conatu quantumvis debili. Poteram etiam computasse Aërem illum qui propter eandem causam insinuasset se per Cylindri valvulam. Sublatam ergo vides consequentiam à retractione *Suctoris* ad locum vacuum. Sequuturum hoc quoque est, Aërem illum qui est in locum à *Suctore* desertum impulsus, quia magna vi impulsus est, motu valde celeri & per circuitum inter summum & imum in Cylindro moveri; cum nondum sit quod motum ejus possit debilitare. Scis autem nihil esse quod sibi motum aut impertiri possit, aut diminuere.

B. Esto locus ille relictus plenus, ut dicis, Aëre puro, id est, ego interpretor, corpore Æthereo. Quid jam, si versa clavicula transitus detur Aëri e Recipiente in subjectum Cylindrum, eventurum putas?

A. Permistum iri puto aërem utrumque & motu eodem circumferri in utroque vase, celeri quidem, sed tanto temperatiore quam ante, quanto idem motus majori quantitati Aëris communicatur.

 B. Ob-

B. Observavimus autem, versa clavicula, sonitum fieri quasi aëris è Recipiente in Cylindrum irrumpentis.

A. Mirum hoc non est, propter aëris in Cylindro cum Aëre Recipientis collisionem. Sed quomodo hæc explicatis vos?

B. Duplici modo. Primo & potiori sic. Supponimus Aëri in quo vivimus inesse vim Elasticam, id est Aërem partibus constare vel saltem abundare ea natura præditis, ut pondere incumbentis Atmosphæræ compressæ conentur quantum possunt contranitendo simul atque corpuscula illa removentur, vel quacunque de causa cedunt, sese à compressione liberare. Intelligetur autem melius id quod dicimus, si concipias Aërem hunc prope terram quasi cumulum esse corpusculorum, quæ alia aliis superjacentia lanam referunt, cujus pili exiles & flexibiles veluti totidem Elastra tum facile flecti & convolvi possunt, tum etiam perpetuo conantur sese extendere & restituere. Veluti si quis lanam manu undiquaque comprimeret, unumquodque tamen filum ejus Potentia sive Principio præditum est sui Dilatativo, cujus virtute (laxata manu) lana sponta neo motu se distendit & restituit. Atque per partium Aëris vim hanc Elasticam plurimorum circa Vacuum & naturam Aëris Phænomenon non est difficilis explicatio. Alter modus est —

A. Differatur paululum ille alter modus. Interea quæro à te, nonne omnis Hypotheseos lex hæc est, ut quæ supponuntur omnia debeant esse sua natura possibilia, id est cogitabilia?

B. Omnino. Et quæ hic supponitur Vis qua pressa se restituunt facile quidem cum in multis rebus conspici, tum in Aëre concipi facillime potest.

A. Hoc quidem verum est. Nam videmus laminam chalybeam Balistæ tensæ, per vim illam sive Principium restitutionis, simul ac sublatum est impedimentum, velocissimo motû redire ad consuetam rectitudinem. Credere tamen non possum Philosophum fuisse illum qui Balistæ, aut arcus, aut cujuscunque machinæ elasticæ experimentum exhibuit primus. Philosophi est talium rerum causas vel veras, vel saltem probabiles invenire. Quam autem lanæ compressæ, vel laminæ chalybeæ, vel atomi Aereæ restitutionis causam afferunt Philosophi vestri experimentarii? Vel tu quam causam affers verisimilem propter quam Balistæ lamina chalybea consuetam rectitudinem tam cito recipit?

B. Causam ejus rei certissimam non possum dicere. Quod in causa non sit remotio impedimenti certe scio; quia causa motus omnis consistit in actione aliqua in corpus movendum. Rursus (remoto impedimento) non credo laminam resilire impulsam ab ambiente Aëre, neque à pondere ullo Atmosphæræ; cum Aër ille contiguus comprimi à tensione Balistæ non possit;

possit; & si posset, etiam lamina plumbea idem pateretur. Porro quod lamina illa moveatur sponte sua, id est, ut ipsa sui ipsius motus sit Principium, impossibile est; & ne à nostris quidem concedetur. Quid ergo restat nisi ut conatus ille ad rectitudinem sit ipse verus motus localis, sed intra spatium imperceptibile, velocissimus tamen, ut qui velocissimum motum procreat.

A. Recte loqueris, & Theorema mirabile facili methodo, ut Philosophum decet, perfectè demonstrasti. Quæro autem in corpore quod conatur ad sui restitutionem, qualis sit partium motus?

B. Motus ille rectus esse non potest; quia si rectus esset, totum corpus, (verbi gratia) ipsa Balista eo motu absportaretur, eo modo quo absportari solet telum. Necesse ergo est ut conatus ille sit circularis, talis, ut omne corporis se restituentis punctum faciat circellum.

A. Id vero necesse non est, sed ut motus talis sit, ut eo, id quod movetur redeat ad locum unde moveri cæpit, id profectò necessarium est. Sed causa quare filum laneum post compressionem se extendit, quænam est?

B. Quanquam causam tibi veram dicerem, tu tamen veritati non acquiesceres, sed ulterius me interrogabis quænam hujus sit causæ causa, unde itur in infinitum.

A. Minimè verò. Nam ubi ad causam veneris aliquam æternam, ibi te interrogare desinam. Dic ergo particularum (quæ constituunt naturam Chalybeam, vel Laneam, vel Aëream) motum illum quænam causa efficere potest?

B. Respondeo tibi particularum illarum Aëris, quas filis laneis comparavi, particulæ adhuc minores, motum illum restitutionis efficiunt per motum suum proprium naturalem reditionis in se, cujus Principium est nullum.

A. Partes ergo corpusculi omnis Aërei movebantur seorsim motu illo in se redeunte antequam corpusculum illud ex illis minoribus componeretur.

B. Fieri aliter non potest.

A. Etiamne sic sentiunt tui socii?

B. Vnus fortasse aut alter; cæteri non item.

A. Credo. Nam motus hic restitutionis, Hobbii est, & ab illo primo & solo explicatus in Lib. de Corpore. Cap. 21. Art. 1. Sine qua Hypothesi, quantuscunque labor, ars, sumptus ad rerum naturalium invisibiles causas inveniendas adhibetur, frustra erit. Vidisti autem jam clastrum illud Aëris quod supponunt, aut impossibile esse, aut recurrendum esse ad Hypothesim Hobbianam quam (fortasse non intelligentes) rejecerunt.

B. Nescio quid ad hæc respondendum sit. Sed si tu per hanc Hypothesim

ſim tuam cætera hujus machinæ Phænomena expedieris tam clare, quam illi fecerunt per ſuppoſitam gravitatem Atmoſphæræ, tuam ego veram eſſe exiſtimabo. Sed habent quoque Hypotheſim aliam, qua Phænomena eadem ſalvari poſſe putant, Carteſianam. Viſum Carteſio eſt Aërem nihil aliud eſſe præter congeriem corpuſculorum magnitudine & figura variis, flexibilibus præditorum, à calore (præſertim ſolis) à terra & aqua elevatorum, & in materia ætherea illa quæ tellurem undiquaque circumfluit natantium. Illa autem corpuſcula ab indeſinente motu materiæ illius æthereæ ita moveri & in gyrum verti, ut extenſa & circulariter mota, cætera omnia à ſe repellant; eadem autem motum illum gyrationis frigefacta amittere & reddi flaccida.

A. Memini quidem Carteſium hoc dixiſſe de natura Aquæ cujus partes anguillis comparavit. Sed naturam Aëris, ſi bene memini, ſimilem eſſe dicit virgultis arborum. Sed quiſquis talis ſuppoſitionis author fuit parum refert. Nam ipſa Hypotheſis in qua motus ſupponitur materiæ ſubtilis ſine cauſa velociſſimus, & præterea corpuſculorum innumerabiles vertigines diverſæ, ab illius materiæ unico motu generatæ, vix ſani hominis eſt. Sed redeamus ad Hypotheſim priorem, ubi Aëri tribuitis gravitatem. Primò explicandum eſſet quid ſit Gravitas. Quod Gravitas ſit conatus ab omni loco ad centrum terræ, ſciunt omnes. Conatus autem motus eſt, quanquam imperceptibilis; cujus conatus ſive motus imperceptibilis cauſam efficientem quibus machinis inveſtigatis? Nam id primo quærendum erat, deinde quomodo à gravitate Atmoſphæræ Phænomena machinæ veſtræ ſalvari poſſent. Quod Atmoſphæræ inſunt permiſtæ corpori æthereo multæ tum aquæ tum etiam terræ particulæ, facile perſuadeor. Sed quod in medio Æthere ſurſum, deorſum, quaquaverſum motæ, nec ſemper alteræ alteris innitentes gravitent, inconceptibile eſt. Ligna & corpora cætera aqua leviora, ponderi tamen totius addunt aliquid, quia utrumque corpus grave eſt. At in Ætherea ſubſtantia quæ gravis non eſt, niſi dum ſubſidunt, gravitare non poſſunt. Quomodo eandem dum non ſubſidunt (ſi gravitas conatus ſit deorſum) dicentur gravitare, aut Aërem comprimere quanquam laneum.

B. Indigent hæc meditatione majore quam ut ſubito aſſentiar. Verum pergamus ad experimenta noſtra, ut videamus an cauſæ earum reddi poſſint per ſuppoſitiones tuas? Et primo —

A. Primo ipſas tibi ſuppoſitiones debeo proponere & (ut eas intelligas) explicare. Noſti à Copernico introductam eſſe Hypotheſin hanc, nempe Terram motu annuo circumagi circa Solem ita, ut axis ejus ſemper ſibi feratur parallelus. Quod autem de axe dixit verum quoque eſſe de omni alia linea recta in corpore telluris conſiderata.

B. Scio

B. Scio hoc, atque Hypothesim illam pro vera haberi hodie à doctis fere omnibus.

A. Motum hunc appellat Hobbius *circularem simplicem*, quia omne punctum terræ (dum tota facit suum circulum) describit (ut ab eo demonstratum est *Lib. de Corp. Cap.* 2. *Artic.* 1.) suum quoque circulum. Eodem Cap. Artic. 10. ostendit à motu circulari simplice motum generari etiam *circularem simplicem*. Itaque cum ab iisdem doctis causa motus annui putatur esse Sol, talem quoque motum ascribit Soli. Et his quidem Hypothesibus non ad hæc sed ad alia Phænomena salvanda utitur. Sed de Vacuo dicturus & natura Aëris, aliam assumit Hypothesim, hanc, Quod Terra motum sibi proprium habet ab ipsa natura sive Creatione acceptum etiam *circularem simplicem*. Et per suppositionem hanc multa de causis naturalibus, perspicue demonstrat; eam autem qualis sit, sic intelliges. Sume tibi in manus pelvem, in cujus fundo sit aliquantulum aquæ, quantulumcunque modò visibile: Nonne potes tu aquulam illam, pelvem movendo, ita movere ut circum currat (elevans se) circa pelvis superficiem concavam?

B. Possum, & facilimè. Nam pelvem utraque manu comprensam agitabo circulariter; sed ut circulos faciat valde parvos, ne aqua exiliat. Quod cum faciam, aqua quæ in fundo erat sine dubio exurget, & per superficiem pelvis concavam circumfluet.

A. Sed motus illius circularis (quia moturum te dicis pelvem utraque manu circulariter) ubi erit centrum?

B. Centrum? Inexpectatum hoc dicis. Respondeo tamen, centra sunt non unum sed plura; tot credo quot possunt in corpore pelvis considerari puncta, & (quod sequitur) totidem circelli, iique inter se æquales.

A. Descripsisti ergo motum illum quem vocat Hobbius *circularem simplicem*, nisi quod per circularem intelligit ille motum in se redeuntem quemlibet.

B. Sic intelligo quoque ego. Nihil est conceptu facilius. Supponatur ergo (ut jubes) talem esse telluris motum *circularem simplicem* naturæ ipsius congenitum.

A. Quod si per omnipotentiam divinam annihilatum vel procul in aliquem locum ultra stellas fixas translatum esset telluris hujus dimidium, nonne credis partem reliquam eundem motum retenturam?

B. Credo, & (quia video quo tendis) dico præterea etsi unica ejus Atomus hic relinqueretur, quod etiam illa Atomus eodem moveretur motu circulari simplice.

A. Particulæ ergo illæ terreæ aqueæque quæ Aëri nostro interspersæ

vestram

vestram faciunt Atmosphæram, eundem habent illum motum *circularem simplicem* congenitum.

B. Necessario sequitur.

A. Siquidem autem Sol (sive præcipue, sive solus) particulas illas à terra elevat, ut vestri credunt, & cum illis ego; mihi quidem non incredibile videbitur, quanto Aër propior terræ est, tanto illum partibus terreis esse pleniorem.

B. Dubium non est.

A. Intellexti ergo Hypotheses meas. 1. Quod Aëri interspersæ sunt particulæ multæ terreæ præditæ motu circulari simplice naturæ suæ congenito. 2. Quod major est quantitas earum particularum in Aëre propiore ad terram quam in Aëre à terra remotiore.

B. Sunt quidem Hypotheses haud absurdæ. Restat ut ostendas earum usum ad salvanda Phænomena quæ nunc dicturus sum. Primo, quoniam vidi, Recipiente (ut nos loquimur) pæne exhausto, vel (ut tu vis) suctione sæpe repetita, manubrium quod forte manibus ejus qui suctorem revellebat elapsum, retro ferri versus Cylindri summitatem; Explica ergo primo per Hypotheses tuas, si potes, quare id sit necessarium.

A. Quoniam per Suctoris retractionem Aër purus impulsus erat, partes autem terreæ impulsæ non erant, major erat ratio particularum terrearum quæ extra Cylindrum Suctori contiguæ erant ad Aërem purum, in quo motum suum exercebant, post revulsionem quam ante. Quare particulæ illæ motæ minus habentes loci ad motum suum naturalem exercendum, aliæ aliis impingebant, & propellebant. Necesse ergo erat ut particulæ quæ Suctoris superficiei contiguæ erant Suctorem propellerent. Quod est ipsum Phænomenon. Hoc autem connotandum est quod à surgente Suctore, Aër qui erat intra Cylindrum, eadem via qua intravit, exprimeretur.

B. Fieri quidem ita posse facile video; neque illic quicquam video mirabile præter ipsam Hypothesim. Quam tamen minus aliquanto mirabilem esse fateor quam est suppositio nostra de Aëris vi Elastica.

A. Ut operum Naturæ mirabilium, causæ quoque sint mirabiles, a ratione alienum non est; neque hominis Philosophi esse censeo, corporum quorundam, ut solis & stellarum mirabiles supponere magnitudines, contra vero mirabiles exiguitates non admittere; cum virtutis ejusdem infinitæ sit utraque creare tam maxima quam minima; & mirandorum effectuum causas reddere sine mirandis Hypothesibus sit impossibile. Hypothesim legitimam faciunt duæ res, quarum prima est. Ut sit conceptibilis (id est non absurda) altera, ut ab ea concessa inferri possit Phænomeni necessitas. Harum primâ caret Hypothesis vestra, nisi forte concedamus,

mus,

mus, quod concedendum non eſt, Moveri poſſe aliquid à ſeipſo. Supponitis enim Aëris particulam (quæ certe dum premitur quieſcit) ad ſui reſtitutionem moveri, nullam aſſignantes talis motus cauſam præter illam ipſam particulam.

B. Noſti experimentum illud de Vacuo Torricellianum. Cylindrum cavum, vitreum, ab una parte accurate clauſum, ab altera parte apertum, repletum argento vivo invertunt immerguntque in vas apertum, in quo vase continetur etiam argenti vivi quantum opus eſt ad os Cylindri contegendum. Itaque argentum vivum deſcendit è Cylindro in ſubjectum vas. Nonne ergo ſpatium quod in Cylindro ab argento vivo deſeritur, remanebit vacuum?

A. Non eſt neceſſe. Si in fundum uſque maris veſica detrudatur plena Aëris, atque illic rupta exitum præberet Aëri, putasnè Aërem illum jam liberum in fundo maris manſurum, an potius aſcenſurum eſſe ad ſuperficiem aquæ?

B. Aſcendet profectò manifeſtè ebulliens.

A. Quare autem? Noli mihi nunc ſic reſpondere, nempe accidere hoc quia minus eſt Aër quam aqua gravis, ſed oſtende à quo motore (per corpus aquæ minus mobile quam eſt ipſe) Aër penetrans iſtuc fertur.

B. Aqua deorſum conatur multo magis quam Aër. Neceſſe ergo eſt (ut mihi ſaltem videtur) ut Aqua per conatum quem habet ad centrum terræ majorem quam habet Aër, Aërem premat, & Aër preſſus fundum premat, & fundus preſſus Aërem repercutiat tanto conatu ut aquam dimoveat neceſſario emergat.

A. Quid ſi in vaſe clauſo aqua inferior exiſtens, verſus Aërem ſuper ipſum exiſtentem ſupponatur aſcendere eodem conatu quo tendit naturaliter deorſum, quid fieret?

B. Aër rurſus aquam penetrans locum in Cylindro capeſſeret inferiorem.

A. Cur autem idem non contingeret ſi pro aqua poneremus in Cylindro argentum vivum?

B. Continget idem.

A. Cogita jam in experimento Torricelliano, argentum vivum deſcendere in ſubjectum vas continens etiam argentum vivum; argentum autem vivum quod in vaſe eſt aſcendere eodem conatu quo deſcendit in Cylindro, & premere aſcendendo ſuperjacentem Aërem, qui Aër (ſupponimus Vniverſum mundum eſſe plenum) preſſionem ſurgentis argenti vivi effugere non magis poteſt quam ſi ambo corpora concluſa eſſent in uno & eodem Cylindro. Quare neceſſarium eſt ut Aër penetret

ipſum corpus argenti vivi, vel tranſeat inter ſuperficiem argenti vivi convexam & Cylindri concavam. Vides igitur hujus Phænomeni rationem reddi poſſe ſine ſuppoſitione Vacui, vel Elaſtri, vel motus circularis ſimplicis Atomorum.

B. Si quod revera Aëris pondus ſit, vel ſi talis motus ſit particularum terrearum qualem tu ſupponis, nihilne conferunt ad aſcenſum & deſcenſum argenti vivi in Cylindro?

A Etiam conferunt; nimirum, ut argentum vivum aliquantulo minus deſcendat quam ſi Aër externus eſſet purus & ſine pondere.

B. Scimus quod ad altiſſimi montis radicem, argentum vivum quod eſt in Cylindro magis ſubſidit quam in monte ſummo.

A. Sed & particulæ illæ quæ interſperſæ Aëri ita moventur ut ſuppoſuimus, magis confertæ ſunt ad radicem montis quam in ſummo. Nam hoc quoque ſuppoſuimus.

B In vas apertum infudimus aquam; in aqua fiſtulam ſtatuimus erectam, longam, exiliſſimam. Obſervavimus autem aquam è vaſe ſubjecto in erectam fiſtulam aſcendiſſe.

A. Nec mirum. Nam ſuperficiem aquæ, particulæ Aëri interſperſæ, aquæque contiguæ motu ſuo verberabant, ita ut aqua non potuit in fiſtulam non aſcendere, & ſenſibiliter quidem in fiſtulam valde anguſtam.

B. Revertor ad Phænomena Machinæ noſtræ. Si quis poſt impulſionem revulſionemque Suctoris aliquoties repetitam, Epiſtomium ſuperni orificii Recipientis conetur extrahere, inveniet illud valde gravitare, tanquam ſi multarum librarum pondus ab eo penderet. Vnde contingit hoc?

A. Ab Aëris qui eſt in Recipiente fortiſſimo conatu circulari, facto à violento ingreſſu Aëris inter ſuperficiem Suctoris convexam & Cylindri concavam, generato per iteratam illam impulſionem revulſionemque Suctoris, quam vos perperam vocatis exuctionem Aëris. Nam propter naturæ plenitudinem Epiſtomium extrahi non poteſt quin Aër qui eſt in recipiente (Epiſtomio contiguus) una extrahenda ſit. Qui quidem Aër ſi quieſceret facillime Epiſtomium ſequeretur. Sed dum velociſſime circuit ſatis difficulter ſequitur, id eſt, videtur eſſe valde gravis.

B. Veriſimile eſt. Nam ut Aër novus in Recipiens paulatim admittitur, etiam apparentem illam gravitatem paulatim perdit. Vidimus item aquam demiſſam in Recipiens poſt Suctoris aliquot reciprocationes ita bullire ac ſi ſuppoſito igne ferveſceret.

A. Id quoque accidit propter velocitatem Aëris, ut dictum eſt, in Recipiente circumeuntis; niſi forte aquam illam dum bullit calidam quoque

que esse deprehendatis. Nam si certi essemus illam plus calescere, alia causa Phænomeni excogitanda esset.

B. Imo certi sumus quod non plus calescit sensibiliter.

A. Quid ergo tali aquæ motui conferre posse putas majorem vel minorem Atmosphæræ gravitatem?

B. Neque illum motum attribuunt, puto, Atmosphæræ.

A. Ab hoc experimento manifestum est, quod Recipiens per exuctionem hanc quam vocatis Aëris, non fit vacuum. Nam moveri aqua non potuit nisi à movente aliquo moto & contiguo. Itaque Phænomenum hoc demonstrationem suppositionis meæ continere videtur non infirmam. Præterea dic mihi, bullientem aquam potuistin' conspicere?

B. Quid ni?

A. Nonne Visionem fieri concedunt vestri per actionem continuam ab Objecto ad Oculum? Nonne etiam putant actionem omnem esse motum & omnem motum, esse corporis? Quomodo ergo potuit ab Objecto, nempe aqua, ad oculos tuos motus per vacuum (id est per non corpus) derivari?

B. Non affirmant nostri ita vacuum esse Recipiens ut nullus omnino Aer relictus sit.

A. Nil refert an totum Recipiens vacuum sit, an magna ejus pars. Nam utrumvis supponatur, derivatio motus ab Objecto ad Oculum intercipietur.

B. Ita videtur; nec habeo quod respondeam. Pergo igitur ad experimenta. Per eandem reciprocantis Suctoris operam etiam animalia si in Recipiente concludantur, tamquam exucto Aëre, intra duo vel tria minuta horæ moriuntur; quod concesso Vacuo, mirandum non est, negato, nescio quomodo evenire potest.

A. Credin tu animalia ista tam cito interempta esse eo quod carerent Aëre? Quomodo ergo sub aquam vivunt Urinatores, quorum aliqui (assueti a pueritia) caruere Aëre per horam integram? Inclusa in Recipiente animalia occidit motus ille idem vehementissimus, quo distenduntur rumpunturque inclusæ vesicæ.

A. Disce id iterum à Machina, & causam quæro noti omnibus experimenti. Si quis phialæ omni corpore præter Aërem vacuæ os apertum labiis undique arctè complectens Aërem intus contentum conetur exugere. Primo, labra inde difficulter revelli sentiet; Deinde, si phialæ invertiæ os in aquam quantulamcunque immergat, videbit aquam in phialam ascendere altius quam est subjectæ aquæ superficies. Quæro cur aqua contra naturam suam ascendit præterquam ut spatium impleat, quod in phiala, factum erat sugendo vacuum?

A. Vacui fuga causa rei esse non potest. Si Aërem exuxisset, aut Aër alius, dum phialam à labiis ad aquam transferrebat, ingressus esset; aut postquam transtulisset, aqua ingressa non esset. Facilius enim ascendit Aqua quam Aër. Quid ergo effecit ut aqua ascenderet? Conatus Aëris ad exitum è phiala. Quod sic intelliges. Qui phialam sugit nihil ad pulmones attrahit, ut faciunt qui respirant, neque in ventriculum deglutit, uti infans qui matris sugit ubera. Exucto ergo Aëri quis locus est quo se recipiat? Nullus. Non ergo exugitur. Suctio ergo nihilne (inquis) agit? Imò multum. Nam ab illa fit primò, ut labra sugentis ad collum phialæ ita arcte adhereant, ut non facile divellantur, incipiente disjunctione ab ambitu contactus exteriore. Secundò, fit sugendo, ut Aër qui est intra phialam conetur per eam partem exire ubi Suctionis est initium, hoc est per phialæ os. Itaque ore phialæ quantulumcunque in aquam immerso (si conatus Aëris quem habet à Suctione, major sit quam vis qua aqua gravitat) necessarium est, ut Aër aquam penetrans exeat, & in locum ejus ascendat aqua, donec vi Suctionis decrescente, conatus Aëris ad exeundum, & aquæ ad subsidendum fiant æquales.

B. Nihil probabilius. Dic mihi nunc quam causam habet vis illa admirabilis qua pilæ plumbeæ, vel etiam sagittæ emittuntur è fistulis illis quas appellant sclopetos ventaneos, quorum fabricam nemo fere nescit eorum qui conversari solent cum Philosophis.

A. Sclopetus ventaneus, ut & machina vestra, duos habet ventres & Suctorem. Machina vestra foramen habet cum clavicula in ventrium commissura; sed sclopetus hic in commissura ventrium foramen habet cum valvula quam Aër à Suctore incussus facile aperiens intrat in ventrem ulteriorem, & pro maxima vi qua incussus fuerat excitum tentans circumcurrit, donec ope lingulæ, dato exitu, per ventris ulterioris fundum erumpat, tanta vi quantam multi & validi ictus Suctoris collegerunt. Itaque mirum non est si pilam exitui oppositam per satis longum spatium ejiciat.

B. Sed quomodo possunt ictus illi satis fortes esse ad Aërem incutiendum, cum Suctor talis esse debeat ut ventrem anteriorem adæquate impleat?

A. Est in Suctore ipso, ut nosti, foramen cum valvula, quæ valvula dum retrahitur, Suctor ab Aëre externo facile aperitur. At dum impellitur aperitur illa valvula quæ est in ventrium amborum commissura.

B. Memini ita esse. Nec dubito quin effectus illius veram unicamque causam reddidisti, eandemque quæ mirabiles illas in machina nostra excitavit motus Aëris. Quam autem illius effectus causam nostri reddunt vel reddi-

[illegible]uri sunt nescio. Redeo rursus ad experimenta machinæ nostræ. Appendunt in bilance ad unum libræ brachium Vesicam inflatam; ad alterum, plumbi tantum ut fiat æquilibrium, & demittunt in Recipiens ita ut pendeat ab operculo. Vidimus autem exucto Aëre præponderare Vesicam. Ponderatur ergo Aër in loco vacuo, & per consequens à præponderatione Vesicæ concludunt gravitatem ejus esse aliquam. Etiam quanta illa est aliquatenus intelligunt.

A. Quod quidem lanx in qua est Vesica magis deprimitur quam altera, certi esse possunt oculis testibus: Quod autem id à gravitate Aëris naturali accidit, certi esse non possunt; præsertim si quæ sit gravitatis causa efficiens nesciunt. Causam autem gravitatis quamnam assignant?

B. Nullam adhuc, sed per experimentum ipsum illam quærunt. Quoniam autem Vesica etsi non præponderat propendit tamen, ostende propter quam causam propendit.

A. Quod Vesica, sive follibus sive flatu oris distenta sit, gravior sit quam eadem Vesica non distenta, negare nolo, propter majorem quantitatem Atomorum follibus vel corpusculorum fuligineorum ab halitu inflatorum. Ab experimento autem quod fit à Vesica inflata nihil colligunt quod sit satis certum. Oportuit lancibus imponere duo vasa pondere æqualia, quorum alterum esset accurate clausum, alterum apertum. Sic enim non inflatus sed inclusus tantum Aër ponderatus esset. Quando igitur Aerem sic ponderatum videbis, meditabimur postea quid dicendum sit de Phænomeno quod retuleris. Quod attinet ad causam gravitatis, mihi quidem nihil videtur verisimilius quam quod causa illa quæ potuit a principio Homogenea compellere & Heterogenea dissipare, eadem nunc potest Homogenea dissipata per violentiam, iterum congregare, & Heterogenea vi compulsa disjicere. Motus autem qui id potest alius esse non potest præter motum illum circularem simplicem quem definit Hobbius Lib. de Corpore, Cap. 15, appellatque alicubi Fermentationem, & de eo proprietatem hanc demonstrat, quod congregat Homogenea & Heterogenea dissipat. Motus autem hujus initium in Sole esse supponit.

B. Placet mihi tua magis Hypothesis quam illa de vi Aëris Elastica. Nam video quod à veritate illius, veritas dependeat vel Vacui vel Pleni; sed à veritate hujus nihil sequitur in neutram partem quæstionis. Aëris, inquit, structura similis est compressæ lanæ. Bene est. Lana fit ex filis. Recte. Sed cujus figuræ? si parallelopipedi, nulla potest esse compressio partium, si non parallelopipedi, erunt inter fila illa spatia quædam relicta; quæ si vacua sunt, supponunt vacuum, ad probandum quod Vacuum est possibile; si plena, plenum dicunt quod Vacuum putant.

Procedo jam ad experimenta alia, & referam primo ea quæ Igni accidunt incluso in Recipiente. Candelam ardentem immissam in Recipiens, & in medio ejus pendentem, postquam (clauso ejus orificio) cæptum est Suctorem reciprocare, intra spatium semi-minuti horæ vidimus extinctam.

A. Candelam ardentem demissam in fodinam (unde effodiunt carbones terreos) quanquam fodina neque clausa erat neque obscura, sed ut in aquula quæ in fundo erat tanquam in speculo videretur cœlum, tamen sine ullius Suctoris opera, candelam, inquam, antequam perveniret ad mediam altitudinem fodinæ, intra spatium semi-minuti horæ vidi extinctam.

B. Carbones ligneos bene accensos demissos, ut diximus, in Recipiens, ab initio Suctionis vidimus statim languescere, & post spatium trium minutorum non potuisse ignem amplius videri.

A. Carbones terreos bene accensos, demissos (ut modo dixi) in eandem fodinam, vidi primo languescere, deinde intra spatium trium vel quatuor minutorum non potuisse ignem videri amplius; attamen intra tantundem temporis (è fodina extractos) rursus ignescere.

B. Contigit idem Carbonibus quoque nostris immisso Aëre. Miror ni illam fodinam Machina nostra imitetur.

A. Proculdubio imitatur, nisi quod fodinæ illæ non omni tempore experimentum exhibent. Vtrobique enim extinctio ignis eandem habet causam. Quod sic intelliges. Aërem quem vi qua Suctor in Cylindro æneo retractus ingredi cogit inter superficiem Suctoris convexam & Cylindri concavam, quem deinceps cursum habere arbitraris?

B Cursum habet, primo, secundum lineas illas erectas quæ constituunt Cylindri superficiem concavam; deinde per lineas quæ constituunt superficiem lacunaris Cylindri ejusdem. Itaque partes Aëris ingredientis per lineas rectas Diametraliter oppositas movebuntur undiquaque motibus obviam contrariis. Necessario ergo se mutuo prementes conabuntur per lineas interiores; & propter pressionem undique æqualem, motum quidem habebunt in neutram partem sensibilem, conatum autem vehementem unaquæque pars contra partem sibi occurrentem.

A. Necesse ergo erit ut totus ille Aër donec durent illi conatus oppositi consistentiam majorem habeat quam si partes ejus solo contactu conjungerentur.

B. At neque candela, neque carbones in Cylindro collocati sunt, sed in Recipiente.

A. Scio. Sed lineæ per quas motus ingredientis Aëris designantur

(aperto

(aperto transitu) in communi ostio se mutuò secant, & (per consequens) licet inverso ordine, conatus Aëris similiter procedet in Recipiente atque in Cylindro; eademque erit utrobique Aëris consistentia, media quædam inter consistentias Aëris puri & aquæ. Cogita ergo quam sit naturis earum ad candelam vel ignem vel vitam animalium, quæ saltem vitam pulmonibus debent, extinguendam vis similis consentanea; quamque necessarium sit ut conatu illo circulari in omni puncto Recipientis motum vehementem quanquam invisibilem fieri. Simili modo circa vim qua candela carbonesque igniti extinguuntur in fodinis determinari (quanquam Phænomenon illud constans non sit) à ratione alienum non est, & dicere quod aliquando Aër è parietibus fodinæ ab omni simul parte celerrimis & oppositis motibus fodinam impleat. Nam eadem omnia sequentur quæ in Recipiente. Mirandum igitur non est si effectus sint utrobique similes.

B. Extincti semel carbones cur reviviscunt? Et cessantem semel vitam quomodo recipiunt animalia?

A. De ea re quid sentiunt vestri?

B. Fuere eorum aliqui qui remansisse dixerunt in carbonibus illis (quanquam extincti videbantur) particulas quasdem igneas, quæ admisso Aëre ventilatæ cæteram molem denuò accenderunt.

A. Næ illi quæ dicerent non videntur cogitasse, sed sortitos esse. Credin tu, in carbone ignito partem aliquam nôn carbonem, sed ignem esse, aut in candente ferro partem inesse quod ferrum non sit, sed ignis? Ab unica scintilla, magnæ urbis incendium nasci potest. Atqui si ignis, corpus ab ignito diversum sit, non plures potuere esse partes igneæ in toto incendio quam in una illa scintillula. Videmus corpora diversorum generum à luce solis tam per refractionem quam per reflectionem factam in speculis comburentibus accendi posse, neque tamen quenquam esse credo qui putet particulas igneas à sole ejectas transire posse per substantiam globuli Cristallini. In Aëre intermedio ignis nullus est. Motus autem in partibus minutissimis corporis combustibilis, si talis sit ut partes illas minutas ita dissipet & disjiceat ut Aërem ad oculum satis fortiter moveat, formam ignis faciet, non aliter quam oculo vehementer percusso vel fricato oriri solet phantasma lucis. Sed Naturam & causam tam ignis quam lucis in Lib. de Corpore Cap. 27, satis explicavit Hobbius. Quoniam ergo ignis natura à motu tali dependet, ut vis percussionis oculi, externe faciat phantasma lucis, quanquam vis illius motus in Recipiente (ut loquimini) evacuato diminuta sit, oppressa ab Aëris intus communi consistentia, non tamen extinguitur; & propterea levata oppressione, satis habebit virium ad excitandam phantasiam lucis quanquam debi-

debiliorem. Idem ſentiendum eſt de vita animalium, quæ in Recipiente vel fodina videntur quidem eſſe mortua, motus tamen internus partium calorificus, vitæ proprius, nondum extinguitur, & proinde vitam paulo poſt recipiunt.

B. Quando autem eſt quod de homine verè pronuntiare poſſumus quod eſt mortuus, ſive (quod idem eſt) animam expiravit. Cognitum enim eſt homines nonnullos pro mortuis habitos, poſtridiè elatos revixiſſe.

A. De puncto temporis quo anima à corpore ſeparatur difficile eſt ſtatuere. Perge igitur ad experimenta alia.

B. Si demittatur in Recipiens veſica mediocriter inflata, illa per reciprocationem Suctoris amplius diſtendetur, & tandem (ſi opera urgeatur) disrumpetur. Quare autem?

A. Quia cuticula omnis ex filiculis conſtat, quæ præter figuras, contactum per omnia puncta accuratum habere non poſſunt. Pervia ergo eſt veſica, cum ſit cuticula, nec Aëri tantum, ſed etiam aquæ qualis eſt ſudor. Eadem ergo Aëris per vim incuſſi eſt compreſſio intra veſicam quæ extra, cujus conatus, propter viam motuum undiquaque decuſſatam, tendit undiquaque ad ſuperficiem veſicæ concavam. Quare neceſſarium eſt ut undiquaque intumeſcat, & creſcente conatus vehementiâ tandem laceretur.

B. Si acus magnete excitus liberè pendeat intra Recipiens, ſequetur tamen ille motum ferri quod circumducitur extra Recipiens. Item objecta intus poſita ab iis qui extra ſunt videbuntur & ſoni intus facti audientur. Omnia hæc æque poſt atque ante exuctionem Aëris, niſi quod ſoni ſunt aliquanto poſt quam ante debiliores.

A. Manifeſtiſſima hæc ſunt ſigna Recipientis ſemper pleni, nec poſſe inde exugi Aërem. Quod autem ſoni inde ſentiantur debiliores, ſignum eſt conſiſtentiæ Aëris. Conſiſtentia autem Aëris à motu ejus eſt per lineas diametraliter oppoſitas.

B. Etiam duo pendula æqualia & ſimilia, in altitudine æquali, ſi alterum in Aëre libero, alterum in vacuato Recipiente ſuſpenſum ſit; ſimulque retracta ſint à ſitu perpendiculari, eorum itiones & reditiones ſimul abſolventur; differentia ſaltem manifeſta non apparet.

A. Credo. Recipiens enim non erat (ut putaſtis) magis vacuum poſt quam ante Suctionem.

B. Si duo corpora dura (puta) marmora plana, bene lævigata, ſe mutuo ſecundum ſuperficies ſuas planas tetigerint, illa (ut ſcis) ita cohærebunt, ut in Aëre ſuſpenſa marmor inferius à ſuperiore ſine magno pondere aut alia magna vi ſeparari non poſſit. Ponderi hoc attribuunt noſtrûm

ſtrum aliqui columnæ Atmoſphæricæ cujus nixus per reſultum terminatur in ſuperficie inferiore inferioris marmoris, quod per conſequens etiam ſuſtentat. Sed ne ejuſdem marmoris ſuperficiem premat ejuſdem columnæ directum pondus, prohibet marmor ſuperius contiguum. Siquidem ergo illa marmora ſic cohærentia transferantur in Recipiens, atque illic ſuſpendantur, exucto autem Aëre marmor inferius cum ſuperiore cohærere deſinat, dubitari non poteſt quin cauſa aſſignata vera ſit. Et tranſlata in Recipiens fuere, ſed ſine ſucceſſu expectato. Nihilo enim magis deſierunt cohærere Forte quia non ſatis bene coaptata fuerant.

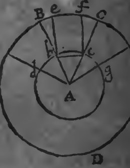
A. Imò quia nihil iſtic erat quod ageret Atmoſphæræ pondus. Experimento hoc excogitari contra opinionem eorum qui vacuum aſſerunt aliud argumentum fortius aut evidentius non potuit. Nam ſi duorum cohærentium alterutrum ſecundum eam viam in qua jacent ipſæ contiguæ ſuperficies, propulſum eſſet, facile ſepararentur, Aëre proximo in locum relictum ſucceſſive ſemper influente. Sed illa ita divellere ut ſimul totum amitterent contactum, impoſſibile eſſet mundo pleno. Oporteret enim aut motum fieri ab uno termino ad alium in inſtanti, aut duo corpora eodem tempore in eodem eſſe loco, quorum utrumvis dicere eſt abſurdum. Cauſam autem quam aſſignant vide quot quantiſque incommodis laboret; Et primo columnam illam Atmoſphæricam quam ſuperficiei ſuperioris marmoris inniti volunt quæ ſequuntur. Confitentur enim tum ipſi tum alii omnes ponderationem omnem omnium eſſe per Lineas rectas undequaque ad centrum Terræ; & proinde non per Cylindrum vel Columnam fieri, ſed per pyramidem cujus vertex eſt centrum Terræ; baſis, pars ſuperficiei Atmoſphæræ. Itaque ſi pyramis illa ſecetur à cohærentibus marmoribus, talis erit pyramidis illius figura qualem definiet ambitus interſecantis eam marmoris. Conatus ergo punctorum omnium ponderantium propagabitur ad ſuperficiem marmoris ſuperioris antequam poſſit propagari ulterius (puta) ad terram. Poſtquam autem conatus ad Terram propagatus fuerit, Aër rurſus per reſultum inde conabitur ſecundum eaſdem retro rectas ad ſuperficiem inferiorem inferioris marmoris. Nam incidentes perpendiculares perpendiculariter reflectuntur. Quoniam ergo marmor ſuperius ita ſuſpenſum eſt, ut conari deorſum non poſſit, omnis conatus innitentis pyramidis ſiſtetur in marmore ſuperiore. Non ergo propagabitur ad Terram. Neque ergo fiet reſultus ad marmor inferius. Non ergo oritur à reſultu conantis Atmoſphæræ quod marmor inferius ita ſuſtentatur, ut à contactu cum ſuperiore non ſeparetur.

B. Certissimum est. Illi autem qui causam ejus talem reddiderunt non erant fortasse Geometræ. Miror tamen Paralogismum hunc non vidisse Geometriæ Professores, qui reflectionum vias ignorare non debuerant. Sed vis illa Elastica quam in Aëre esse dicunt nihilne ad marmor fulciendum conferre potest?

A. Nihil omnino. Non enim conatus in Aëre est ullus ad centrum terræ magis quam ad aliud quodvis punctum universi. Quoniam enim gravia ómnia tendunt à circumferentia Atmosphæræ ad Centrum terræ, & inde rursus ad circumferentiam Atmosphæræ per easdem lineas reflexas, conatus sursum conatui deorsum æqualis erit, & proinde mutuo se perimentes neutra conabuntur via. Quin aqua gravis sit non dubitatur; & siquidem homini jacenti in arida superponeretur satis magna columna aquæ quæ illius corpori, nec præterea ulli rei inniteretur, procul dubio à tanto pondere homo contereretur. Cæterum eidem homini jacenti in fundo maris columnæ ejusdem innitentis pondus non sentitur. Nam locus omnis in figura sphærica materiæ quantumvis subtilis à contactu (si quem habeat) à circumferentia ad Centrum arcuatus sive concameratus est, ita ut non possit ruere, nec (per consequens) in ruinam niti. Id quod perspicuè tibi descripta figura (si tanti esse putas) demonstrabo.

B. Tanti esse puto. Demonstra ergo.

A. Centro Terræ A; Radio A B, quanta est semidiameter Atmosphæræ, describatur circulus B C D B. Sitque pars Atmosphæræ extra totam posita ubicunque b c? super quam insistat columna Atmosphærica e f b c. Dico columnam e f b c non premere gravitate sua partem b c. Nam si premit, propter gravitatem premit materiæ Atmosphæræ. Conatus igitur Columnæ e f b c premet partem b c versus centrum A, id id est per rectas b A, c A & cæteras intermedias. Omnis enim conatus corporis gravis est à circumferentia ad Centrum Terræ undiquaque. Quare B C, quæ major est quam ut possit descendere in Triangulo b c A, non potest descendere nisi faciat rectas b A, c A, divergere, ut sit descensioni locus. Sed fieri hoc non potest, quia conatus Atmosphæræ in d b, & g c, tantundem facit b A & c A convergere quantum pondus in b c facit easdem divergere. Non potest ergo pars b c (propter magnitudinem) quantumvis gravis sit, descendere, neque ergo premere sive gravitare. Quod erat demonstrandum.



B. Quod

B. Quod solum in Academia nostra ad Philosophiam didicisse me [illegible]veram, hoc tu mihi totum demonstratione tua expergefacto [illegible].

A. Vtraque enim illa phantasia tum gravitatis Atmosphæræ, tum vis Ballisticæ sive Antitupiæ Aëris somnium erat. Siquidem autem illis con[illegible]ur esse aliquam in filiculis Aëris Antitupiam, quæreretque ali[illegible]e illa curvata quidem sed quiescentia moverentur rursus ad recti[illegible], deberent illi, si Physici haberi volunt, caussam ejus aliquam pos[illegible] assignare. Alioqui idem facient quod illi qui ad quæstionem *quo-[illegible]* respondere audent quanquam primum ictum non audierunt. [illegible]ea si possibile esse negarem ut diligentia & arte humana duæ super[illegible] corporum durorum inter se per omnia puncta ita accuratè congruæ [illegible] ut ne minimo quidem corpusculo creabili transitus permittatur, non [illegible]deo, quomodo illi aut suam Hypothesim tueri, aut negationem nostram [illegible]tis arguere jure possent.

B. Experimentum tibi à Machina nostra adhuc unum (sed omnium [illegible]) nec plura referam. Suctorem qui usque ad Cylindri [illegible]itatem intrusus fuerat, postquam omnis Aëri aditus occlusus esset, [illegible]m ad imum retractum vidimus, ita ut spatium in Cylindro va[illegible] satis magnum esset. Suctori deinde pondus plus quam centum li[illegible] appensum fuit. Vidimus Suctorem simul ac libertatem nactus [illegible], [illegible]a sponte una cum appenso pondere ascendere usque ad Cylindri [illegible]tem. Iam si locus à retracto Suctore relictus vacuus erat, quo[illegible] vacuum illud (id est illud Nihil) pondus omnino trahere potuit? [illegible] s ille Aëre erat plenus, quibus funibus attrahere, quibus uncis [illegible]re potuit Suctorem? Quanta vis illa Elastica Aëris externi erat, [illegible] quam centum librarum pondus sursum in Cylindro æneo, & Su[illegible] per omnia puncta contiguo coactum est ascendere? Hærent hic no[illegible] quomodo hæc expedies tu?

A. Expedivi ante. Aër enim à retractione Suctoris retro pulsus, nec [illegible] in mundo (ut supponimus pleno) quo se recipiat inveniens, nisi [illegible] corpora contigua suis locis pellens sibi faceret, perpetua pul[illegible] Cylindrum tandem cogitur, tanta velocitate inter Cylindri con[illegible]m & Suctoris convexam superficiem, quanta respondere solet viri[illegible]s magnis quas ad Suctorem revellendum necessarias experti estis. [illegible] qua Velocitate ingreditur, eandem ingressus retinet, si[illegible]que latera Cylindri ænei (vi elastica præditi) undiquaque distinet. [illegible] ergo Aër in Cylindro vehementer motus, contra omnes partes [illegible] Cylindri concavæ; frustra quidem dum Suctor retrahitur, [illegible] primum Suctor manu emissus Aërem impellere cessat, Aër ille

qui ante incussus erat, propter conatum in omne punctum superficiei Cylindri internæ & vim Æris Elasticam insinuabit se inter easdem superficies, eadem velocitate qua impulsus fuerat, id est, ea velocitate, quæ respondet viribus impulsionis. Si ergo tanta ponderis vis Suctori appendatur quanta manuum vis erat qua impellebatur, velocitas qua idem Aër è Cylindro exit, locum in mundo pleno nullum habens quo se recipiat, Suctorem rursus ad Cylindri summitatem impellet, propter eandem causam quæ effecit ut Suctor paulo ante impulerit Aërem.

B. Verisimile est. Cætera experimenta Machinæ quia videntur ad easdem Hypotheses tuas non difficulter reduci posse, prætereibo.

A. Fateris ergo nihil hactenus à Collegis tuis promotam esse scientiam causarum naturalium, nisi quod unus eorum Machinam invenerit qua motus excitari Aëris possit talis ut partes sphæræ simul undiquaque tendant ad centrum, & ut Hypotheses Hobbianæ ante quidem satis probabiles hinc reddantur probabiliores.

B. Nec fateri pudet; nam est aliquid prodire tenus, si non datur ultra.

A. Quid *tenus?* Quorsum autem tantus apparatus & sumptus Machinarum factu difficilium, ut eatenus tantum prodiretis quantum ante prodierat Hobbius? cur non inde potius incepistis ubi ille desiit? Cur Principiis ab eo positis non estis usi? Cumque *Aristoteles* recte dixisset, *ignorato motu ignorari naturam*, quomodo tantum in vos suscipere onus ausi estis, & erigere hominum doctissimorum non modo nostratium, sed etiam exterorum expectationem promovendæ Physicæ, qui doctrinam de motu universalem & abstracte (quod facile & Mathematicum erat) nondum statuistis? Ad causas autem propter quas proficere ne paululum quidem potuistis, nec poteritis, accedunt etiam aliæ; ut odium Hobbii, quia nimium libere scripserat de Academiis veritatem. Nam ex eo tempore irati Physici & Mathematici veritatem ab eo venientem non recepturos se palam professi sunt. Doctrinam Hobbii (inquiebat Owenus Vice-Cancellarius Oxonii) quæcunque ea sit non recipiemus. Et quod paucissimi sunt eorum qui scientias profitentur, qui veritates difficiles ab aliis quam à se inventas esse non doleant. Sed missa hæc facientes, pergamus ad Phænomena Physica quorum causas non à Machina ista, sed aliunde didicistis. Imaginare sphæram vitream, cavam, è qua promineat collum, illud quoque cavum. Per collum immittatur fistula ænea, quæ transiens per centrum pertineat fere ad fundum. Sit autem interstitium inter collum & immissam fistulam ita clausum ut Aëri pervium non sit. Per fistulam simul & collum transfigatur clavicula qua possit transitus Aëri & aquæ vel dari vel obstrui ad libi-

libitum. Totius instrumenti figuram videre potes ad finem capitis 26 Libri Hobbiani de Corpore. In sphæram hanc vitream si aqua per fistulam injiciatur magna vi, (ut fit in Clysteribus) operaque repetatur quoties visum erit (potest autem hoc modo aqua impleri circiter Sphæræ dodrans) deinde si versa clavicula exitus patefiat, aqua ascendens paulatim omnis ejicietur. Causam hujus Phænomeni Hobbius hanc assignat. Aër quo ab initio Sphæra plenus erat à corpusculis illis terreis motus motu circulari simplice (quem paulo ante descripsimus) vi injectionis coactus, qui quidem purus est, exit (aquam injectam penetrans) in Aërem extrinsecum, locum relinquens aquæ. Sequitur ergo corpusculis illis terreis minus relinqui loci in quo motum suum naturalem exercere possint. Itaque in se mutuo impingentes aquam urgent ad egressum; egredientem Aër externus (quia universum supponitur esse plenum) penetrat, locumque egredientis Aëris successive occupat, donec corpuscula, quantitate Aëris eadem restituta, libertatem motui suo naturalem recipiant. Concessis autem illius Hypothesibus, causa Phænomeni manifesta est. Tui autem quibus Hypothesibus idem Phænomenon explicuere?

B. Nescio. Sed cur non potest aqua quæ cum injiceretur particulas Aëris comprimebat, ab iisdem particulis se explicantibus rursus rejici?

A. Quia locum explicatæ majorem non requirunt quam compressæ. Quemadmodum in vase aqua pleno, in qua esset multitudo anguillarum, anguillas sive in se volutas sive explicatas idem semper capit locus. Propterea ergo aquam per vim Elasticam, quæ alia non est quam motus corporum se explicantium, non possunt.

B. Comparatio illa Aëris cum aqua anguillis plena, nostris, credo, non displicebit. Aliqui enim non minimæ inter nos Authoritatis in ea sunt opinione, ut si per vacuum intelligatur locus omni substantia corporea vacuus, non esset valde repugnandum. Supponentes enim constitutum esse Aërem ex corpusculis quæ sine interstitiis componi non possunt, necessarium esse vident interstitia illa corporeæ substantiæ vel (ut apertius dicam) corporis capacia esse. Sed quod sic vacuum intelligunt Plenistæ, præsertim nuperi, id non credunt.

A. Cur non credunt?

B. Quia Plenistæ disputantes contra Vacuum, argumenta sumunt ab eo quod liquida Suctione oris per fistulam ascendit; & ab eo quod in hortulanorum hydriis superne clausis & crebris foraminibus inferne pertusis aqua non descendit. Nam talia (inquiunt) argumenta huc tantum tendunt, ut nullus detur locus in regionibus his inferioribus qui non sit aut corpore visibili aut Aëre repletus.

 A. Nemo

A. Nemo est eorum quos Plenistas vocas qui Vacuum aliter intelligit quam pro loco in quo nulla omnino substantia est corporea. Si quis negligentius loquutus dixerit, *in quo non sit corpus visibile vel Aër*, ideo dixit, quia per Aërem, totum illud intellexit corpus quod præter terram & astra reliquum spatium omne complet. Illos qui hoc negant, non aliorum sententias arbitror animadvertisse, propriis intentos. Qui per fistulam ore aquam sugit, Aërem medium prius sugit, quo distentus Aërem externum removet; qui remotus, locum (in pleno) habere nisi proximum removendo non potest; & sic continua pulsione aqua tandem pellitur in fistulam, succeditque Aëri qui exugitur. In Hydriis autem perforatis ideo hæret aqua, quia quæ per tantillum foramen exiturit adeo exigua est, ut non possit ita in longitudinem se diffundere, ut descendendo aditum Aëri faciat per foraminum circumferentias; neque Aër ab exeunte aqua pulsus locum alium (in mundo pleno) habere potest præterquam quem aqua deseret. Vides ergo causam naturalem tum ascensionis aquæ in fistula per Suctionem, tum non-descensionis per foramina hydriæ. Vides etiam quam ineptum sit ad explicationem effectuum talium advocare verba metaphorica, ut *fugam Vacui*, *horrorem Naturæ*, *&c.* quibus olim ad existimationem suam tuendam usæ sunt Scholæ.

B. Phænomenωn quidem circa Vacuum causas rectè à te assignatas esse credo. Quod autem neminem esse dicas qui per Vacuum intellexit corpore visibili & Aëre vacuum, non facile concesserim. Videntur enim mihi tum Democritus tum Epicurus sic intellexisse.

A. Si per Vacuum, quid illi intellexerunt, à doctrina Lucretii judicandum est, idem intellexerunt quod ego, nempe, locum omni corpore vacuum visibili & invisibili. Sed & illi non Plenistæ fuere sed Vacuistæ.

Hactenus de natura Aëris. Transeamus ad Aquam. Si in pelvem infundas aquam, & in aquam segmentum panni lanei oblongum, cujus pars una in aquam sit immersa, altera extra pelvem propendeat, aqua pannum illum paulatim ascendens madefaciet usque ad pelvis labrum; & siquidem pars quæ est extra pelvem propenderat infra aquæ quæ est in pelve superficiem, aqua decurret. Qùænam hujus effectus à Collegis tuis causa redditur?

B. Nihil de ea re audivi hactenus, nisi quod Phænomenon hoc, & illud alterum siphonis flexi sive bicruri causam habeant eandem.

A. Id vero impossibile est. Nam in Siphone nisi ambo crura aqua impleantur; aqua è pelvi non ascendet. Ascensionis causa in panno est motus ille terrearum Atomorum quæ aquæ contiguæ sunt, motus (inquam) circularis simplex, Aëri in quo moventur communicatus; quæ Ato-

Atomi aquam ferientes in materiam laneam incutiunt, incuſſæ autem magis magisque madefaciunt, donec madida tota ſit. Cum vero tota madida fuerit, tunc ſi pars panni extra pelvem, ſuperficie aquæ quæ in pelve eſt inferior ſit, aqua per pannum deſluet propter exceſſum gravitatis aquæ in ſegmento panni externo ſupra gravitatem ejus quæ eſt in ſegmento intra pelvem. Nam gravitatis quantitas in eadem ſpecie corporis non ſequitur gravis molem, ſed altitudinem; quamquam de Pondere aliter ſentiendum eſt.

B. Hypotheſim tuam de corpuſculorum terreorum in Aëre terram ambiente motu circulari ſimplice, confirmat quidem experimentum hoc de hydria hortulanorum; magis tamen illud alterum de machina quam modo deſcripſiſti, in qua injecta per vim aqua rurſus ejicitur. Machinæ autem artificem novi.

A. Nonne & ille unus eſt ex Collegis tuis?

B. Minime. Eſt enim Machinopoeus, non Philoſophus.

A. Siquidem Philoſophia ſit (ut eſt) ſcientia cauſarum, quo magis Philoſophi habendi ſunt illi qui Machinas ad experimenta commodas inveniunt, experimentorum cauſas neſcientes, quam hic qui cauſas neſciens excogitavit Machinas? Differentia enim nulla hic eſt niſi quod alter quod neſcit neſcire ſe fatetur, alteri non fatentur.

B. Poſt aquæ & Aëris naturas examinatas, pergamus (ſi ita vis) ad naturam Ignis. Et primo, Ignis quid eſt? Corpus an Accidens?

A. Qui Ignem & effectus ejus quotidie vides & ſentis & nominas, tibi opus eſt ut dicat aliquis quid ſit?

B. Ego Ignem vidi ſine materia ignita nunquam. Lignum, carbonem, ferrum, materiam denique quamcunque, ſi candeſcat & calefaciat, Ignem voco, & tu quoque. Mihi ergo videtur Ignis corpus eſſe, vel potius multa ſimul in ligno (vel alia materia ignita) corpuſcula ignea.

A. Sed corpuſcula illa ſuntne ignita?

B. Non ignita, ſed Ignis merus.

A. Sed dixiſti modo Ignem eſſe ignita corpora. Itaque per Ignem intelligis corpora quæ in ligno (vel alia materia) candeſcente & calefaciente candeſcunt & calefaciunt; ita ut Ignis non ſit niſi qui corpus ſit & in igne alio, qui rurſus ſit in igne tertio, & ſic in infinitum. Et propterea Ignem corpus eſſe à corpore ignito diverſum, dictu abſurdum eſt. Dum quærimus ergo quid ſit Ignis, non aliud quærimus quam cauſam, quare lignum, vel alia materia, lucet & calefacit, id eſt cauſas quærimus lucis & caloris, vel potius ſenſionis noſtræ, qua lucem & calorem percipimus.

B. Negari hoc profecto non poteſt. Sed lucis & caloris cauſæ veræ quænam ſunt?

A. Illæ

A. Illæ ipsæ quas in Lib. de Corpore, Cap. 27, ab Hypothesibus suis, methodo demonstrativo, non obscure derivavit Hobbius; quasque hic (quia liber extat) deducere non est necessarium. Sufficiat, quod modo te docui, Ignem non esse ab ignito corpore diversum. Quid autem de Frigore & Glacie opinamini vos? num etiam Frigus & Glaciem corpuscula putatis frigida & glacialia esse, in materia frigida & glaciali?

B. De causis Frigoris & Glaciei nondum certi aliquid invenimus. Quod autem aqua dum congelatur rarefit, experientia didicimus.

A. Rarefit? Non intelligo. Siquidem enim eandem numero aquam majorem dicas implere locum congelatam quam non congelatam, id dicis quod animo concipere nunquam poteris. Nam idem numero corpus eandem semper habet quantitatem, nimirum loco quem implet, sua quacunque figura, semper æqualem. Sin Aëris particulas in aquam (inter congelandum) ingressas simul cum aqua, majorem occupare locum dicas quam aqua sola, nil mirum dicis.

B. Dico aquam eandem numero in Cylindro vitreo altius ascendisse congelatam quam non congelatam.

A. Intelligo. In causa erat quod aqua congelata levior est quam non congelata, Norunt enim omnes Glaciem natantem parte sui aliqua, extra aquam in qua natat, eminere. Quod autem corpora omnia quæ mole æqualia, aquâ graviora sunt, subsidunt; & quæ leviora, eminent; quæ autem æquali gravitate sunt ita natant ut summa eorum superficies collocata sit in superficie aquæ, demonstravit Archimedes.

B. Ad generationem ergo Glaciei explicandam, necessarium esse video, non modo quid sit scire quod aquam facit congelatam leviorem quam ante erat, sed etiam quid sit quod eandem facit duriorem.

A. Leviorem facit quicquid conatum ejus ad centrum terræ minuit sive impediat; id vero aliud esse non potest præter motum alicujus corporis conatui deorsum oppositum, si non diametraliter, at saltem obliquè; idque sive Glacies fiat in vase per nive mistum sal, sive in locis apertis ut in Oceano septentrionali vel meridionali. Sed & duriorem facit motus aliquis oppositus. Nam durum dicimus illud tantum corpus, cujus parte una mota necessariò cedit totum; ut lapis durus dicitur, quia si unam ejus partem premas, totus cedet, aut pars pressa non cedet, saltem sensibiliter. Vnus igitur motus tum levitatem Glaciei, tum duritiem, sive consistentiam partium, efficere potest. Motus autem dico (quod attinet ad maria congelata) facile concipitur esse motus Aëris vehemens, oceanum & terram undiquaque radentis per circulos meridianos in Polis oppositis concurrentes. Talis enim motus Aeris, aquæ per-

[illegible] protrudens compingit, id est, totam facit duriorem; [illegible] particulam a centro terræ magis removet quam [illegible] semidiameter. Necesse ergo est tali motu Aëris, parti-[illegible] aliquantulum sustineri, unde tota aqua compacta si-[illegible] redditur levior. Interea verò atomi illæ terreæ motu suo [illegible] actas aquæ particulas omnes simul concutiunt, [illegible] moveri possit sine reliquis, id est aquam totam du-[illegible] [illegible]iter in vase accidit nive & sale circumdato. Nam li-[illegible], qui in nive est Aër, exiens, superficiem undiquaque [illegible] continentis, & eundem in aqua producit effectum [illegible] descripsimus in congelatione marium, nempe leviorem [illegible] facit. Diaphaneitas autem (nam & hoc notatu di-[illegible] aliquantulum minuitur, propter Aëris cum aqua summa mi-[illegible] Diaphanum enim omne per partium positionem turbatam al-b[illegible].

S. Diaphanum autem à turbato situ partium cur albescit? Scio qui-[illegible] in partes minutas contritum non amplius diaphanum esse sed [illegible], & ex aquæ particulis conflictis factam spumam albam esse, & [illegible] Præterea Diaphana omnia polita esse scio & Homoge-[illegible], [illegible] apta esse ad radios lucis ita reflectendos, ut lucidi par-[illegible] quasi pingantur, faciantque totius speciem distinctam, sed [illegible].

A. Ut diaphanum quodlibet est speculum, sic quoque partes ejus [illegible] nisi planæ & in eodem plano sint, sunt totidem specula, [illegible] totidem objecta lucida, sed minutissima, quorum ima-[illegible] exhibent non unum lucidum magnum, sed ex omnibus [illegible] Colorem ad lucem proxime accedentem, quam voca-[illegible] Albedinem. Itaque corporum, quæ natura alba sunt, superficies [illegible] superficiebus innumeris præ exiguitate quidem sigillatim [illegible] perceptibilibus, convexis tamen, & (per consequens) lucem ita [illegible] ut ab omni parte ad oculum pervenire possit tantum radio-[illegible] sufficit ad faciendam visionem; quod quidem ab una sim-[illegible] fieri non potest.

S. Qualem autem superficiem habere debet objectum, ut appareat nigrum?

A. Ut album luci, ita nigrum tenebris simile est. Et propterea super-[illegible] nigri talis esse debet, ut nullus radius (vel paucissimi) eo-rumque [illegible] ab Objecto lucido in eam incidunt, reflecti ita possit, ut ad ocu-lum perveniat ubicunque positum.

S. Qualisnam est illa?

A. Ea quæ componitur ex partibus minutissimis quidem, & quæ ipsum singulæ fugiunt, sed erectis. Nam si minutissimæ sint eædemque erectæ, omnis radius in eam incidens à lucido Objecto ubicunque posito, reflectetur in subjectum corpus, & (per consequens) ad oculum redire non potest; & sic Nigrum non tam videtur quam à circumstantibus visibili distinguitur.

B. Hanc ipsam Nigredinis causam reddidit in frequente consessu unus ex nostris tibi bene cognitus & amicus. Sed non persuasit. Responsum enim fuit, Quod si ita esset, vestem omnem pilosam oportere esse nigram. Et visus est plurimis rectè respondisse.

A. Quid, pilosne illos putaverunt esse corpora adeo exigua, ut videri non possent? Conjicere hinc licet quam sint illi boni ratiocinatores, & quæ sit ab illis expectanda Philosophia Naturalis. Fortasse nigredinis causam illam pro vera admittere non voluere, quia eadem in Lib. de Corpore. Cap. 27, Art. ultimo, ab Hobbio primo assignata est. Quam autem Duritiei causam assignatam ab illis audisti.

B. Ab aliquibus tres. Primam partium magnitudinem. Secundam, Quod partium superficies mutuo se tangant. Tertiam, partium intricationem. Quarum sufficit ad corporum quorundam solidationem unaqualibet.

A. Quin corpuscula (qualia sunt atomi quas supponit Lucretius, atque etiam Hobbius) jam ante dura, facile possint ab aliqua diversarum causarum compingi ita ut totum ex illis factum durum fiat, dubium non est. Sed qui duritiei causam assignare volunt, debent illi causam indicare Duri primi.

B. Ita videtur. Quidam enim è nostris cum redarguere eos vellet qui partium cohæsionem glutini cuidam tribuebant, interrogabat eos (& rectè quidem ut nobis visum est) quodnam esset glutinis illius aliud gluten.

A. Eodem jure utens, circa primam & ultimam dictarum causarum, similiter quæro ego, quid sit in particulis duris totius duri quod efficit duritiem. Nam argumentum quo vos usi estis contra illos qui supponebant gluten illud, æque militat contra vos ipsos.

B. Corpuscula dura prima, fuerunt fortasse sic creata, atque alia quidem majora alia minora ab initio.

A. Esto. Nam prima ad primam causam rectè referuntur. Sed si dura ex primis duris fieri dicant, quare non & fluida fieri putant ex primis fluidis? An creari fluida maxima potuere ut æther, minima non potuere? Qui corpusculum durum aut fluidum primus fecit, potuit, si voluisset, illud fecisse tum majus, tum minus quocunque corpore dato. Quod si

illud

fluidum fiat ex non fluidis, ut vos dicitis, & durum ex duris tantum, nonne sequitur ex fluidis primis neque fluidum fieri neque durum?

B. Ita videtur. Quænam ergo duri & fluidi sunt Principia?

A. Quid aliud nisi fluidi quidem, Quies, duri autem Motus quidam ad hunc effectum producendum idoneus? Per *quietem* intelligo duarum partium mutuam quietem, cum se mutuo tangunt quidem, sed non premunt. Nam & fluida moveri tota possunt retenta fluiditate; & dura quiescere, ut tamen partes eorum moveantur.

B. Quo motu & quomodo?

A. Exempli causa, aer qui revulso Suctore machinæ vestræ impellitur in Cylindrum æneum, totus quidem non movetur, sed in eodem manet loco; verum particulæ ejus omnes, ut magno motu ingressæ sunt, sic etiam magno motu intus cientur, unaquæque contra aliam per latus Cylindri oppositum ingressam. Et proinde motus illarum in brevissimis spatiis sunt velocissimi, & propter mutuam oppositionem circulares. Atque hinc manifestum est vehementem esse in Aere ita moto & clauso compressionem, quantam scilicet efficere potest vis illa qua incussus erat; atque etiam à tanta compressione aliquem gradum consistentiæ fieri, quanquam consistentia aquæ minorem. Quod si esset in iisdem particulis aëreis omnibus, præter motum illum quo altera alteram premit, motus alius circularis simplex, isque satis vehemens, impossibile fere esset unam earum à suo circello dimoveri, quin reliquis particulis resistentibus, totum simul moveretur, id est, totum durum esset, Durum enim est totum illud cujus nulla cedit pars nisi cedente toto. Vides ergo posse fieri duritiem in fluidissimo aëre per motum hunc circularem simplicem particularum quibus duo motus contrarii ante dederant vertiginem. Vidisti quoque gradum duritiei dari aliquem posse à sola compressione; id quod confirmatur etiam in generatione carnis intra musculos humani corporis. Nam carnis quæ in musculis continetur materia illuc advecta est, vel per Arterias vel per Nervos. Non per Arterias, in quibus nihil fertur præter sanguinem. Caro autem non ex sanguine constat, qui salva carne elui potest. Quare materia carnis defertur ad musculos per nervos. Materia autem quæ in nervis continetur tenuissimus spiritus est; qui cum in musculis fit caro, constat ex innumeris filiculis, adeo minutis & fissilibus, ut visum tandem fugiant. Vnde autem fieri hoc potest, nisi quod spiritus è cerebro nervorum meatus longos arctissimosque transiens per compressionem inspissetur? Atque talis quidem esse potest causa efficiens Duri primi. Duri autem secundi, id est Duri à cohæsione durorum primorum, causa potest esse motus ille idem circularis simplex conjunctus cum contactu eorundem superficiali, vel etiam intricatione. At si supponamus

cum illis, duritiei cauſam eſſe magnitudinem aut craſſitiem partium; quam rationem reddere poterimus cur durior vel firmior ſit aqua congelata, quam eſt eadem aqua ante congelationem?

B. Viderint illi; Ego enim alienæ Philoſophiæ narrator [illegible] defenſor ſum.

A. Præterea quæ ratio Diaphaneitatis reddi poteſt corporum [illegible] rum per quæ transparent Objecta omnia viſibilia non n[illegible] quam per Aërem puriſſimum? Nam ſi vitrum aut criſtallus conſtarent ex duris corpuſculis hamatis, perplexis, aut quomodocunque per disjunctis, impoſſibile eſſet ut radii lucis tranſirent per Diaphanum ſphæricum ſine variis reflexionibus, quibus ordo partium [illegible], & confuſa fieret viſio; quod experientia quotidiana oſten[illegible] ſum.

B. Experimentorum quæ fecimus aut recepimus obſerv[illegible] ſunt (quantum memini) quæ jam retuli.

A. De quæſitis autem circa naturam rerum aliarum quid [illegible]? Et primo, Magnes quo inſtrumento, quo motu attrahit vel a[illegible] rum; quid illum ad Meridianum applicat, in Meridiano inclinat? Q[illegible] motor, quo motu aquam è Mari & Fluminibus in nubes tran[illegible], [illegible] radicibus in arborum ſummitates? Ubi ſunt pulmones Ventorum? Quis motor, quo motu Oceani æſtus facit & æſtuum varietates? Quæ corporum varietas varietatem efficit Odorum & Saporum? L[illegible] in oculo idem efficiunt, cur in cæteris Organis diverſiſſima operantur? Lumen quid eſt? à quo & quo motu generatur, frangitur, & flectitur? Pharmaca quo motu operantur? Qua Gorgone [illegible] res non paucæ lapideſcunt? Denique Vita quid eſt & quomodo generata?

B. De his rebus nondum ſtatuerunt. Nec ita diu eſt quod de Natura quærere incepimus ut tantos proceſſus expectare debeas. [illegible] eſt quod doctrinam de Vacuo, & de natura & pondere Aëris [illegible] patefecimus, & brevi, ſpero, perfectam daturi ſumus, nimirum, [illegible] quam Experimenta noſtra in altiſſimo illo monte fecerimus q[illegible] in Inſula Teneriffa?

A. Bene eſt. Expectemus partum montis. Ego interea P[illegible] tentus Hobbiana, Naturam & varietatem Motus contemplabor. [illegible] Politicæ ejuſdem & Ethicæ regulis ad vivendum utar.

B. Recte quidem de Politica. Eſt enim illa (ut Phyſica noſtra) Experimentalis; Nam vicennii proxime ſuperioris experientia [illegible] confirmata eſt. Quid autem, Quadraturam Circuli quam ille [illegible] num edidit, unà cum diviſione Anguli, & iis quæ adjunxit de Cyclo-

&c,

[illegible] de Centro Gravitatis semicirculi, &c. etiamne illa approbas?

A. Quid ni? Cum causam dissentiendi omnibus esse videam unum [illegible] errorem. Quod linearum rectarum numerum multiplicare per numerum rectarum, perinde habent ac multiplicare per numerum simpliciter, ut manifestius apparebit in sequentibus. Transmissa est huc nuperrime e Gallia (Authore Anonymo) Gallice scripta duplicatio Cubi [illegible] (ut mihi videbatur, cui Exemplar à Bibliopola traditum est) haud bene demonstrata. Fuere autem quibus aliter visum est. Vidi enim [illegible] refutationes.

B. Duplicationem Cubi demonstratamne esse dicis? Videam quæso.

A. Ex ipsa videbis refutatione quæ sequitur.

Summa dictorum in pseudodiplasiasmo Cubi nupero (rescissis quæ tum in lemmate, tum in constructionibus sunt superflua) hæc est.

[illegible] AD recta continuetur ad V, ut sit DV semissi rectæ AD æqualis. Centro A, distantia AD, scribatur DO Circuli quadrans, bisectus in Q; & QS rectæ AD perpendicularis. Bisecta vero SD in T, Centro T, ducatur per V Circulus VXYZ. Circulo occurrat DX (rectæ AD perpendicularis) in X, AD in Y; & QS in Z.

[illegible] rectas DY,.DX, medias esse proportionales inter DA & DV. Quod sic conatur demonstrare.

Ductis rectis VX, XY, erit angulus VXY in semicirculo rectus; ideoque XT & continuata (propter bisectam SD in T) occurret circulo in Z. Adeoque ducta YZ, erit angulus XYZ in semicirculo rectus, ideoque YZ rectæ XV parallela.

Producatur XD ad P, ut sit DP rectæ AD æqualis. Si itaque YZ producta rectæ PD occurrat in puncto P, erunt (propter similia Triangula PDY, YDX, XDV) rectæ DP, DY, DX, DV continue proportionales. Et consequenter (propter Cubos in ratione laterum triplicata) Cubus lateris DY subduplus Cubi lateris DP sive DA. Atque hactenus recte.

[illegible] autem YZ continuatam puncto P occurrere, probare (fru- [illegible].

Juncta PV, & bisecta in *a*, ducatur *ab* rectæ DY parallela, rectæ DP occurrens in *c*. Rectæque *ab* perpendicularis T*d*. Bisecta vero [illegible] centro *g*, ducatur per *a* semicirculus *abb* rectæ DP occurrens in *b*, rectæque *ab* in *b*. Ideoque propter *ca* æqualem semissi [illegible], *cg* semissi TD, erit *ab* semissi YV æqualis. Adeoque [illegible] & continuata occurret puncto Y. Ductisque *bb*, *ba* rectis, erit

erit angulus *bha* rectus, ipſæque *bh*, *ha* ſemiſſibus rectarum YX, XV, æquales & parallelæ.

Quæ quidem vera ſunt. Sed non item & ſequentia, neque,

Biſecta itaque YX in *s*, junctaque *sh*; erit Y*shb* rectangulum, & Y*b* rectæ XV parallela. Sed & YZ eidem XV parallela eſt. Ergo & YZ (ſicut ipſa Y*b*) producta occurret puncto P.

Hæc ille. Sed male. Sequitur utique ex prædictis Y*shb* Parallelogrammum eſſe, ſed non item rectangulum (adeoque nec Y*b* rectæ XV parallelam.) Non enim (quod ipſi fraudi fuit, quia *bha* angulum rectum eſſe oſtenderat ideo *bhs* rectum eſſe ſequitur; niſi ſimul demonſtrarat rectam *ab* continuatam, ad punctum *s* pertingere.

B. Mirandum ſane eſt, quemquam eſſe qui cum Demonſtrationem tam facilem & perſpicuam non intellexerit, de Quæſitis tamen in Geometria nobiliſſimis, præſertim hominibus (ut putabat) exteris auderet reſpondere. Confitetur Y*shb* eſſe Parallelogrammum, neque eſſe Rectangulum. Quis enim non videt (completo Circulo *abhk*) dictam *hg* & productam ad circumferentiam in *k* æqualem eſſe & parallelam TZ; & P*b*, *a*T eſſe æquales, & per conſequens *ab* productam tranſire per centrum T, & proinde ſecare XY bifariam & ad angulos rectos in *s*?

A. Atqui Refutator tantum abeſſe, ait, ut eo argumento quicquam de mediis proportionalibus concludatur, ut quantacunque ſumatur DV (ſive ipſi AD æqualis, ſive major, ſive minor) eadem demonſtratione non minus concludatur eaſdem DX, DY medias eſſe proportionales inter eandem DV atque hanc DP quamlibet.

B. Fieri non poteſt quin is qui ita temere (abſque demonſtratione) pronuntiare auſus ſit, nec demonſtrationem ita perſpicuam capere potuerit, non modo arte ſed etiam intellectu deſtitutus fuerit.

A. Ita tamen fuit ingenioſus, ut Epiſtolas miſſas à Rege (aliiſque qui bello civili à Rege ſtabant) ſcriptas ſcriptura occulta, ſed interceptas, interpretatus ſit, ſive (ut loquuntur) Decyphraverit.

B. Intelligo quem dicis.

A. Conatur præterea demonſtrare quod non modo non demonſtrata, ſed etiam falſa ſit; hoc modo.

B. Nil refert quo modo. Quicquid enim cum demonſtrato non convenit, non refutatio eſt ſed refutatum.

A. Legamus tamen.

Ponamus DV----1. adeoque DA vel DP----2. Cum itaque ſint ejuſdem Circuli, tum AD radius, tum AS ſinus graduum 30:

erit

erit A S----√2; & S D----2--√2; & T D----1-½√2. Adeoque [illegible] --2--½√2; & D Y----3--√2; & D X----√: 3--√2. Ideoque [illegible] D V, D X, D Y quarta proportionalis (quam quidem [illegible] Y Z recta ad rectam D P continuata) erit 3--√2 in √ [illegible]--√2, hoc est 1997 fere; minor quam D P----2. Adeoque Y Z producta occurret rectæ D P, non quidem in puncto P, sed in puncto aliquo inter P & D. Et consequenter, cum sit X Y [illegible] angulus rectus, erit X Y P recto major. Verum itaque [illegible], vel rectam Y Z continuatam, ad punctum P pertingere; vel P Y X aut *b b i* angulum rectum esse; vel *b i* eandem esse [illegible] *a b* continuatam, aut rectæ V X parallelam; vel [illegible] rectis D X, D Y medias esse proportionales inter D V, & D P rectæ D A æqualem. Quod demonstrandum suscepi.

[illegible] contra demonstrationem hanc adduci posse putas?

[illegible] Satis video D Y æqualem esse 3--√2. Itaque cum D V sit 1, D X erit √: 3--√2. Quare √: 3--√2 ducta in 3--√2 erit tribus D V, D X, D Y quarta proportionalis. Quare autem quarta illa sit 1997 [illegible] intelligo.

A. Neque ego. Tribus ergo illis proportionalibus quæremus quartam [illegible] D A 1000. Eritque A C √ 2000000----1414; & semissis ejus A S---707; à quo detractus semiradius relinquit 207; & [illegible] D A relinquit 792 pro D Y. Nam H S, A Y sunt [illegible]. Quare 792----3--√2 Radix 792 est æqualis 28 fere. Itaque [illegible] a 28 in 792 est quartus proportionalis, quam ille facit [illegible], id est minorem quam 1000; cum sit plus quam duode[illegible]. Præterea cum dixisset D X esse √: 3--√2, & D Y----3 --√2, [illegible] D X esse radicem D Y, Quomodo non vidit eadem ra[illegible] D V debere esse radicem quartæ proportionalis? & proinde [illegible] multiplicatum in se (non in D X) esse quartam? & D V, id [illegible] multiplicatum in se facere D X, & sic 1 in 1 æqualem esse [illegible] sive D Y.

[illegible] est quod in hoc tam brevi calculo illi fraudi esse potuit?

[illegible], quod etsi symbolicus esset satis, parum tamen erat [illegible].

[illegible] quærebam, sed erroris fontem qui est in ipso calculo.

[illegible] est quam quod putavit D X æqualem esse √: 3--√2.

[illegible] D X est media proportionalis inter D V & D Y, id est [illegible] & 3--√2? Factus ergo ex 1 in 3--√2, id est 3--√2 (nam 1 multiplicans [illegible] mutat) æqualis est quadrato à D X, & ipsa D X æqualis [illegible] 3--√2.

A. Sic

A. Sic certe computavit Refutator, sed male. Q[illegible] 3-- √2 multiplicatus in *unum* simpliciter, faciat 3-- √2 [illegible] multiplicatus tamen in *unam lineam*, nimirum in D V, facit re[illegible] sub D V & D Y. Rectangulum autem sub D V & D Y non potest æquale esse suo lateri D Y. Vides ergo errorem hunc t[illegible]tum ex eo [illegible] tum esse quod computaverit pro recta linea rectangulum.

B. Certissime, & causa erroris fuit, ut dixisti, [illegible].

A. Altera Refutatio cujus sit nescio; sed valde pro[illegible] & melioris Algebristæ quam est *Wallisius*.

Ponatur (*inquit*) A B, sive A D----2.
Erit D F, sive D V----1 : ergo A V----3.
B R sive A S---- √2.
Ergo S V, sive Y D----3-- √2.
Cubus A D——————————8.
Cubus D Y----45-- √ 1682----4 fere.
Nam 45-- √ 1681----4.
Est ergo D Y paulo minor majore mediarum inter A B[illegible],
& D V----D F.

B. Sed quomodo demonstrat Quod Cubus à D Y æqu[illegible] tracta radice numeri 1682.

A. Ex eo quo D Y est æqualis 3-- √ 2, qui multiplicatus in [illegible], & rursus in productum facit 45-- √ 1682

B. E[illegible]be formam operationis.

A. Ellam. Sed ut eam examinare po[illegible] oportet duarum regularum, Alteram Multiplicationis, quæ hæc est: *[illegible] æqualis [illegible].* Alteram Additionis, quæ est hæc: *[illegible]*. Quas regulas jamdudum tibi demonstravi.

3——— √ 2
3——— √ 2
—√ 18 [illegible] 2
9—√ 18
9— √ [illegible]
1—√ 2
√ 162 [illegible]—√8
27-- √ 64[illegible] 6
27-- √ 162-- √ [illegible]

B. Et memini quidem. Sed cur ponis √ 72 pro 2 √ 18?

A. Quia Radix numeri quadrupli dupla est Radicis numeri simpl[illegible].

B. Cur pro facto ex √ 2 in √ 72 ponis 12?

A. Quia √ 2 in √ 72 facit √ 144, id est 12.

B. Ostende jam totum productum æqualem esse 45-- √ 1682, [illegible]

(Quia

(quia video numeros affirmatos 27. 12. 6. esse 45) ostende numeros negatos, nempe, $\sqrt{162}$. $\sqrt{648}$. $\sqrt{8}$. simul additos esse $\sqrt{1682}$.

A. 648 in 162 facit 104976. hujus Radix duplicata est —— 648
Summa conflata ex 648 & 162 est —————————— 810
Ergo $\sqrt{648} + \sqrt{162}$ est —————————— $\sqrt{1458}$
Rursus $\sqrt{1458}$ in 8 est 11664. hujus Radix duplicata est —— 216
1458 + 8 est —————————— 1466
Radix summæ est —————————— $\sqrt{1682}$

B. Possumus idem aliter computare sic:

Cubus à 3 --- $\sqrt{2}$ æqualis est Cubo à 3 (id est 27) minus tria quadrata à 3 in $\sqrt{2}$ (id est $\sqrt{1458}$ --- $38\frac{2}{11}$) plus tribus quadratis à $\sqrt{2}$, in 3 (id est 18) minus Cubo à $\sqrt{2}$ (id est -- 2.) Quantitates affirmatæ sunt 27 & 18, id est 45. Negatæ sunt $38\frac{2}{11}$, & 2. Itaque Cubus à 3--- $\sqrt{2}$ est 45---$40\frac{2}{11}$, id est multo minor quam 45--- $\sqrt{1682}$.

A. Vides ut non consentiant inter se calculi Arithmetici, utque faciunt 2 qui est Cubus, æqualem lateri cujusdam quadrati, quod est æquale 8.

B. Hi duo calculi quamquam facti secundum regulas Algebræ, non tamen consentiunt, neque inter se, neque cum calculo Geometrico. Certissimum enim est D Y esse mediarum inter A D & D V maximam; & proinde cubum à D Y esse 4. Problematum ergo Geometricorum examinatio per Algebram plerumque inepta est. Itaque nec *Scaligerum Clavius*, nec *Hobbium Wallius* circa Circuli Quadraturam legitime refutavit. Sed calculus Arithmeticus cum à Geometrico differat, cur tantillum differt, nimirum quanta est differentia inter $\sqrt{1681}$ & $\sqrt{1682}$?

A. Quia qui lineas consideratas sine latitudine multiplicat, non facit Planum, sed numerum linearum. At ille qui lineam rectam in lineam rectam ducit, numerum linearum non facit, sed Superficiem Planam. Inde enim necessario accidit, ut in lateribus Planorum, puncta quæ sunt in angulis communia duarum rectarum bis numerentur, & in lateribus Cuborum ter.

B. Intelligo jam non modo quod duplicatus sit Cubus, Ratio perimetri Circuli ad Radium inventa, vera Cyclois descripta, Centrum Gravitatis semicirculi repertum, Angulus in data ratione divisus, Lineæ Parabolæ vel cujuscunque Paraboloidis curvæ æqualis inventa recta; sed etiam cur ante hoc tempus inventæ non sunt, nempe, quod perinde habitum sit multiplicare Res per Numerum simpliciter, & per Numerum Rerum earundem.

A. Si recta *a i* producatur donec secet Diagonalem D B, puta in *l*, erit D *l* Diagonalis Quadrati, cujus latus est media Arithmetica inter D Y & D X. Id enim sequitur necessario, si modo D Y, D X, mediæ sint proportionales inter A D & A V.

 B. Ne-

B. Neceſſitatem illam nondum percipio.

A. Niſi ita eſſe meditando invenias ipſe, demonſtrabo ego; ſed alio tempore.

B. Sed antequam diſcedamus dic mihi an ex illis literis V. A. Q. R. Authorem noſti Problematis?

A. Literæ illæ initiales ſunt horum Verborum *Vn autre que Roberval.*

B. Diſcedo jam multo, ut mihi videor, quam ante certior; & quæ dixiſti omnia teneo & probo, niſi quod cauſam quare Suctor retractus, & deinde manu elapſus, ad ſummitatem Cylindri velociter aſcendat, recognoſcens recte aſſignatam eſſe non putem. Nam incredibile eſt in motu particularum (quas ſupponis) terrearum, tantam ineſſe vim, ut id efficere poſſit. Quod autem aërem qui incuſſus fuerat expelli inde infers, ego contra, ideo Suctorem ſubito aſcendere exiſtimo, quia (retractione ceſſante) aër qui impulſus magna vi fuerat, eadem vi inter Suctoris ſuperficiem convexam & Cylindri concavam expellitur, & proinde (ſuppoſita plenitudine mundi) aër externus ad locum ſuum reſtitutus, ſimul Suctorem reſtituit ad locum unde retractus ante fuerat.

A. Idem cenſeo. Erravi; & errorem meum recte correxiſti.

F I N I S.

PROBLEMATA
PHYSICA.

AD REGEM.

FEro ad te (Potentissime, Serenissime, Optime Rex) humillimeque offero Problemata quædam mea circa Naturæ Phænomena (non modo illa quæ ab omnibus observari solent, sed etiam illa alia quæ ab hominibus ingeniosis, per artem & machinas nuperrimè exhibita sunt) meditationum mearum Physicarum partem maximam & probabilissimam.

Redegi autem ea, ordinis causa, ad Capita septem. 1. De Gravitate. 2. De Æstibus marinis. 3. De Vacuo. 4. De Calore. 5. De Duro & Molli. 6. De Tempestatibus Aëris. 7. De diversis Motuum generibus. Quibus adjecta est Duplicatio Cubi.

Principia Physica, non (ut Definitiones & Axiomata in Mathematica) certissima sunt, sed tantùm Supposita. Effectus enim Naturæ idem quin à Deo Naturæ conditore multis modis produci potuerit, nihil prohibet.

Quoniam autem quicquid producitur, per Motum producitur; Is qui Suppositis motibus quibusdam possibilibus, illis usus Demonstrandi Principiis, propositi Phænomeni necessitatem rectè intulerit, is (inquam) tantum fecit quantum ab Humana Ratione expectari debet.

Neque illud parvum est. Etsi enim rem ita revera generatam esse non probet, ita tamen generari posse quoties Materia simul & Motus in nostra potestate sunt, satis probat. Id quod humanis rebus non minus Utile est, quam si cognitæ essent ipsæ causæ Naturales.

Naturæ autem contemplatio, etiam sine illis severis Demonstrationis legibus, modo verbis (qualia in scriptoribus Physicæ non rarò reperiuntur) inanibus & ineptis, non turbetur, omnium animi operum nobilissimum est, illis Saltem

quibus otium est à studio rerum communi vitæ necessariarum.

Quod à me in hoc libello effectum est, munus esse scio tanto Rege indignum. Attamen si spectetur (quo modo Oblationes spectare solet Deus) unà cum Animo & Re offerentis non ingratum fore sperare debeo.

Verum ut hæc ad tuam Majestatem ferrem, multæ me impulerunt causæ. Prima, quod cognoscenda essent à judice cujus esset Intellectus optimus, & Ratio neutrius partis studio inflexa, nec verbis (significantibus quidem nihil, sed qualia difficultatibus pressi, ne nihil dicerent, undecunque arripiunt) perturbata. Deinde quem studium Naturæ delectat. Præterea, qui experimenta de quibus hic disseritur ipse nosti. Et denique cujus Iudicio, si placent, à contradicentium contemptu & maledictis possim protegi.

Restat ut more Offerentium adjungam Oblationi preculam, nempe ut lectione dignari velis brevem quæ sequitur Apologiam pro Libro meo, quem de Republica, sermone patrio scriptum appellavi Leviathan. Non tamen ut Apologiæ qualicunque, sed Amnestiæ generali confidere consilium mihi sit. Nec ut me, non modo venia, sed etiam gratia tua jam utentem, & beneficio tuo gratissimo ornatum, apud Majestatem tuam purgare necesse habeam, sed ut (eorum causa qui malevolis meis temerè credentes aliter de me quam æquum est sentiunt) sententiam meam duriusculam publicè possim aliquantulum emollire.

Primò, dogma ibi, quod Theologorum sententiæ communi contrarium sit, nullum directè affirmo, sed ut diffisus, illorum decretis disertis verbis submitto quorum est in Ecclesia regenda summa Authoritas. Deinde postquam Ecclesiæ Authoritas restituta esset (nam dum hæc scribebam, Ecclesiæ Anglicanæ regimen nullum erat, sed unusquisque quicquid voluit liberè scripsit ediditque) neque scripto neque colloquio, illa unquam defendi.

Præterea, nihil scripsi contra Episcopatum, neque contra Episco-

Episcopum quemquam Protestantem. Quam ergo causam habeat Episcoporum nostrorum quisquam de me loquendi tanquam de Atheo, planè nescio. Nonnulli tamen eorum, ut audio, id faciunt, atque etiám illam à clementia tua profectam Amnestíam, qua & ipsi usi sunt mihi invidentes, illius Libri memoriam cum dedecore meo in concione etiam coram te ipso, contra charitatem Christianam, refricant.

Quoniam autem plerisque eorum displicuit etiam liber meus de Cive, in quo dogmata illa quibus offenduntur, non apparent, fieri potest ut ægrè ferant quod Ecclesiæ Authoritatem dependere faciam à Potestate Regia; id quod credo non videbitur Majestati tuæ Atheismus, neque Hæresis; cum Ecclesia Anglicana nihil aliud sit quam populus tuus.

Sed quid tu (objiciet aliquis) omnino hæc tractas, cum Religio non Philosophiæ pars sit, sed Legis? Rectè quidem hoc, siquidem qui sic objiciunt sic sentirent.

Sed mea hæc illo tempore scribebantur, quo Regnum Christi summis sceleribus prætendebatur. Iurè ergo hypocrisim sceleratorum hominum indignatus, Scripturæ Sacræ de Regno Dei quid dicerent, quantum potui penitissimè scrutari statui.

Tantæ igitur calumniæ causa in libris meis nulla est. Vitam meam nemo (puto) accusabit. Qualis autem eram in ipso mortis penè articulo, testem cito Reverendissimum virum Episcopum Dunelmenensem. Quæ cum ita sint Lectores meos monitos hic vellem ne malevolorum conviciis temerè credentes aliter de me quam æquum est sentire velint; nec vitio vertant, si contra hostes tuos pugnans & quæcunque potui tela corripiens, gladio uno usus sum ancipite.

Majestatis Tuæ (post Deum) Sanctissimæ fidelissimus subditus

THOMAS HOBBES.

INDEX CAPITVM.

PRO-

PROBLEMATA PHYSICA.

CAP. I.

Problemata de Gravitate.

A. QVamnam putas esse posse causam, quod lapides aliaque corpora terrestria in altum projecta, sive evecta, & dein demissa, ad terram rursus descendunt, idque (quantum scimus) sua sponte? Credere (cum Philosophis antiquis) quod terram ament vel appetant, non possum, neque quod per contumaciam aliquam, desinentes progredi manere tamen nolint, cum tota tellus fluctuari in Aëre non dedignetur. Veruntamen in Aëre nihil neque video, neque imaginari possum quod illa dejiciat.

B. Causam Gravitatis in Appetitu collocare, insanum est. Homines enim, sicut cætera corpora gravia, ab alto necessariò nisi sustineantur cadunt, & casu (quod tamen minimè appetunt) aliquando pereunt. Necesse ergo est, ut Gravia, postquam motus quo projiciuntur extinctus sit, aut maneant, aut ab Aëre moto ad Terram referantur. Nam corpus omne quod quiescit, novi motus initium sibi ipsi dare non potest. Probabilius ergo nihil est quàm quod motus aliquis ipsi Telluri insit, (quem homines propterea quod Terræ insistunt percipere non possunt) quo Aërem facilius à se rejicit quam cætera corpora. Hoc enim supposito, & præterea quod locus corpore vacuus nullus sit, necessitas descensionis aliorum corporum facile demonstrari potest. Nam rejecto Aëre necesse est (in mundo pleno) ut in rejecti locum ea succedant quæ difficilius rejiciuntur.

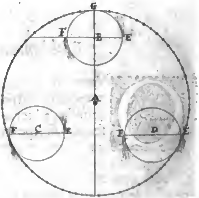
A. Verum supposito (in præsentia) Vacuum non esse, (nam quæstionem illam in aliud tempus differam) qui fieri potest, ut Terra Aërem aut aliam rem quamcunque à se projiciat?

B. Ostendam tibi, idque exemplo nimis familiari. Si utraque manu pelvem tenens, in qua sit paulum aquæ, illam circumagas, sed intra spatium quantum potes minimum, videbis aquam per latera pelvis assurgere & exilire. Ex quo manifestum est, motum esse quendam, per quem id quod sic movetur corpora sibi contigua & fluida à se rejicit.

A. Talem motum esse certò scio. Ejus enim generis est motus ille quo

quo agricola cribrum circumagit ut frumentum cribrando purget. Nam quæ granis frumenti corpora Heterogenea sunt, ad medium cribri coguntur, grana autem frumenti ad latera rejiciuntur. Sed Figuram motûs quem dicis applicatam videamus ad Terram, ut motum illum in convexo Sphæræ, non in pelve concava consideremus.

B. Sit circulus punctim descriptus cujus centrum A. Intra hunc sint tres circuli minores B, C, D, qui circuli Tellurem repræsentent procedentem à B ad C, & à C ad D, semper tangentem circulum illum punctis designatum cujus centrum est A, semperque Aërem (notatum per E & F) projicientem. Supposito jam quod mundus non esset plenus, sequeretur propter Aëris dispersionem, ut multa loca essent Vacua. Sed mundo pleno, hoc tantum sequitur, ut partes Aëris inter se omnes loca mutent.



A. Sed quid est quod lapidem descendere cogit, puta, à puncto G?

B. Si Aër projiciatur omnis ultra G. undequaque, sequitur necessariò, ut lapis tandem veniat ad Terram; Supposito, inquam, mundo pleno.

A. Quare autem fit descensus crescente semper Velocitate?

B. Quia dum descendit novam accipit impressionem, ab eadem causa continuata, nempe ab Aëre, cujus ut una pars ascendit, alia, mundo pleno, descendit lapidem impellens.

A. Quod si pars Aëris descendens lapidem pellat deorsum, eadem ratione pars Aëris ascendens eundem sursum pulsura est, itaque lapis nec descenderet nec ascenderet, sed maneret ubicunque.

B. Ab ascensu & descensu partium Aëris se mutuo prementium non fit quies, sed excursio ad latera, quemadmodum duo corpora mollia compressa expandunt se ad compressionem; unde efficitur ut per motum partium Aëris verus motus Aëris tendat versus polos, & propterea in omni parte subsidat, & dum pars superior lapidem depellit, inferior cedit. Nam ex ipsa figura manifestum est, Quod motus Telluris intra circulum punctis designatum, partim progressivus est, nempe, pro magnitudine diametri per A, & partim circularis, quia omnia ejus puncta describunt circellos inter se æquales. Quoniam autem in omni puncto Aëris, cadenti

lapi-

lapidi nova contingit impreſſio, novum etiam ubique accidet incrementum Velocitatis.

A. Ita certe videtur. Nam acceleratio temporibus æqualibus ſemper eſt æqualis. Ita ut ſpatia percurſa (ſi incipiant à quiete) ſint in duplicata ratione temporum ubicunque ſumpta, ut oſtenſum eſt à Galileo. Video autem hinc Phænomeni cujusdam ſolutionem quam antè videre non potui. Scis duo pendula longitudine æqualia, ſi à perpendiculo per angulos æquales ſimul removeantur, itiones & reditiones ſimul facere. Et quamquam arcus quos motu ſuo deſcribunt, continuò decreſcant, tempus tamen in quo majores arcus deſcribuntur, tempori in quo deſcribuntur minores, eſt æquale.

B. Ita eſt. Vidiſtin' unquam experimentum in quo illud verum non erat?

A. Etiam. Nam ſi pendulorum alterum à perpendiculo dimoveas (exempli cauſa) per angulum 80 graduum, alterum per angulum 60 graduum, tunc itiones & reditiones non ſimul fient.

B. Sed inferri hinc non poteſt, quod tempora inæqualia erunt quando anguli ſunt æquales.

A. Sed quando anguli ſunt inæquales, unde accidit inæqualitas temporum?

B. Ab ipſa inæqualitate angulorum. Nam arcus quos faciunt ſunt ſpatia quæ percurruntur, in quibus pendulum quod à majore altitudine deſcendit, velocius movetur quam quod à minore.

A. Quæ hactenus dixiſti, facile credo, ab omnibus recipientur, niſi quod Telluris cum pelve & cribro comparatio ipſa, Phantaſiæ potius ſoboles quam Rationis eſſe videri poſſit. Nonne ſatis eſt quod Telluri, quam quieſcere exiſtimabant veteres, dedimus jampridem motum ſuper centrum ſuum propter Diem, deinde motum in Ecliptica propter Annum, ut dandus ſit illi etiam novus hic motus neque rectus, neque propriè loquendo circularis?

B. Non hoc videri tibi novum debet, qui ſcis quod corpus omne tot motus ſimul habet, quot ſunt extra ipſum Corpora Agentia, veruntamen in unum motum compoſitos. Nam etſi multarum partium corporis unius multi ſint motus, totius tamen unus eſt motus. Nonne qui navigat movetur ſimul cum nave, & interea quaqua verſum ſuper tabulata ambulat, manibus variè jactatis, ſanguine per venas, ſpiritibus per nervos diſcurrentibus, pulmonibus dum ſpirat, lingua & labris dum loquitur inquietis? Multiplex ergo Telluris motus res tibi nova eſſe non poteſt. Quod autem attinet ad ipſum hunc motum quem cum motu pelvis vel cribri comparo, quamquam familiaritate deſpicabilis ſit, non tamen ob eam rem negan-

dum est quin tali motu Natura uti possit. Illi vero qui Suppositionem hanc aspernantur (cum ascensus & descensus sint motus, & nihil possit initium motus cujuscunque dare sibi ipsi, & per consequens causa Gravitatis sit necessariò motus aliquis) illi inquam motum alium assignare debent, & causam descensionis Gravium inde demonstrare. Id quod nemo hactenus fecit. Cæterum cum multa alia Phænomena præter Gravitatem, per hunc motum explicaverim, humilitatem exempli (credo) non contemnes. Siquidem autem vera Gravitatis causa fortuito tibi ostenderetur, non dubito quin non minus videretur tibi Phantastica ea quam hic assignavi.

A. Sed ad quas cœli partes spectare supponis motus istius tui Polos?

B. Suppono eos eosdem esse cum Polis Eclipticæ. Quoniam enim Terræ Axis per omnem motum annuum semper est sibi ipsi parallelus, necessarium est tali parallelismo conservando, ut Poli motus hujus, & motus annui sint iidem, quantum saltem judicare sensus potest. Circulus enim quem punctis notavi, & intra quem moveri Terram suppono, magnitudinem, respectu Solis, habet insensibilem; nam suppono hoc quoque.

A. Etsi satis intelligam quo modo Gravia deorsum, idque velociter in medio loco inter Polos motus hujus, id est, sub Eclipticam dejiciantur, non tamen satis capio quomodo idem fieri possit sub Eclipticæ Polos. Dicturus enim puto non es, quod lapis descendit velociùs inter Tropicos quam prope Polos Eclipticæ.

B. Non multò quidem velociùs. Potes autem animadvertisse, quod flocci Nivis quo propiùs acceditur ad Polos, eo majores sunt; id quod signum non minimum est, quod cadunt à loco sublimiore apud nos quam in partibus Polo Arctico propinquioribus, & ob eam causam in minores partes cadendo dividuntur, more aquæ ob alta rupe perpendiculariter decidentis. Sed utcunque id sit, videre potes ex ipsa figura quod motus rejecti Aëris in E & F, non est ad Terram perpendicularis, sed tendit partim quidem in altum, partim vero versus Polos; & propterea etiam sub ipsos Polos, non multò tardius movetur quam inter Tropicos. Præterea motum hunc suppono non modo in Terra, sed etiam in Sole, & Luna, & reliquis stellis tam fixis quam errantibus, quorum motuum compositione, motus Aëris à medio mundi versus Polos augeri aliquantum necesse est.

A. Verisimile est.

B. In reddendis causis Naturalibus ultra Verisimile ire hominibus non conceditur. Veruntamen meliora hæc sunt quam ut aut causam descensionis Gravium dicamus esse Gravitatem, ubi quæritur causa Gravitatis, aut quod Gravia à Terra attrahuntur, cum quæritur quomodo attrahuntur, quibus nimirum uncis, quibus funibus.

A. Vellem etiam hoc scire, cur Terra facilius hoc motu Aërem rejicit quam alia corpora.

B. Glo-

B. Globus Telluris totus cum ſit Aëri undequaque contiguus, nihil rejicere Aëre priùs poteſt. Rejectus ſimul Aërem proximum facilius movet quam aliud corpus, qualecunque illud in Aëre eſſe contigerit; propterea quod ſimilia corpora ſimiles motus facillimè recipiunt; quemadmodum accidere videmus in Chordis duarum lyrarum ſimiliter tenſis, ubi pulſatâ unâ, concutitur alia ſimiliter tenſa, etſi non proxima. Præter Aërem autem corpus nullum eſt, quod motum non habeat aliquem, quamquam inviſibilem, partium ſuarum internum, quo natura ejus ſive Species ab omnium aliorum corporum naturis & Speciebus diſtinguitur & dignoſcitur.

A. Quæ cauſa eſt quod Gravia quædam corpora, ut lignea, ſed cava & repleta pulvere nitrato aliquantulum humectato (quamquam lignum, & pulvis ille, & humor, omnia ſint gravia) aſcendunt tamen ſimul atque pulvis accenſus ſit?

B. Eadem quæ ſuſtentat hominem natantem in flumine. Nam homo ſuſtentat ſe, aquam pedibus repellendo. Ignita ſe allevant repellendo Aërem flammâ.

A. Vas æneum, vel ex alia materia gravi, natabit, ſi ſit ſupernè concava. Quam ob cauſam?

B. Ita quidem ſi ſit ſatis concava, ut quantum opus ſit capiat Aëris. In cauſa autem eſt, quod tantum illi ineſt Aëris, ut totum ſimul vas & Aër facilius à terra rejici poſſit quam moles aquæ ambobus æqualis.

A. Vnde fit ut piſcis (maximè vero qui valdè latus tenuiſque ſit, ut Paſſer & Rhombus) in fundo maris tanto aquæ pondere incumbentis oppreſſus non pereat?

B. Quia gravia omnia tendunt ad Globi Terreſtris centrum. Nam à deſcenſu partium gravis fluidi eodem tempore omnium verſus unum punctum, neceſſariò oritur ubique concameratio talis ut pars ſuperior inferiorem premere non poſſit.

A. Concameratio ſimilis cur non in Aëre quoque eſt?

B. Eſt.

A. Quomodo ergo (id quod à Philoſophis quibuſdam è ſocietate Greshamenſi ſcribitur) Aër inferior à ſuperiore Gravitante comprimitur, unde oriri ſcribit Aëris quandam vim Elaſticam? An Aër prope Terram impurus, per commiſtas illi particulas dicetur Gravitare?

B. Quid ſi aquæ Oceani permiſti eſſent pulviſculi terræ, an ideo piſces in ea aqua opprimerentur?

A. Minimè quidem, dum pulvis ille (etſi plumbeus) ab aqua ſuſtentatus fluitat.

B. Sed fluitant quæ ſunt in Aëre ſive Atmoſphæra Atomi terreæ.

Itaque qui ſic ſcripſerunt, non ſatis rei naturam contemplati ſunt.

A. Tua hæc ſive vera ſive falſa, ſpeciem veri certè habent. Et quoniam nemo cauſam Gravitatis ullam hactenus aſſignavit præter ipſam Gravitatem, tuis in præſentia acquieſcam.

CAP. II.

Problemata de Æſtibus Marinis.

A. QVæ cauſa eſt quod ad idem littus Affluat, & inde rurſus Refluat Oceanus bis in die Naturali?

B. Redeundum eſt ad Pelvem; in qua vidiſti modo, ut per latera ejus, cum moveretur, aqua circumibat ſimul & aſcendebat. Cogita nunc quid eveniret ſi à labris ſummis Pelvis per fundum tranſiens, affixus eſſet obex qui circumeuntis aquæ curſum impediret. Nonne aqua cum in illum obicem impingeret, reverteretur ſubſidens gradatim? Nonne & idem contingeret etiam ad alteram partem obicis, quanquam non eodem tempore? Quod cum fiat, neceſſarium eſt ut in omni motus aquæ periodo, aqua elevetur & ſubſidat ad idem latus.

A. Sed quem in Oceano obicem vides ſimilem illi quem in Pelve ſtatuis?

B. Situm Oceani magni noſti ex Tabulis Geographicis, ut inter Orientem & Occidentem extendatur; primò ab India ad partem Auſtralem Americæ; deinde ex altera parte Americæ ad Indiam. Itaque ſi Terra motum habeat qualem ſuppoſui, naſcetur inde curſus aquarum Oceani ab India verſus fretum Magellanicum; quod fretum molem tantam capere non poteſt. Itaque obex qui curſum Oceani impedit, & per litora aſſurgere & reſidere facit, eſt pars illa Americæ Auſtralis quæ Magellanico freto adjacet. Quod autem de litore Americæ obverſo ad Orientem dixi, intelligendum etiam eſt de litore averſo. Surgens autem ad litora Americæ Auſtralis Oceanus, cauſa eſt æſtuum maris Atlantici, & marium omnium quæ ab illo in Septentrionem continuata ſunt; niſi quod partim augeantur etiam à mari magno Auſtrali per fretum Anian inter Aſiam & Americam in maria Septentrionalia influente. Quod autem mare unoquoque die ad eundem locum bis repleatur, argumenti loco mihi eſt, quod periodus motus quem in terra ſuppoſui, uno die naturali bis compleatur fere.

A. Sed nonne etiam mare Mediterraneum extenditur ab Oriente in Occidentem? Cur non etiam in illo ſimiles fiunt æſtus?

B. Fiunt, ſed (pro longitudine, & aquæ quantitate) minores.

A. Genoæ, & Anconæ æſtus nulli ſunt, vel ſaltem inſenſibiles.

B. Ve-

B. Venetiis autem, & ad litora Palæſtinæ valde ſenſibiles ſunt. Cæterum propter curſum ſecundum longitudinem maris Mediterranei & Sinus Adriatici, minus aſſurgit aqua in litoribus à quibus minimè impeditur.

A. Quomodo autem his rebus ita ſe immiſcet Luna, ut in Noviluniis & Pleniluniis æſtus marini ubique inſigniter augeantur?

B. Motum quem in Tellure ſuppoſui, ſuppono quoque in Sole, & Luna, & cæteris ſtellis omnibus. Quod autem attinet ad motum hunc quatenus in Sole & Luna conſideratur, Polos ejus eosdem eſſe ſuppono cum Polis circuli Æquinoctialis. Quo ſuppoſito, ſequitur (quoniam Sol, Luna & Terra in omnibus Noviluniis & Pleniluniis ſunt in eadem (ferè) recta linea) ut motus hic Terræ velocior fiat in Noviluniis & Pleniluniis quam in Quadrantibus. Nam motus hic Solis & Lunæ communicatus Terræ, motum illius ſimilem neceſſario auget, maximè tamen cum ſunt in eadem linea recta; id quod contingit in Noviluniis & Pleniluniis ſolis.

A. Quænam autem cauſa eſt, quod bis in anno (nimirum in Æquinoctiis) æſtus fiunt omnium multo maximi?

B. Cæteris Anni temporibus (quia Terra non eſt in plano circuli Æquinoctialis cæleſtis) motus Terræ ille quem facere æſtum ſuppoſui, tanto minus augebitur, quanto motus obliquus debilius agit quam perpendicularis.

A. Satis eſſent hæc probabilia, ſi Terra & Stella motus tales revera haberent quos tu ſupponis. Sed de hoc (nec ſine ratione) dubito; nam cum Aëris rejectionem motibus hujusmodi adhærentem, cauſam eſſe dicas, quod cætera corpora omnia ad Terram deſcendant; cur non æquè dicendum eſt, cum Sol & Luna Aërem rejiciant, cætera corpora præter Aërem omnia, ad Stellas omnes ſimiliter itura, & ſic Solem & Terram in unum corpus coalitura eſſe?

B. Non eſt neceſſe. Nam ſi duo corpora Aërem à ſe rejiciant, reprimetur utrinque motus Aëris, ita ut illa duo corpora coire non poſſint, niſi dicamus Aërem ab utroque ſimul corpore rejectum, expelli è natura rerum.

A. Videntur ergo duo Aſtra quælibet inter ſe diſtantiam quandam tenere ab hac cauſa determinatam, & proinde ad ſe invicem propius accedere vel longius abire non poſſe quam pro æquilibrio virium. Videtur etiam (ſuppoſito Quod Poli motus hujus (conſiderati in Sole & Luna) ſunt in plano Æquinoctialis) motus ille Solis cauſa eſſe motus Terræ diurni. Atque etiam (quia motus terræ eſt in plano Eclipticæ) Terram debere motum Lunæ dare reſpondentem motui diurno ipſius Terræ ſuper centrum proprium in plano Eclipticæ.

 B. Idem

B. Idem videtur etiam mihi. Quid enim verisimilius esse potest quam ut causa motus diurni Terræ sit motus aliquis in Sole. Et nisi volveretur Luna super centrum proprium, faciem ejus aspiceremus modo unam, modo alteram; quam tamen videmus, unam semper & eandem.

A. Restat unum circa Æstus marinos Phænomenon omnium mirabilissimum, nempe ingens ille fluxus qui singulis Noviluniis & Pleniluniis cernitur in flumine Sabrinæ. Et alter in contraria parte Angliæ in litore agri Lincolniensis. Quam putas hujus Phænomeni esse causam?

B. Causa æstuum nostrorum communis (sicut antè dixi) est partim aqua illa quæ fertur per mare Atlanticum versus Septentriones, partim illa quæ influens in fretum Anian, & partem *Asiæ* & *Europæ* Borealem circumfluens, tendit rursus in *Austrum*, per Mare *Germanicum* & *Hibernicum*, & facit ut aqua Maris in illis locis altissimè se elevet. Atque hinc necessariò accidit, ut in Ostiis fluminum, quæ & ampla sunt & directè obvertuntur locis ubi aquæ ab hoc concursu Æstuum accumulantur, fluxus majore quam alias impetu fiat. Sinus autem ad Ostium Sabrinæ Mari Atlantico; & Sinus ille alter in agro Lincolniensi, mari Germanico directissimè obvertuntur, ambo magni existentes. Ego tanti Æstus quî aliter fieri possint non intelligo. Quas autem causas harum rerum Philosophi Collegii Greshamensis causas reddunt hisce probabiliores?

A. De causis adhuc omnino silent. Illud tuum de Obice Oceani aquam impediente ne procedat, sed revertatur, memini legisse me alicubi in scriptis Cancellarii Baconis.

B. Ita est; sed motûs aquæ causam adscribit motui diurno primi mobilis, qui motus primi mobilis, cum sit in circulo cujus centrum est centrum terræ, propellere aquam non potest. Etiam Galileus causam æstuum horum Terræ motui cuidam adscribit, quem motum terra habere non potest, nisi Sol, Terra & Luna solido aliquo vinculo connecterentur tanquam in fune pendulo totidem pilæ plumbeæ.

CAP. III.

Problemata de Vacuo.

A. AD probandam Vniversi Plenitudinem, nullum nostin' argumentum cogens?

B. Imò multa. Vnum autem sufficit, ex eo sumptum, Quod duo corpora plana si se mutuo secundum amborum planitiem communem tangant, non facile in instante divelli possunt; successive verò facillime. Non dico impossibile esse duo durissima marmora ita coherentia divellere, sed difficile; & vim postulare tantam, quanta sufficit ad duritiem lapidis superandam.

perandam. Siquidem verò majore vi ad ſeparationem opus ſit quam illa qua moventur ſeparata, id ſignum eſt non dari Vacuum.

A. Aſſertiones illæ demonſtratione indigent. Primo autem oſtende quomodo ex duorum duriſſimorum corporum conjunctorum ad Superficies exquiſite læves diremptione difficili, ſequitur Plenitudo mundi.

B. Si duo plana, dura, polita corpora (ut marmora) collocentur unum ſupra alterum, ita ut eorum ſuperficies ſe mutuò per omnia puncta exacte, quantum fieri poteſt, contingant, illa ſine magna difficultate ita divelli non poſſunt, ut eodem inſtante per omnia puncta derimantur. Veruntamen marmora eadem, ſi communis eorum ſuperficies ad Horizontem erigatur, aut non valde inclinetur, alterum ab altero facillime (ut ſcis) etiam ſolo pondere dilabentur. Nonne cauſa hujus rei hæc eſt, Quod labenti marmori ſuccedit Aër & relictum locum ſemper implet?

A. Certiſſime. Quid ergo?

B. Quando verò eadem uno inſtante divellere conaris, nonne multo major vis adhibenda eſt? Quam ob cauſam?

A. Ego, & mecum (puto) omnes cauſam ſtatuunt, Quod ſpatium totum inter duo illa marmora divulſa, ſimul uno inſtante implere Aër non poteſt, quantacunque celeritate fiat divulſio.

B. An qui ſpatia in Aëre dari vacua contendunt, in illo Aëre ſolo dari negant qui marmora illa conjuncta circundat?

A. Minime, ſed ubique interſperſa.

B. Dum ergo illi qui marmor unum ab altero revellentes Aërem comprimunt, & per conſequens Vacuum exprimunt, Vacuum faciunt locum per revulſionem relictum; nulla ergo ſeparationis erit difficultas, ſaltem non major quam eſt difficultas corpora eadem movendi in Aëre poſtquam ſeparata fuerint. Itaque quoniam, conceſſo Vacuo, difficultas marmora illa dirimendi nulla eſt, ſequitur per difficultatis experientiam, nullum eſſe Vacuum.

A. Recte quidem illud infers. Mundi autem Plenitudine Suppoſita, quomodo demonſtrabis poſſibile omnino eſſe ut divellantur?

B. Cogita primo corpus aliquod ductile, nec nimis durum, ut ceram, in duas partes diſtrahi, quæ tamen partes non minus exacte in communi plano ſe mutuo tangunt quam læviſſima marmora. Iam quo pacto diſtrahatur cera conſideremus. Nonne perpetuo attenuatur donec in filum evadat tenuiſſimum, & omni dato craſſo tenuius & ſic tandem divellitur. Eodem modo etiam duriſſima columna in duas partes diſtrahetur, ſi vim tantam adhibeas quanta ſufficit ad reſiſtentiam duritiei ſuperandam. Sicut enim in cera partes primò extimæ diſtrahuntur, in quarum locum ſuccedit Aër, ita etiam in corpore quantumlibet duro Aër locum ſubit

partium

partium extimarum quæ primæ Vulſionis viribus, dirumpuntur. Vis autem quæ ſuperat reſiſtentiam partium extimarum Duri, facile ſuperabit reſiſtentiam reliquarum. Nam reſiſtentia prima eſt à Toto Duro, reliquarum vero ſemper à Reſiduo.

A. Ita quidem videtur conſideranti quam corpora quædam, præſertim vero duriſſima, fragilia ſint. Cæterum de Duritie interrogabo te alio tempore. Ad Vacuum nunc revertor. Quas cauſas, ſine Suppoſitione Vacui, redditurus es illorum Effectuum qui oſtenduntur per Machinam illam quæ eſt in Collegio Greshamenſi?

B. Machina illa eoſdem effectus producit quos produceret in loco non magno magnus incluſus ventus.

A. Quomodo ingreditur iſtuc ventus? Machinam noſti Cylindrum eſſe cavum, æneum; in quem protruditur Cylindrus alius ſolidus ligneus, corio tectus (quem Suctorem dicunt) ita exquiſite congruens, ut ne minimus quidem Aër inter corium & æs intrare (ut putant) poſſit.

B. Scio. Et quo Suctor facilius intrudi poſſit, foramen quoddam eſt in ſuperiore parte Cylindri, per quod Aër (qui Suctoris ingreſſum alioqui impedire poſſet) emittatur. Quod foramen aperire poſſunt & claudere quoties uſus poſtulat. Eſt etiam in Cylindri cavi receſſu ſummo datus aditus Aëri in Globum concavum, vitreum, quem etiam aditum clavicula obturare & aperire poſſunt quoties volunt. Denique in Globo vitreo ſummo relinquitur foramen ſatis amplum (clavicula item claudendum & recludendum) ut in illum quæ volunt immittere poſſint, experiendi cauſa. Tota denique Machina non multum differt (ſi naturam ejus ſpectes) à Sclopeto ex Sambuco quo pueri ſe delectant imitantes Sclopetos militum, niſi quod major ſit, & majore arte fabricatus, & pluris conſtet. Suctorem autem intrudunt & revellunt (quia vi magna opus eſt) non manibus ſemper, ſed ſæpius Cochlea ferrea. Sed quid vides tu in tanto apparatu & artificio, quod probet dari Vacuum?

A. Video, ſi Suctor trudatur uſque ad fundum Cylindri ænei, obturenturque foramina, ſequuturum eſſe, dum Suctor retrahitur locum in Cylindro cavo relictum fore Vacuum. Nam, ut in locum ejus ſuccedat Aër, eſt impoſſibile.

B. Credo equidem Suctorem cum Cylindri cavi ſuperficie ſatis arcte cohærere ad excludendum ſtramen & plumam, non autem Aërem, neque Aquam. Cogita enim quod non ita accurate congruerent, quin undequaque interſtitium relinqueretur quantum tenuiſſimi capilli capax eſſet. Retracto ergo Suctore, tantum impelleretur Aëris quantum viribus illis conveniret quibus Aër (propter Suctoris retractionem) reprimitur, idque ſine omni difficultate ſenſibili. Quanto autem interſtitium illud minus

minus

nus esset, tanto ingrederetur Aër velocius. Vel si contactus sit, sed non per omnia puncta, etiam tunc intrabit Aër, modo Suctor majore vi retrahatur. Postremo etsi contactus ubique exactissimus sit, vi tamen satis aucta per cochleam ferream tum corium cedet, tum ipsum æs; atque ita quoque ingredietur Aër. Credin' tu possibile esse duas superficies ita exacte componere, ut has compositas esse supponunt illi; aut corium ita durum esse ut Aëri qui cochleæ ope incutitur nihil omnino cedat? Corium quanquam optimum admittit aquam, ut ipse scis, si forte fecisti unquam iter vento & pluvia νόμενος κ̀ ἀήμενος. Itaque dubitare non potes quin retractus Suctor tantum Aëris in Cylindrum, adeoque in ipsum Recipiens incutiat quantum sufficit ad locum semper relictum perfecte implendum. Effectus ergo qui oritur à retractione Suctoris alius non est quam ventus, ventus (inquam) vehementissimus, qui ingreditur undequaque inter Suctoris superficiem convexam, & Cylindri ænei concavam, proceditque (versa clavicula) in cavitatem Globi vitrei, sive (ut vocatur) Recipientis.

A. Causam video nunc unius ex Machinæ mirabilibus, nimirum, cur Suctor postquam est aliquatenus retractus & deinde amissus, subito recurrit ad Cylindri summitatem. Nam Aër qui vi magna impulsus fuerat, rursus per repercussionem, ad externa vi eadem revertitur.

B. Atque hoc quidem argumenti satis est etiam solum, quod locus à Suctore relictus non est vacuus. Quid enim aut attrahere, aut impellere Suctorem potuit ad locum illum unde retractus erat, si Cylindrus fuisset vacuus? Nam ut Aëris pondus aliquod id efficere potuerit falsum esse satis supra demonstravi ab eo quod Aër in Aëre gravitare non potest. Nosti etiam quod cum è Recipiente Aërem omnem (ut illi loquuntur) exuxerint, possunt tamen trans vitrum id quod intus sit videre, & sonum si quis fiat inde audire. Id quod solum, etsi nullum aliud argumentum esset (sunt autem multa) ad probandum, Nullum esse in Recipiente Vacuum, abunde sufficit.

A. Ad illud autem Quod si vesica aliquatenus inflata in Recipiente includatur, paulo post per exuctionem Aëris inflatur vehementius & dirumpitur, quid respondes?

B. Motus partium Aëris undequaque concurrentium velocissimus, & per concursum in spatiis brevissimis numeroque infinitis gyrationes velocissimæ vesicam in locis innumerabilibus simul & vi magna instar totidem terebrarum penetrat, præsertim si vesica antè quam immittatur, quo magis resistat, aliquatenus inflata sit. Postquàm autem Aër penetrans semel ingressus est, facile cogitare potes quo pacto deinceps vesicam tendet & tandem rumpet. Verum si antequam rumpatur (versa clavicula) Aër

externus admittatur, videbis vesicam, propter vehementiam motus temperatam diminuta tensione rugosiorem. Nam id quoque observatum est. Iam si hæc quam dixi causa minus tibi videatur verisimilis; vide an tu aut alius quicunque imaginari potest quo pacto vesica distendi & rumpi possit à viribus Vacui, id est Nihili.

A. Vnde autem fit ut Animalia tam citò, nimirum, in Spatio quatuor minutorum horæ in Recipiente interficiantur?

B. Nonne animalia sic inclusa insugunt in Pulmones Aërem vehementissime motum? Quo motu necesse est ut transitus sanguinis ab uno ad alterum Cordis ventriculum interceptus, non multo post, sistatur. Cessatio autem sanguinis mors est. Possunt tamen animalia, cessante sanguine, reviviscere, si Aër externus satis mature intromittatur, vel ipsa in Aërem temperatum antequam refrixerit sanguis extrahantur. Idem Aër in Recipiente carbones ardentes extinguit; sed & illi, si dum satis calidi sunt eximantur, relucebunt.

Notissimum est, Quod in fodinis carbonum terreorum (cujus rei experimentum ipse vidi) sæpissime è lateribus foveæ ventus quidam undequaque exit qui fossores interficit, ignemque extinguit, sicut illorum Recipiens, qui tamen reviviscunt si satis citò ad Aërem liberum extrahantur.

A. Si Phialam aquæ in Recipiens dimiseris, exucto Aëre bullire videbis aquam. Quid ad hoc respondebis?

B. Credo profecto in tanta Aëris motitatione saltaturam esse aquam; sed ut calefiat nondum audivi. Sed imaginabile non est saltationem illam à Vacuo nasci posse. Spero jam certum te esse, nullum esse Machinæ illius Phænomenon quo demonstrari potest ullum in Vniverso locum dari corpore omni Vacuum.

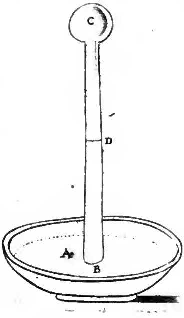
A. Mundum scis finitum esse, & (per consequens) Vacuum esse oportere totum illud spatium quod est extra mundum, infinitum. Quid impedit quo minus Vacuum illud cum Aëre Mundano permisceatur?

B. De rebus transmundanis nihil scio.

A. Quid de experimento censes Torricelliano, probante Vacuum per Argentum vivum, hoc modo.

Est in seq. figura ad A pelvis sive aliud vas, & in eo Argentum vivum usque ad B. Est autem C D tubus vitreus concavus, repletus quoque Argento vivo. Hunc tubum si digito obturaveris, erexerisque in vase A, manumque abstuleris, descendet Argentum vivum à C, verum non effundetur totum in pelvem, sed sistetur in distantia quadam, puta in D. Nonne ergo necessarium est, ut pars tubi inter C & D sit Vacua? Non enim, puto, negabis quin superficies tubi concava, & Argenti vivi convexa se mutuo exquisitissimè contingant.

B. Ego



B. Ego neque nego contactum, neque vim consequentiæ intelligo. Si quis in Argentum vivum quod in vase est vesicam immerserit inflatam, nonne illa, amota manu, emerget?

A. Ita certe, etsi esset vesica ferrea, vel ex materia quacumque præter aurum.

B. Vides igitur ab Aëre penetrari posse argentum vivum.

A. Etiam, & quidem illa ipsa vi quam à pondere accipit Argenti vivi.

B. Simul atque Argentum vivum descenderit ad D, altius erit in vase A, quam ante. Nimirum plus Argenti vivi erit in vase quam erat ante descensum, tanto quantum capit pars tubi CD. Tanto quoque minus erit Aëris extra tubum quam ante erat. Ille autem Aër qui ab Argento vivo loco suo extrusus est (supposita universi plenitudine) quo abire potest, nisi ad eum locum qui in tubo inter C & D à descensu Argenti vivi relinquebatur? Sed qua (inquies) via in illum locum successurus est? Qua nisi per ipsum corpus Argenti vivi Aërem urgentis? Sicut enim omne grave liquidum sui ipsius pondere Aërem quem descendendo premit, ascendere cogit (si via alia non detur) per suum ipsius corpus; ita quoque Aërem quem premit ascendendo (si via alia non detur) per suum ipsius corpus transire cogit. Manifestum igitur est (supposita mundi plenitudine) posse Aërem externum ab ipsa gravitate Argenti vivi cogi in locum illum inter C & D. Itaque Phænomenon illud necessitatem Vacui non demonstrat. Quoniam autem corpus Argenti vivi penetrationi quæ fit ab Aëre non nihil resistit, & ascensioni Argenti vivi in vase A resistit Aër, quando illæ duæ resistentiæ æquales erunt, tunc in tubo sistetur alicubi Argentum vivum, atque ibi est D.

A. Si Phialam, collum habentem longiusculum, eandemque omni corpore præter Aërem Vacuam ore sugas, continuoque Phialæ os aquæ immergas, videbis aquam aliquousque ascendere in Phialam. Quî fieri hoc potest, nisi factum sit Vacuum ab exuctione Aëris in cujus locum possit aqua illa ascendere?

 B. Con-

B. Concesso Vacuo, oportuit quædam loca Vacua fuisse in illo Aëre etiam qui erat intra Phialam ante suctionem. Cur ergo non ascendebat aqua ad ea implenda absque suctione? Is qui sugit Phialam neque in Ventrem quicquam, neque in Pulmones, neque in Os è Phiala exugit. Quid ergo agit? Aërem commovet, & in partibus ejus conatum sugendo efficit per Os exeundi, & non admittendo, conatum redeundi. Ab his conatibus contrariis componitur circumitio intra Phialam, & conatus exeundi quaqua versum. Itaque Phialæ ore aquæ immerso, Aër in subjectam aquam penetrat è Phiala egrediens, & tantundem aquæ in Phialam cogit.

Præterea vis illa magna suctionis facit ut sugentis labra cum collo Phialæ aliquando arctissimè cohæreant propter contactum exquisitissimum.

CAP. IV.

Problemata de Calore & Luce.

A. QVæ causa est Caloris?

B. Vnde nosti an sit in rerum natura quicquam Calidum præter teipsum?

A. Quia sentio me à corporibus quibusdam aliis Calefieri.

B. Calefacit, ergo Calet, non est bona consequentia. Sed quam sentis ipse corporis tui mutationem dum Calescis?

A. Video cutem mihi æstate quam hyeme esse explicatiorem. Et sum quandoque debilior solito præ calore. Et sentio quasi spiritus vitales exhalare. Etiam sudo.

B. Sunt ergo accidentia illa quorum causas quæris. Dixi suprà Quod à motu quem in Sole, Terra, & cæteris Astris suppossui, Aër dissipatur; & (per consequens) ni Mundus plenus esset, innumerabilia essent in Aëre loca exigua vacua. Sed Mundo pleno, proximæ partes Aëris per continuam loci mutationem succedunt in locum disjectarum partium, nec vacua esse sinunt.

Cum ergo à motu illiusmodi Solari Aër juxta superficiem Terræ, ut dixi, laceretur, Nisi corporis aliquid ex ipsa Terra egrediens, rupturam illam resarciret, rursus ad Vacuum redeundum esset. Sin aliquid ex ipsa Terra egrediatur, tunc manifeste fieri per hunc motum vides, ut fluidæ partes è Terra cogantur exhalare. Idemque contingit corpori humano, quod quoties homo sentit, Calidum se esse dicit. Similiter, quoties Terram videt aquæ terræque particulas emittere æstivo tempore in Plantas, à Calore Solis id fieri judicat.

A. Verisimillimum est. Nec minus verisimile est, eodem modo, è mari,

mari, fluminibus, & locis paluſtribus maxime verò ab Oceano, evocari aquæ particulas in nubes.

Calefactionis autem multæ aliæ cauſæ ſunt præter actionem Solis aut Ignis. Duo ligna inter tornandum affrictu mutuo ſæpiſſime incenduntur.

B. Manifeſta hic eſt rurſus laceratio Aëris, nata à motibus duorum lignorum contrariis; atque inde neceſſario ſequitur egreſſio corporis quod in illis eſt Aërei, & (motu illo continuato) diſſolutio particularum ſolidarum in cineres.

A. Vnde fit quod homo etiam ad ſudorem calefit ab omni fere labore corporis inſolito?

B. Quoniam corporis humani liquores interni per laborem jactitantur, mirum non eſt ſi pars eorum aliqua etiam ejiciatur.

A. Multa ſunt quæ hominem calefaciunt abſque omni ſudore & exhalatione, ut Cauſtica, Vrticæ, & alia.

B. Proculdubio. Sed non ſine contactu. Non enim operantur à diſtantia.

A. Quomodo eſt Calor cauſa Lucis, idque in corporibus aliquibus magis, aliquibus minus. Sunt etiam in quibus Lucem producere nunquam poteſt.

B. Calor non eſt cauſa Lucis; ſed in corporibus multis eadem cauſa (id eſt idem motus) eſt utriuſque tum Lucis tum Caloris. Non ſunt ergo inter ſe Calor & Lux, ut Cauſa & Effectus, ſed Effectus ejusdem cauſæ gemini.

A. Quo pacto?

B. Apparitionem fieri Lucis ſcis ante oculos, quacunque ſpectas, etiam fricando, premendo, vel percutiendo oculum. Id quod aliunde naſci non poteſt quam à reſtitutione partium oculi preſſi vel percuſſi, ad ſitum naturalem. Nonne Sol rejiciendo Aërem oculum premit? Nonne corpora illuminata idem faciunt, licet debilius, per reflectionem? Etiam organa Viſionis, oculus, cor, cerebrum preſſioni Aëris reſiſtit per conatum contrarium, ad reſtitutionem verſus externa. Cur ergo non orietur apparitio Lucis ante oculos, æque ac in oculi preſſione vel percuſſione?

A. Orietur, non nego. Sed illud quod apparet à percuſſione quid eſt? Nihil enim nunc ante oculum eſt quod non ibi erat prius. Nam ſi eſſet, videretur potius ab aliis. Vel ſi nocte fieret, locus ubi fit illuminaretur.

B. Phantaſia eſt; qualis eſt Imago in ſpeculo; quale eſt ſpectrum; qualis eſt macula ante oculum à conſpecto Sole, vel Igne candeſcente; quale denique eſt Somnium. Sunt enim hæc omnia ſub vexillo Phantaſiæ, nullis fulta corporibus, nulli corpori inſidentia.

A. Cur autem, quando Solem aut Lunam, aut aliud corpus intueris, non illa quoque ſpectra eſſe dicas, & Phantaſmata?

B. Etiam illorum apparitiones Phantaſmata eſſe dico. Quamquam enim Sol (ut & omne corpus) realiter exiſtat & maneat, circulus tamen ille ſplendidus, magnitudinis (ut videtur) pedalis, Sol non eſt, niſi plures ſint Soles. Nam in vitris quæ ſpeciem multiplicant videres viginti Soles, ſi ſpecies illa eſſet ipſe Sol. Eſt Solis apparitio utroque oculo ſua. Item uno oculo paulum detorto, duo fiunt Soles in cœlo, vel neuter Sol eſt. Etiam eodem tempore videtur Sol in cœlo & in flumine, id eſt, neuter eorum Sol eſt.

A. Siquidem hæc vera ſunt, video ſequuturum illa quæ à doctis appellantur Accidentia corporum (præter Motum & Magnitudinem) omnia eſſe Phantaſmata, non Objectis ſed Sentienti adhærentia. Sed unde evenit ut corpora à certis gradibus Caloris alia candeſcant & Luceant, alia non Luceant?

B. Corpora quæ Lucent omnia motum illum habent quem ſuppoſui eſſe in Sole & Terra. Cui motui, ut fiat Lux, certus requiritur gradus velocitatis, quo Viſionis Organum ſatis fortiter movere poſſit. Omnia corpora non nimis fluida à ſatis magno Calore Lucebunt. Ferrum, lapis, aurum ab Igne vehemente Lucebunt. Aqua non Lucebit, quia partes ejus ante avolant quam gradum velocitatis acceperint quantus ad commovendum videndi Organum poſtulatur.

A. Sed corpora ſunt permulta quorum partes Calefactæ facile avolant, quæ tamen inflammantur & Lucent, ut Oleum & Vinum.

B. Quod ad Oleum attinet, non inflammatur per ſe ſolum ſine alia materia combuſtibili, quantumvis Calefactum. Non ſunt ergo partes Olei, ſed materiæ Oleo unctæ quæ evolantes Lucent. Sunt autem in Vino particulæ quæ habent motum illum quem in Terra ſuppoſui ſatis velocem, quæ à contactu flammæ externæ facile Lucent.

A. Vnde ſciri poteſt talem motum ineſſe particulis Vini?

B. Nunquamne tantum bibiſti Vini, ut lucernæ, menſæ, feneſtræ, omnia commoveri tibi viderentur?

A. Aliquando, non ſæpe. Memini autem ire & redire omnia motu reciprocante qualem deſcripſiſti. Quid tum?

B. Nihil aliud præterquam quod ejus rei cauſa erat Vinum. Cujus particulæ habebant motus illius quem Suppoſui magnum gradum, quem auxit fortaſſe non nihil (poſtquam in ventriculum & venas receptæ erant) corporis humani internus calor. Atque eo motu concuſſæ venæ & (propter continuitatem corporis) cerebrum, faciebant ut motus ille qui erat in cerebro & nervis Opticis & reliquo videndi organo, videretur tibi eſſe in feneſtra & cæteris Objectis.

A. Quid eſt Flamma? Putavi enim illam quæ ab exiguo ſtraminis

dum

dum comburitur manipulo exit Flamma, centies majorem esse quam erat ipse manipulus.

B. Decepit te Phantasia tua. Si baculum manu tenens, cujus sit ignita pars extrema ut luceat, illam velociter moveas, sitque motus ille circularis, videbitur circulus vel arcus circuli ignitus. Sin motus sit rectus, linea recta ignea; major vel minor pro ratione velocitatis & spatii quod percurritur, cujus rei causam satis nosti.

A. Causam puto esse quod motus ab impressione prima in organo duravit usque dum ab objecto igne totus circulus vel tota linea recta descripta esset. Ex quo necessarium erat ut ignis ille in omnibus lineæ sive rectæ sive curvæ punctis simul videretur, cum ab omni parte sensum semper æqualiter excitaret.

B. Causam ipsam dixisti. Scintilla ignis etiam minima visibilis velociter ascendens videtur linea ignea. Propter eundem illum motum quem Supposui videtur etiam latior. Et propterea omnis Flamma necessariò apparet multo major (puto plus quam centies major) quam est corpus ipsum unde exit.

A. Scintillæ quid sunt?

B. Sunt ligni, vel cujuscunque corporis inflammati minutissima frusta; quæ frusta à motu illo primum eriguntur, deinde effringuntur & evolant cum Aëre unà ascendente. Sed antequam evolant, si ignis extinguatur, partes illæ erectæ nec evectæ naturam habent fuliginis, & sunt combustibiles, id est, dissipabiles in frusta adhuc minutiora.

A. Etiam è frigidissimo lapide extundi potest scintilla lucens. Non videtur ergo omnis scintilla propter Calorem splendescere.

B. Non, sed ut dixi ante, calet & splendet propter illum quem toties dixi motum. Motus autem ille nunc à vi collisionis oritur. Nam scintillularum illarum unaquæque est frustulum exiguum ipsius lapidis, & vertiginem suam fomiti præparato imprimit. Atque hoc modo propagatur ignis quantum volumus.

A. Quo pacto comburit omnia ferè combustibilia lux Solaris, vel per Refractionem in vitro convexo, vel per Reflectionem à vitro concavo.

B. Pressus à Sole Aër premit vitrum convexum tali modo, ut actio continuetur per corpus vitri in linea recta, non eadem quæ à Sole ad vitrum, sed vergente aliquanto ad perpendiculum; deinde continuata per oppositam ejusdem vitri superficiem in Aërem, divergit à perpendiculo. Vnde fit ut tota actio tandem in arctissimum spatium concludatur. Itaque necesse est ut si in illo spatio collocetur materia combustibilis, ea ab actione unita, id est à motu facto per convergentiam vehementissimo comburatur.

Eadem

Eadem ratio eſt combuſtionis per Reflexionem. Nam ſic etiam actio tota in arctiſſimum ſpatium redigetur. Sed de his rebus fuſius & accuratius tractatum eſt in Libro quem inſcripſi de Homine.

A. Cur non poteſt eſſe ut Sol ſit corpus aliquod tale quale nos vulgo nominamus Ignem, & radii ejus tranſire per vitri poros, eo modo ut in puncto vel ferè puncto conjungantur?

B. Num dari vitrum poteſt quod ſit totum pori? Si tale vitrum dari non poteſt, tum Effectus ille à tranſitu radiorum Solis per poros vitri produci non poteſt. Vidiſti accendi combuſtibilia per globum ſolidum vitreum quæcunque pars ejus Soli obverteretur. Id quod fieri non poteſt niſi vitrum totum ſit pori. Præterea neque ego neque tu ignem imaginari poſſumus alium quam quem vidimus, neque alium quam qui ab aqua extingui poteſt. Verum non modo per globum vitreum vel criſtallinum ſolidum comburuntur combuſtibilia, ſed etiam per globum concavum (modo & diaphanum ſit) plenum aquæ. Quomodo ergo radii Solis quos ſupponis igneos tranſire aquam poſſunt ut non extinguantur.

A. Neſcio. Nec quicquam corporeum à Sole emitti puto. Nec ſi emitteretur, intelligere poſſum quo pacto jamdudum Sol ipſe non conſumptus fuerit.

CAP. V.

Problemata de Duro & Molli.

A. QVid Durum appellas, quid Molle?

B. Durum appello ego, & mecum omnes, corpus illud cujus pars loco ſuo non facilè dimovetur, niſi cedente toto. Corpora cætera appello Mollia. Adeo ut Durities & Mollities ſint altera alterius gradus.

A. Vnde eſt Quod corpus aliud alio Durius ſit, vel (quoniam gradus ſunt) Mollius, atque idem corpus modo Durius, modo Mollius?

B. Cauſa ejus rei eſt Idem ille motus partium quem à principio in Sole, Terra, & Aſtris ſuppoſuimus; & unde non modo Gravitatem, & maris Æſtus, ſed etiam Calorem & Lucem derivavimus. Qui cum non ſit circa centrum partis, ſed motus ipſius centri, non eſt ſemper perfectè circularis. Non enim à circulatione eſt quod Aër laceratur, & cæteri effectus producuntur, ſed à reciprocatione in linea quacunque.

Pro cauſa ergo Duritiei Suppono reciprocationem illam, & velociſſimam eſſe, & intra ſpatia breviſſima.

A. Conceptu difficile eſt. Vtinam hæc viſibili aliquo experimento emollire velles.

B. Quando tenſam vides (exempli cauſa) Balliſtam, putasne partes ejus moveri? *A.* Mi-

A. Minimè. Scio omnes quiescere.

B. Quomodo hoc scire potes? Nullo certè argumento, præterquam quod moveri non cernis. Vides quidem laminam totam quiescentem, credendumne ergo est quiescere etiam partes ejus omnes internas, cum tot sint argumenta quæ evincunt contrarium?

A. Quo argumento Motum inesse evinces in partibus laminæ chalybeæ dum manet tensa?

B. Si nervum quo tenetur tensa discindas, aut quocunque modo à vi tendente liberes, protinus Motum laminæ videbis velocissimum, quo se restituet ad situm unde vi tensionis dimota erat. Motûs hujus quæ causa est?

A. Ipsa nervi laxatio, vel laminæ utcunque liberatio à vi tendente.

B. Quod si laminæ non tensæ, sed tamen curvissimæ, capita nervo connecterentur, deinde discinderetur nervus, non credes laminam illam tunc recursuram esse ad situm rectiorem. In quo ergo consistit differentia?

A. Laminæ tensæ Elastrum quoddam intùs inest, laminæ vero sine tensione curvæ Elastrum nullum est.

B. Quid est Elastrum?

A. Per Elastrum intelligo partium internarum Conatum restituendi se ad situm à quo per tensionem abductæ fuerant.

B. Conatus quid sit non plus intelligo, quam quid sit Elastrum.

A. Per Conatum intelligo principium Motûs in lamina tensioni contrarium.

B. Sed principium Motus quantumvis insensibile, tamen Motus est. Scis autem nihil esse quod principium Motûs sibi ipsi dare potest. Quid ergo laminæ tensæ & quiescenti Conatum dedit ad situm priorem revertendi?

A. Ille dedit qui ipsam tetendit.

B. Fieri non potest. Ille enim Conatum prorsum dedit, sed Conatus hic est retrorsum.

A. Concedatur Conatum esse Motum, & Motum illum esse in partibus internis laminæ semper sive tensæ sive non tensæ, quo pacto inde infers, Quod necessarium sit, simulatque à vi tensionis liberatur, ut ea ad situm pristinum restituatur?

B. Hoc pacto. Cum sit in partibus laminæ motus (qualem dixi) invisibilis quidem, sed tamen velocissimus etiam ante tensionem, motus ille qui ante tensionem fiebat secundum longitudinem quam habuit ab ictibus malleorum chalybe adhuc candente, tensam nunc ad eundem situm continuò urget. Itaque ablato impedimento ad situm priorem laminam restituet.

A. Sed antequam removeatur impedimentum, Conatus ille nullumne Effectum producet? Nam Conatus ille motus est; & motus omnis effectum aliquem habere debet.

B. Etiam effectum aliquem habebit; nempe hunc, ut tempore fiat, longo (inquam) tempore, ut Conatus ille procedat secundum longitudinem laminæ, non ut ante tensionem, sed ut tensæ. Atque inde fiet ut sublato impedimento, restitui tamen sine eadem vi qua antè tendebatur non possit.

A. Ita est. Nam Ballista quæ diu tensa mansit, Conatum se restituendi debilitatum tandem propter partium resistentiam perdit. Sed ab hoc interno partium motu reciproco quomodo infers totius Duritiem?

B. Si cuilibet illarum uni vim applicaveris, necesse est ut partes reliquas commoveris, antequam illa una sensibiliter moveatur. Totum ergo cedet, aut illa pars sensibiliter non cedet. Corpus autem cujus pars non cedit nisi cedente toto Durum est.

A. Corpora Dura ab igne liquescunt aliqua, non tamen omnia. Vnde hoc?

B. Durissima corpora illa sunt in quibus partium motus, & velocissimus est & intra spatia brevissima. Itaque si ignis in quo motus partium valde velox est, sed in spatiis majoribus, satis vehemens sit ad superandam Duri resistentiam, faciet ut partes Duri motum suum exerceant in spatiis majoribus, & proinde ut resistant minus, id est, Durum emollibit; quando autem in tantum emolliuntur Dura ut suo ipsorum pondere diffluant, tunc liquifieri illa dicimus.

A. Vnde accidit ut Durissima quæque fragilissima sint?

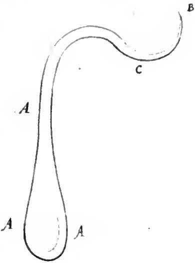
B. Quando Durum aliquod (exempli causa) virgam ferream flectimus, spatia in quibus fit motus ille partium non augemus, ut facit ignis. Sed partes alias in convexitatem distrahimus; alias in cavitatem comprimimus; idque in uno præsertim puncto. In quo puncto vel quasi puncto, si resistentia virgæ ferreæ à vi flectente superetur, proximarum partium cohæsio subitò vincitur, victæ ferè antequam pars extima frangeretur.

A. Vidi Vitrum figuram habens qualem hic appictam habes, nempe A A B C solidam. Cujus si partem B C effringas, totum in pulverem discutietur. Causam Phænomeni tam insignis scire cupio, verisimilem saltem.

B. Experimentum vidi. Causam (primo) figuræ dicam. Virgam Ferream Vitro liquefacto, quod intra fornacem in Vase continetur intingunt. A virgæ termino pendebit gutta vitrea liquefacta quidem, sed tamen satis tenax, similis lachrimæ, quam excidere in aquam sinunt. Inde oritur cauda illa A C B; qua rupta, in aquam incidit, primò, grandis illa gutta

A A,

A A, & ſtatim ſequitur cauda A C B, & caſu curvatur. Gutta ergo A A extinguitur prima & poſt guttam cauda; idque ſucceſſivè extinctione à fundo incipiente. Cognita jam corporis hujus vitrei generatione, videamus quid ab ea inferri poteſt.



Quoniam pars A A prima extinguitur, motus in ea partium, qui ab igne in majoribus ſpatiis ferebatur, ab aqua cogetur in ſpatia minora; & proinde motus partium verſus B velocior fiet.

A. Quid ita?

B. Si ſumas virgam è ferro aut materia Dura quacunque homogenea, & illius terminum quidem alterum manu teneas, terminus autem alter calefiat dum candeſcat, poteris eam etiam ſic illæſus tenere. Verum ſi ſimul teneas & partem candentem ſubito extinguas, manus tibi ita vehementer uretur, ut tenere illam diutius non poſſis.

A. Nota res eſt.

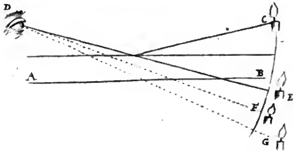
B. Vides ergo ut motus partium ab A verſus C & B vehementior multò factus ſit quam antè, atque etiam in ſpatiis arctioribus propter extinctionem partium inferiorum; utque omnis motus partium inferiorum unitus ſit paulatim in puncto B. Atque hinc fieri credo ut cauda illa B C, quanquam exilis, difficillimè tamen frangatur. Quoniam autem motus hic in omnibus vitri particulis non ſolùm circularis eſt, ſed etiam propagatur in longitudinem à fundo A ad cuſpidem B; propter reactionem vaporum ex aqua calefacta in guttam A A agentium, totus motus ſpiralis fiet, & per illum diffindetur & torquebitur materia vitrea ab imo ad ſummum in fila vitrea innumerabilia, ut fiunt in arboribus à ſucco ſurgente quo nutriuntur fila lignea.

Itaque, ſi caudam illam A C B flectas (exempli cauſa) in C (id quod majorem requirit vim quam quis facile crederet) fila illa vitrea omnia ſimul flectes. Atque eadem flexa tenebuntur, donec rupto vitro in C ſimul omnia liberentur. Tum verò ſubitò ſimul omnia reſilient, (velut arcus fragilis & nimium tenſus, rupto nervo) in particulas innumerabiles.

A. Nihil veriſimilius. Et natura, ſi in alia re ulla, in hac ſe prodidit, & in illa de Reſtitutione laminarum in Balliſtis. Quo Phænomeno Suppoſitio tua de motu illo reciprocante partium minutiſſimarum in Duris, planè videtur mihi demonſtrata.

Eſt & in ſpeculis vitreis (quod ſæpius animadverti) ex quo Suppoſitio eadem non parum confirmatur, nimirum ineſſe in vitro motum illum quem dicis conatum partium internarum.

Eſto enim ſpeculum vitreum A B. Sitque Objectum in C, candela. Oculus ad D. Iam à refractionibus & reflectionibus pluribus ad utramque ſuperficiem, (ſi prima Incidentia ſatis ſit obliqua) multas ſimul videbiscandelæ imagines, ut E, F, G, ordine ut hic deſcribuntur. Cæterum ſi oculum ad C, candelam ad D transferas, apparebunt imagines illæ ordine non eodem quo antè erant. Quod tamen manifeſtius cognoſcetur, ſi ſpeculum ſit coloratum, ut rubrum vel cæruleum. Sed cauſam ejus nullam imaginari potui ante hunc diem. Nunc autem fieri poſſe puto à conatu illo per fila, ut in ligno. Quem conatum acquirere potuit vitrum in fuſione & refrigeratione, per eam viam qua vitrum candens fundebatur.



B. Corporum Durorum plurimæ ſpecies ſunt, Metalla, Lapides, *&c.* quæ in viſceribus terræ ſunt & fuerunt à creatione Vniverſi; & præterea Liquores & Succi diverſi qui indurari poſſunt. Cauſa autem quæ ex non Duris Dura efficit univerſalis, alia (puto) eſſe non poteſt præter motum aliquem (non totius ſed) partium minimarum, & illum ipſum quem dixi. Quod ſi quis motum alium (nihil enim mutatur niſi per motum) ad hunc effectum producendum excogitaverit aptiorem, & monſtraverit, ad illius ſententiam libens accedam.

A. Scimus aquam indureſcere etiam Oceani, in partibus non nimium remotis à mundi Polis. Vnde fit?

B. Noſti Solem verſari ſemper intra Tropicos, Aëremque à ſe ſemper (ut ſuppoſuimus) à ſe rejicere, atque etiam idem facere Terram. Itaque fieri non poteſt quin ab utroque magnus naſcatur Aëris motus verſus utrumque Polum, ſuperficiem Terræ & Maris ſemper radens. Ab hac

raſione

ratione necesse est ut partes illæ Terræ & aquæ circellos suos quos faciunt contrahant, id quod est durescere; & primò quidem in superficie cuticulam induere, quæ est glacies prima. Postea verò, eodem motu perseverante cuticulam aliam aliamque cooperante etiam glacie prima, donec tandem evadat glacies crassissima.

A. Si ita est, non opus est ut interrogem quo pacto fiat ut aquæ urceus à nive sali mixta, etiam æstate, non procul ab igne congeletur. Sale enim & nive circundato urceo, è liquescentibus illis Aër sive ventus exprimitur, qui radens undequaque urcei superficiem extimam, motum partium ejus in spatia arctiora redigit, & sic actione ad interna propagata, aqua tandem quæ intus est indurescit. Sed unde contingit ut aqua in puteo profundo rarò congeletur?

B. Quia puteus profundus est instar urcei magni, cujus superficiem extimam radere Aër non potest nisi terra, qua circundatus est urceus, valde sit spongiosa.

A. Cur non congelatur vinum, sicut aqua?

B. Etiam vinum congelabitur si frigus magnum sit & diuturnum. Sed motus internus partium vini, sicut & multorum aliorum liquorum, fortior est, & in majoribus circulis, quam motus partium aquæ; & propterea minus facilè indurescit, præsertim usque ad centrum. Partes enim vini quarum est motus ille fortis, recipiunt se ad centrum. Vini autem quod illic est (reliquo congelato) fortissimum est.

CAP. VI.

Problemata de Pluvia, Vento, aliisque cœli varietatibus.

A. QVid Pluviam efficit, & quomodo?

B. Motum Aëris (qualem antè descripsi) conantem ad partium Aëris diremptionem necessariò sequitur conatus perpetuus (quia locus Vacuus nullus est) omnium partium fluidarum quæ sunt in superficie Telluris, ad illa loca supplenda quæ alioqui essent Vacua. Hinc fit ut maris & terræ partes fluidissimæ & minutissimæ surgentes Aëri se immisceant; quæ collectæ fiunt Nubes. Harum pars maxima inde oritur ubi maxima est aquæ quantitas, nimirum à partibus Oceani maximis, quæ sunt mare Indicum, mare Australe, & mare (quod Novum à Veteri mundo separat) Atlanticum, supra quæ Maria Sol rectior incedit quam supra cætera; & propterea majorem inde elevat aquæ quantitatem. Quæ cum in nubem coaluerit, descendit rursus in Pluvia.

A. Si Sol aquam (ut dicis) elevat, cur non & sustinere potest ne recidat?

B. Etiam ſuſtineret, credo, niſi multæ partes concurrentes pondere ſuo vim elevantem ſuperarent.

A. Quæ cauſa eſt concurſus?

B. Quicquid lationi earum ſe opponit & tantiſper retinet dum aliæ ſupervenerint, ut montes vel ventus. Præterea quando feruntur verſus Polos, ubi vis Solis propter obliquitatem minor eſt, unde deſcendunt paulatim pondere ſuo. Sed quia pondus illud tendit ab omni parte ad centrum Terræ, neceſſariò coguntur deſcendendo in ſpatium arctius, & guttulæ contactu creſcunt.

A. In altiſſimis montibus cur tam ſæpe ningit, tam rarò pluit?

B. Quia Vapores elevati ſupra ſummos montes, ubi motus Aëris eſt liberrimus, ab illo motu Aëris congelantur, antequam in guttas majuſculas quales faciunt Pluviam uniantur. Guttulæ autem ſic congelatæ ſunt Nix.

A. Cur tam rarò pluit in Ægypto, cum tamen in locis Æquatori propioribus Pluvia tanta ſit ut inde Nili oriatur inundatio?

B. Cauſa, ut dixi, deſcenſionis Pluviæ una, & fortè maxima eſt collectio & in Nivem inſpiſſatio vaporum circa montes magnos, quæ Lunæ montes appellantur; præcipuè verò exiſtente Sole prope Æquinoctialem, qui aquam tunc potentiſſimè elevat, & à majoribus maribus. Montes autem illi (in quibus ſunt Nili ſcaturigines) maximos eſſe conſtat, & ſub Æquatore, & propè mare Indicum. Mirandum ergo non eſt, ſi in illis montibus maxima ſit nivis copia. Quæ Nix liqueſcens Nilum auget, cujus aqua menſibus Aprilis & Maji deſcendit verſus Ægyptum, & illic elevatur, maximè circa Solſtitium Æſtivum; itaque terram inundat.

A. Cur ergo non inundat bis in anno, id eſt quoties Sol eſt in Æquatore?

B. Ab Æquinoxio Autumnali progreditur Sol ad Tropicum Auſtralem, ut Nivem in lateribus montium qui Ægyptum ſpectant liquefacere non poſſit.

A. Oportet autem ut ſit inundatio ſimilis ex parte montium Auſtrali.

B. Deſcenſus quidem aquarum major profectò debet eſſe, quia major eſt liquefactæ Nivis copia. Inundatio autem nulla eſſe poteſt, niſi inundaretur Mare Indicum, quod montes illos alluit.

Quod ad cauſam attinet Cur tam rarò pluit in Ægypto, eam eſſe puto, Quod valdè magni montes prope Ægyptum nulli ſint, in quibus Nubes ſiſti poſſunt. Montes enim unde Nilus oritur diſtant inde circiter 2000. mille paſſuum. Qui proximi ſunt ab uno latere ſunt montes Nubiæ. Ab altera parte Sina & montes Arabiæ ſatis diſſiti.

A. Vnde oriuntur Venti?

B. Præ-

B. Præcipuè, ut videtur, à motu nubium. Partim etiam à re quacunque in Aëre mota.

A. Nubes à Ventis ferri manifestum est. Videris ergo effectum ponere ante causam.

B. Si nubem movere nihil posset præter Ventum, objectio illa bona esset. Sed nubem gravitate sua descendere posse certissimum est. Quando autem sic descendit, fieri non potest quin Aërem ante se usque ad superficiem terræ propellat, & rursus à terra repellatur idem Aër; unde ventos fieri necesse est quaquaversum, qui Nubes alias in quas incidunt propellent.

A. Esto. Sed nubium motus tardus quomodo Ventos efficit tam Veloces?

B. Non unius aut duarum nubium, sed multarum plerumque & magnarum effectus est ventus magnus. Præterea facto jam vento cogitur Aër sæpissimè in loca nubibus jam antè camerata; & propterea Ventorum vis ab angustia loci maximè augetur.

A. Cur Auster magis quam alii Venti Pluviam adfert?

B. Vbi Sol est potentissimus, & Maria amplissima, id est, in partibus terræ (respectu nostri) Australibus, ibi plurima est in Aëre aqua, quam ad nos adferre solus Auster potest. Verùm imbres magnos vidi etiam aliquando à Vento Boreali, sed in Æstate; ita ut nubes illas allatas prius ab Austro, & præterlatas, putarem à Borea relatas esse.

A. Vidi aliquando navigans undas ingentes, & magnam maris concussionem, cum tamen nullus omnino perciperetur Ventus.

B. Quid autem paulò post?

A. Plusquam voluimus, procellam ingentem, idque intra minus quam quartam partem horæ.

B. Id est, Ventus antè veniebat, post aderat. Venientem autem percipere non potuistis, quia motus Aëris tendebat (propter descensum nubium) deorsum; qui Aër ab aqua reflectebatur sursum, &, donec vicinus erat, supra vela. Itaque Ventum non sentiens non esse existimabas.

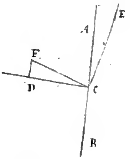
A. Qui fieri potest ut navis à Vento acta, progrediatur tamen aliquando in eadem linea recta, quasi à Vento nòn impulsa sed attracta?

B. Scire prius oportet, Quod corpus omne in aliud corpus impingens, sive perpendiculariter, sive obliquè incidens, semper tamen agit in linea quæ est ad superficiem corporis in quod incidit perpendicularis. Exempli causa, Pila ferrea è sclopeto in parietem missa, eam, aliamve materiam, ita impellit ut pars icta recedere cogatur in linea quæ est ad superficiem perpendicularis. Nam si via pilæ sit ad parietem obliqua, motus

motus ejus componetur ex duobus motibus, altero ad parietem parallelo, altero perpendiculari. A quorum motuum primo nullus in pariete effectus eſſe poteſt. Ictus ergo totus erit à motu altero, nempe perpendiculari; quare pars parietis percuſſa recedet in linea perpendiculari ſola. Nec niſi ita eſſet, ulla eſſet ictus obliqui & perpendicularis differentia quoad vim. Quod falſum eſſe ſciunt omnes.

A. Quomodo autem hæc ad navem transfers?

B. Sit A B navis, prora A. Iam ſi Ventus ſpiret ab A verſus B, progredi navis non poteſt quomodocunque obtenſum ſit velum. Sit C D ad navem perpendicularis, ſitque velum E C obliquè tenſum, in quocunque angulo E C A. Sitque C F perpendicularis ad E C. Vides ergo progreſſuram navem pro ratione C A ad D F.



A. Ita eſt. Sed ſi Ventus ferè contrarius eſſet, id eſt, ſi angulus E C A valde exiguus eſſet, navis (credo) tardius iret in linea C A, quam lateraliter.

B. Tardius certe tanto iret quo Ventus eſſet magis contrarius, ſed navis lateraliter tardius ibit quam credis. Nam motûs ad latera duæ cauſæ ſunt, quarum altera eſt Ventus ille qui incidit in ipſum latus navis; altera eſt veli ſinuatio. Quarum cauſarum prima nihil ferè efficit, quia pondus aquæ quod à latere navis propellendum eſt, maximum eſt; ſecunda motum navis in anteriora aliquantum impedit.

A. Quod navis motus lateralis niſi in longiſſima navigatione non multum impediat facilè concedo; ſed veli ſinuationem accelerare navem credidi potius quam impedire.

B. Error eſt. Nam impedit; minus tamen quando Ventus à puppe ſpirat.

A. Videtur ergo, ſi tabula aliqua lata, eademque tenuis, pro velo Vento obtenderetur, commodiorem fore, quia minus ſinuatur quam velum ex lino.

B. Vela lignea quot incommoda ſecum allatura ſunt facilè providere licet, etiam abſque experientia. Expertum tamen vidi in velo ligneo quid efficere Ventus poteſt. Vidi enim tabulam ligneam quatuor trochiſcis impoſitam, & in medio ejus, pro malo, erectum baculum, & baculo affixam aliam tabulam inſtar veli; atque ita collocatam ut Ventus in eam incideret obliquiſſimè; nempe in angulo multo minore quam eſt angulus in

in præcedente figura A C E, id eſt, ita ut eſſet in ſitu ad ventum ferè contrario. Tabula hæc cum velo ſuo ligneo in pavimento ſub dio, ſpirante Vento mediocri collocata eſt. Evenit autem ut primò immota paulliſper & quaſi dubitabunda ſtaret, ſed non diu. Deinde ſubito & velociter procurreret donec à ſcabritie pavimenti everteretur.

A. Antequam relinquamus navem, dic mihi quî fit ut exiguo gubernaculo maxima navis à curſu ſuo deflectatur.

B. Id fit non ſolo gubernaculo. Navis à gubernaculo in aqua ſtagnante converti non poteſt, neque in aqua naturaliter profluente, modo navis libera & ſoluta ſit. Opus eſt profluente per vim externam vel venti vel remorum. In tali profluente ſi gubernaculum ad aquam labentem à prora ad puppim obliquè teneatur, actio aquæ in ipſum impingentis non obliqua erit, ſed ut ſuprà oſtenſum eſt perpendicularis; unde neceſſe eſt ut navis à curſu deflectatur, atque ita deflectatur ut prora tendat in eam regionem ad quam inclinatur in puppe gubernaculum. Animadvertiſti credo in flumine Tameſi exigua quædam deſcendere navigia à partibus Angliæ occidentalibus per flumen nondum ita profundum, ut propè Urbem; quorum gubernacula latiora multo ſunt quam gubernacula maximarum navium. Quare hoc, niſi ut aquam multam ſuſtineant, quæ in non profundo flumine, intercipienda eſt prope aquæ ſuperficiem?

A. Quæ cauſa eſt Nivis?

B. Eadem quam (cum loqueremur de Duritie) ſuppoſui pro cauſa Duritiei. Motus enim ille quem ſuppoſui in Tellure & Sole Aërem rejicientibus, magnum Aëris conatum efficit à Zona torrida utrinque verſus Polos. Qui Aër per nubes nondum gravidiſſimas tranſiens, guttulas ex quibus nubes conſtat radendo congelat, eodem plane modo quo aquam maris & fluminum congelari dixi. Guttulæ autem ſic congelatæ ſunt Nix.

A. Quomodo ergo congelantur guttæ majores, maximè vero tempore Æſtivo, in Grandinem?

B. In Æſtate maximè contingit ut nubes conſtent ex maximis guttis, utque maxima copia aquæ elevetur. Itaque ſpatio inter terram & nubes arctiore facto, motus Aëris tanto ſit velocior; & proinde guttas illas congelat non in ipſis nubibus, ſed à nubibus cadentes. Nec tamen totas congelat, quod cadendi exiguum tempus non patitur, ſed in ſuperficie tantùm, ut manifeſtum eſt ex eo quod multo quam Glacies aut Nix citius liqueſiunt.

A. Cur non aliquando nubes etiam integræ gravidæque congelantur in unam magnam Glaciei molem?

B. Ita (credo) congelantur quoties tonat.

A. Sed quare ita credis?

 B. Pro-

B. Propter ipsum sonum, qui proprie Fragor dicitur, sonum dico qualem efficit duorum corporum diffractio. Qui fragor quomodo fieri possit in corpore non duro, intelligere non possum.

A. Imo, pulvis ille, quem appellant Aurum Fulminans, mollis est. Attamen si æquabiliter calefiat, fragorem edit similem Tonitrui.

B. Sed pulvisculi illius particulæ singulæ per se, cur non possunt esse duræ, etsi totus cumulus mollis sit, quemadmodum arenæ acervus mollis est quanquam granum ejus unumquodque durum est? Sales omnium generum similes sunt Glaciei & fragiles ut Glacies. Etiam ut fiat Aurum Fulminans, dissolvitur aurum ope nitri & salium aliorum, & granum unumquodque Auri Fulminantis per se, si in ignem injiciatur, crepitat, id est, fragoris sonum imitatur. Quare si fiat ut granorum cumulus simul crepitet, necesse est ut fragor magnus sit.

A. Sed antequam Aurum fiat Fulminans dulcificatur (ut Chymistarum verbo utar) id est Sal eluitur, & deinde paulatim desiccatur.

B. Id est, aqua evaporatur, Sal relinquitur, saltem aliquantum, quod siccatum indurescit. Non ergo ab Auro fragor ille, sed à Sale esse potest. Sunt enim pulveres etiam alii quibus Aurum nullum inest, qui tamen calefacti sonum edunt non minorem quam Aurum Fulminans. Chymista quidam nostri temporis affirmat, Quod Sal Tartari, & Nitrum cum paululo Sulfuris mixta, & in pulverem redacta, & calefacta fragorem efficiunt quantum facit sclopetus militaris qui Musquettus appellatur.

A. Videtur mihi operæ pretium facturus qui experiri vellet quantum effectum haberent pulveris istius (Auri inquam Fulminantis) plures simul libræ in magno sclopeto Poliorcetico gradatim à favilla calida calefactæ.

B. Idem sentio.

A. Quid est id quod nubes, ut dicis, congelatas frangit?

B. Quando dies calidi sunt, Sol magnam excitat copiam vaporum tum è mari, tum etiam è locis omnibus palustribus. His vaporibus pendentibus assurgunt alii aliique. Sæpe autem dum pars ascendit, & pars descendit nubes fiunt spissæ & simul cavernosæ, per quas expressus Aër multis in locis transiens, nubes congelat, eo quem sæpiùs dixi modo, indurans.

A. Id concessum antè est. Quæro autem, non unde in Glaciem concrescunt, sed à qua causa postquam durescant diffringuntur.

B. Suppositio hic adhibenda est nova.

A. Non omnia ergo continet pelvis.

B. Quid ita? Suppositio enim quam adjuncturus sum non obstabit,

quæ

quæ hæc eſt, Quod motus ille quem ſuppoſui in Terra, Sole, & Aſtris, eſt etiam in eorum minimis particulis. Nam ſi motus talis in Tellure revera inſit, quare dubitabimus an inſit etiam in ſingulis partibus ejus ſeorſim? Nam totum & partes ejuſdem ſunt naturæ. Si pars aliqua Terræ quantulacunque ſublata eſſet è rerum natura, num ideo motus ille tolleretur in parte reliqua? Si Magnetem frangas, unaquæque pars ejus virtutem totius retinebit quanquam pro ratione magnitudinis diminutam. Cur ergo idem non fiet in particulis Terræ?

A. Supponatur. Atque etiam, Quod ſimul cum aqua (nam video quo tendis) multæ in nubes elevantur à calore Solis Atomi Terreæ. Quid inde ſequitur?

B. Si nubes gravidæ permultæ, aliæ aſcendentes, aliæ deſcendentes, concurrant, faciantque per concurſum concavitates plenas Aëre, & concurſu continuato ſpatia illa cava coarctent, ita ut ab expreſſi Aëris motu fiat Glacies, neceſſe eſt ut Atomi illæ Terreæ quæ aquam non tam facile penetrant relinquantur in illis cavitatibus, minoribus tandem quam pro ratione ſpatii quod illarum motus poſtulat. Itaque alteræ in alteras impingent, & motu inde aucto glaciem ſubitò, modo hic, modo illic rumpent, & ſeſe liberabunt, Tonitrua & Fulgura facientes pro numero carcerum effractorum. Fulgur enim Phantaſia eſt ab actione Aëris in oculum.

A. Sæpe etiam ſereno cœlo nec tonante fulgur vidi, præſertim veſpere.

B. Nimirum, quando nubes & pluvia ſunt infra horizontem in loco unde videri nubes non poterant, nec audiri tonitrua.

A. Nubes congelari primus ſuppoſuit Carteſius, & inde contingere aliquando ut plurima fragmenta glaciei ſitum inter ſe talem habeant, ut tanquam totidem ſpecula plures imagines Solis in oculum reflecterent.

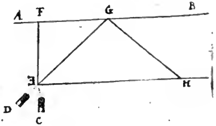
CAP. VII.

Problemata de Motu Perpendiculari & Obliquo; Refracto & Reflexo; de Preſſione & Percuſſione; de Tractione & Pulſione.

A. SI pila à dato puncto parietem feriat Perpendiculariter, & rurſus ab eodem puncto eundem parietem Oblique, quænam erit ratio virium inter ſe quibus parietem urgent? Exempli cauſa, ſit paries A B, datum punctum E, ſclopetus G E, à quo emittatur pila perpendiculariter ad F. Sitque ſclopetus alter D E à quo emiſſa pila incidat in parietem ad G Obliquè, ſed velocitate pari. Quam rationem habebunt inter ſe earum ictus?

 B. Vis

B. Vis ictûs perpendicularis erit ad vim obliquam in ratione rectæ E G ad rectam E F.



A. Qui fieri poteſt ut tanta ſit differentia? Num virium ſuarum tantum perdere in tantillo ſpatio poteſt quantum eſt E G.

B. Minimè. Supponemus enim nullam omnino perire partem velocitatis. Sed cauſa differentiæ eſt, Quod velocitate utriusque pilæ exiſtente æquali altera ad parietem citiùs quam altera perfertur, in ea temporum ratione quam habet E G ad E F. Quanquam enim utriusque pilæ conſideratæ abſolutè volocitas eadem ſit, conſiderata tamen in ipſarum acceſſu ad parietem major eſt illa in E F quam in E G, in ratione ipſarum E F, E G.

A. Quando pila non penetrat parietem, ſed ab eo repercutitur, angulusne idem fit cum pariete dum repercutitur, qui erat cum incideret, ut fieri deprenſum eſt in radiis Solaribus?

B. Si angulos menſuraveris prope parietem, differentia ſenſibilis non erit, quæ alioqui erit ſatis magna. Motus enim pilæ perpetuò à Repercuſſione langueſcit. Quod non fit in Reflectione radiorum Solarium.

A. Quænam eſt cauſa Repercuſſionis? Corpus enim quod procedere non poteſt motum ſuum perdidit. Unde ergo naſcitur motus ille Repercuſſionis?

B. Motus Repercuſſionis ſicut & Reflectionis oritur à parietis Reſiſtentia. Inter Reflectionem Luminis & pilæ conſideranda differentia eſt reſpondens motibus differentibus Preſſionis & Percuſſionis. Actio enim qua reflectitur lumen, eſt Preſſio Aëris, ſive cujuscunque medii Diaphani contra corpus unde reflectitur; quam efficit Sol vel aliud corpus lucens vel illuminatum; nec alia res eſt præter conatum contrarium in reflectente. Vt quando viri duo pectoribus premerent duos baculi terminos, etſi alter alterum non removeret, uterque tamen inveniret in ſeipſo aptitudinem ſatis magnam retrocedendi atque etiam reprimendi quicquid corporis à tergo eſt. Talis eſt natura Reflectionis quantum attinet ad lumen. Iam ſi radii Solares Oblique incidant, actio tamen eſt ad ſuperficiem in quam incidunt perpendicularis. Itaque paries ſive corpus quodcunque Reflectens, reſiſtendo motum illum retrover-

trovertit perpendiculariter, ut ab F ad E, sed à vi quæ est in parallela per E H, quia motus ille parietem non premit, nihil aufert. Atque hoc pacto duo illi motus quorum alter est ab F ad E, alter ab E ad H componunt unum motum in recta G H, quæ facit angulum cum B G æqualem angulo incidentiæ F G E.

Sed in Percussione (qualis est motus pilæ contra parietem) quam primum pila Repercutitur, partem velocitatis suæ amittit, vergetque ad terram suo pondere. Ita ut anguli quos faciunt Incidentes & Repercussi æquales esse non possint, nisi mensurentur prope punctum parietis in quo facta est percussio.

A. Si Tabula erigatur super planum aliquod, etsi dejici facile potest etiam à solo digito pressus, pila tamen à Musquetto eam non dejiciet sed transadiget. Quam ob causam?

B. Dum Tabulam digito dejicis tempus consumitur, dum motus quem parti imprimis quam digito tangis, cæteris partibus omnibus communicari possit. Alioqui enim non dejicietur; totum enim nisi omnibus partibus motis dejici non potest. Pilæ autem Percussio tanta fit celeritate, ut partem in quam incidit ante perrumpat quam ut cæteris partibus quas necesse est simul cadere communicari possit.

A. Ictus mallei clavum profunde in lignum & subito adiget. Quodnam pondus capiti ejusdem clavi impositum, usque ad eandem profunditatem adiget, & quanto tempore? Problema enim est, quod sæpius audivi discussum inter Physicos.

B. Differentia quæ est inter modum quo operatur Pondus & modum quo operatur Ictus, facit ut calculus sit difficillimus. Nam Ictus ad unum quasi punctum ligni, celeritate sua resistentiam cæterarum partium antevertit, unde clavus facilius ingreditur. Sed Pondus nec tempus resistendi prævenit, & resistentiam auget. Sed quantum & quanto tempore illud est, quod determinare impossibile esse puto.

A. Quænam est differentia in Reflectionem & Recursum qualem experimur in tormentis bellicis?

B. Repercussio omnis (proprie loquendo) Recursus est; at non è contrario omnis Recursus est Repercussio. Repercussio semper fit à Reactione corporis percussi; sed Recursus non semper. Recursus enim non fit premendo pulverem nitratum, sed à vi flammæ, quæ accenso pulvere quaquaversum æqualiter movetur.

A. Recursum illum natum esse putâram ab Aëre in Canonem redeunte postquam flamma & pila explosæ essent. Nam ut loci tantum, (quantum vacuum propter explosionem relinqueretur) tam subito Aëre intrante per foramen exiguum illud quo pulvis accendebatur, impleri posse non putâram.

 B. Flam-

B. Flamma illa nihil aliud est præter pulverem ipsum, qui dissipatus in partes minutissimas, videntur (propter splendorem) majorem molem habere quam revera habent. Et ad mensuram qua semper magis dissipantur, plus Aëris per pulveris partes dissipatas subingreditur. Etiam per foramen illud exiguum unde pulvis accenditur, ingreditur Aër. Qui duo motus cum sint in Aëre contrarii, motus ex illis compositus minor erit, quam ut tormentum possint repellere.

A. Audivi asserentes sclopetum magis vel minus justo oneratum pilam semper ita ejicere, ut signum nunquam feriat, sed semper à signi latere aberrare; sed oneratum certa quadam pulveris quantitate, nunquam errare.

B. Quomodo id ita esse possit non intelligo. Quando enim quæ in Causa sunt omnia æqualia sunt, Effectus inæquales esse non possunt. Simul atque pulvis ignescit & antequam pila ejecta sit sclopetus recurrere incipit. Causa ergo esse debet in manu illius qui sclopetum tenet, vel (si sit tormentum bellicum) in terra cui insistit propter inclinationem vel scabritiem. Causam aliam hujus eventus imaginari non possum.

A. Vnde oritur Refractio?

B. Quando actio fit in recta ad superficiem corporis Pressi vel Percussi perpendiculari, Refractio omnino nulla erit. Propagabitur enim actio in linea perpendiculari. Verum si Pressio vel Percussio sit obliqua, refringetur actio in eam partem quam natura corporis per quod actio propagatur determinabit.

A. Quomodo refringitur lumen?

B. Si actio procedat per corpus quod minus, in corpus quod magis resistit, & ad punctum superficiei in quam incidit, rectam ducas perpendicularem, procedit actio non per lineam incidentiæ continuatam, sed in alia, ad perpendicularem convergente.

A. Cur ita?

B. Ostendi ante quod incidentia operatur tantum in perpendiculari. Sed simul atque actio procedit ulterius versus interna, operatur partim in perpendiculari, partim in incidente continuata; propterea quod major jam facta resistentia motum illum in incidente continuata debilitat, & convertit versus perpendicularem.

A. In corporibus diaphanis verum esto. Sed sunt corpora multa per quæ transire lumen omnino non potest.

B. Actio quidem per quam fit lumen, nullum non corpus permeat. Nam Actio hæc Pressio est. Quicquid autem premitur premit id quod proxime à tergo est, & hoc aliud in infinitum. Lumen autem corpora quædam non permeat. Nam partium quorundam corporum internarum tanta est

est inæqualitas & differentia quoad figuras, ut actio in transitu innumeris Refractionibus & Reflectionibus ita debilitetur ut antequam permeaverit, debilior fiat quam ut in Organo videndi visionem producere possit.

A. Si corpus Diaphanum fuerit, & actio propagetur in corpus quod minus resistat (exempli causa) à vitro in Aërem, qua via tendet in illo Aëre?

B. A puncto unde operatio exit, ducatur ad superficiem vitri recta perpendicularis. Actio jam à resistentia quam passa erat liberata, diverget à perpendiculari quantum ad perpendicularem ante convergebat.

A. Quando pila plumbea sclopeto emissa per Aërem penetrat murum terreum, etiamne tunc fiet Refractio versus perpendicularem?

B. Si terra omnis sit ejusdem generis, fiet Refractio versus perpendicularem. Nam etiam tunc motus parallelus in primo ingressu à resistentia debilitabitur.

A. Vnde fit ut pila si in fluvium mittatur valde oblique, penetretque, repercutitur tamen in Aërem?

B. Quando pila valde oblique emittitur, quanquam motus velox sit, accessus tamen ad aquam deorsum tardus est. Et cum accesserit aquam ante se multam pellit cogitque assurgere; quæ aqua pondere proprio statim deorsum tendit; unde fit ut aqua subter ipsam pilam ascendat, idque cum ea vi quæ satis sit descensum pilæ in aqua superare, & sursum pellere, eo modo quo fieri solet in Reflectione.

A. Quo motu (quoniam effectus omnes motui ascribis) ferrum ad se trahit Magnes?

B. Eodem motu quem supposuimus ante in Terra. Quanquam autem partes minimæ terræ omnes talem habeant motum, non tamen suppositum est earum reciprocationes æquales esse, neque iisdem temporibus perfici, neque super polis iisdem, aut parallelis. Nam si ita esset, corpora omnia æqualiter se mutuo attraherent. Nam consensus talis motus, viæ, velocitatis, & polorum fieri non potest absque conjunctione ipsorum in centro motus eorum communi.

Itaque si ferri natura cum natura Magnetis ita conveniat, ut motum similem ejus qui est in Magnete facile recipiat, eo modo quo lyræ chorda recipit motum alterius chordæ similiter tensæ (id quod verisimile est quia Magnes species quædam est mineræ ferreæ) necesse est post motum Magnetis receptum, ut ferrum ad Magnetem (nisi impediat magnitudo ponderis) admoveatur, propterea quod motus eorum dum inter se distant, tempore differentes se mutuò cogent ad centrum aliquod commune. Quod si ferrum ad Magnetem ascendat, opus erit ut aut majore vi, aut majore propinquitate pondus Ferri lapis vincat; tunc vero Ferrum

rum

rum ad Magnetem assiliet, tanta velocitate quanta ab eadem altitudine descenderet ad terram. Sed si tum lapis tum ferrum super aquam natet, attractio visibilis erit in majore distantia, propterea quod impedimentum quod est in pondere aliquatenus removetur.

A. Vnde est quod Magnes dum natat non quiescit, donec se præcise in Meridiano collocaverit?

B. Non se semper collocat in Meridiano, sed ubique fere cum deviatione aliqua. Causam autem esse puto, quod axis motus magnetici parallelus semper est axi Eclipticæ, nimirum axi motus similis in terra, extra quem situm motu suo gaudere non potest.

A. Consensus motuum in Terra & Magnete unde oritur? Credin' illis qui terram aliud non esse dicunt quam magnum Magnetem?

B. Gilbertus, eorum qui de Magnete scripserunt probabiliter primus, sic putavit. Cartesius Tellurem ejusdem naturæ esse censuit cum cæteris Astris (excepta summa ejus scabie non valde profunda) & splendescere. Ego nihil definio. Magnetis autem virtutem oriri credo ab habitu in ipsa minera longissimo tempore acquisito, propter situm in aliquo Meridiano, vel potius in aliquo circulo maximo eorum qui transeunt per Polos Eclipticæ, qui Poli iidem sunt cum Polis motûs similis quem in terra supposuimus.

A. Si ita est, non opus est ut te interrogem cur limatura ferri imposita Magneti in distantia quidem ab ipsius Polis utrinque æquali, jacebit axi parallela, in aliis autem locis inclinabitur ad Polum Magnetis sibi proximum. Nec quare si obelisco ferreo Magnes affricetur ductum continuo, obeliscus ille eosdem habebit Polos. Neque cur Magnes & Ferrum (sive duo Magnetes) super aquam natantes alter ad alterum ita se applicet ut eorum axis sit communis, & Poli similes in eandem regionem spectent; &, per consequens, similes Poli se mutuo repellant. Nam omnia hæc oriri possunt ab unione motuum.

PROPOSITIONES XVI. DE MAGNITVDINE CIRCVLI.

Ad Lectorem Cyclometriæ studiosum Præfatiuncula.

NE multitudine Linearum in Diagrammate, a legendo deterreare, monendus es, Rationem circumferentiæ Circuli ad diametrum demonstratam esse a Constructione prima, constantem ex Lineis satis paucis, & facile distinguendis. Habes ergo quod promittit titulus in duabus primis propositionibus plene præstitum. Si tamen propositionum cæterarum pulchritudo, ut illarum etiam demonstrationes legere & examinare velis, suadeat, à lineis reliquis minorem habebis molestiam, & quanto plus progredieris, tanto semper viam invenies procliviorem.

CONSTRVCTIO I.

DEscribatur quadratum ABCD, & dividatur in quatuor quadrata æqualia à duabus rectis EF, GH se mutuò secantibus in I; ducanturque diagonales AC, BD. Centro A, radio AB ducatur arcus quadrantis BD, secans rectam EF in K, & rectam GH in k, & AC in P; itaque arcus BD sectus erit bifariam in P. Ducatur DK secans AC in O, & producatur ad BC in L. In productâ BC sumatur CM æqualis CL. Item in DC sumatur recta CN æqualis CL vel CM, jungaturque BN, quæ secabit DL in diagonali AC ad O. Ducatur quoque AK secans diagonalem BD in V, & HG in *q*, & EF in *p*, & producatur ad BC in *w*. Per punctum O ducatur recta RS parallela BC, secans AB in R, & CD in S, ducaturque AS secans FE in *u*, & producatur ad ductam DM. Producatur item RS ad eandem DM in Z.

Propositio 1.

Producta AS incidet in M.

Quoniam enim angulus BCN sectus est bifariam à CO; erit ut BC ad CN sive CM, ita BO ad ON. Sed ut BO ad ON, ita est (propter triangula BOR; NOS similia) RO ad OS; & quia anguli OCS, COS sunt æquales, erunt quoque tum rectæ SZ, CS, OS, tum RO, DS, SV (propter triangula KAD, KVO similia) inter se æquales. Quare ut BC ad CN vel CM, ita est DS ad SC. Et componendo ut DS ad DC sive BC, ita est BC ad BM. Sunt ergo BM, BC (sive AB) & DS continuè proportionales. Producta ergo AS transibit per M.

Propositio II.

Recta BM æqualis est arcui BD.

Ducatur per O recta *rs* parallela DC, secans AD in *r* & BC in *s*. Cum ergo sit ut DS ad SC ita BC (id est DC) ad CM, & componendo ut DS ad DC ita BC vel DC ad BM, per præcedentem; erunt B*s*, BC, BM continuè proportionales; atque etiam earum potentiæ, nempe potentia B*s*, potentiæ BC, potentia CM erunt continuè proportionales. Sed potentia BC tripla est potentiæ CL sive CM. Quare potentiæ rectarum B*s*, BC, BM sunt in ratione 3 ad 1 continua. Centro C radio CM describatur arcus quadrantis MN; item radio DS describatur arcus quadrantis ST, & radio SC describatur arcus quadrantis CZ.

Quoniam ergo potentia DC tripla est potentiæ CM, erit potentia arcus ST tripla potentiæ arcus CZ; & arcus BD æqualis arcubus ambobus ST & CZ. Est autem potentia totius arcus BD tripla potentiæ arcus MN; & a tota BM ut semidiametro, descriptus arcus quadrantis M*m* æqualis erit utrique simul arcui BD, MN. Est ergo ut BC (recta composita ex B*s* & *s*C quarum potentiæ sunt ut 3 ad 1) ad arcum BD (compositum ex arcubus ST, CZ, quorum potentiæ sunt ut 3 ad 1) ita arcus BD ad arcum M*m* (compositum ex arcubus BD & MN, quorum potentiæ item sunt ut 3 ad 1.) Sunt ergo recta BC, arcus BD, & arcus M*m* continuè proportionales.

Sed recta BC est semidiameter circuli cujus perimetri arcus BD est pars quarta. Quare recta quæ est æqualis arcui BD erit semidiameter circuli, cujus perimetri arcus M*m* est pars quarta. Est ergo BM æqualis arcui BD.

Coroll. Sequitur hinc rectam quæ æqualis est arcui CZ, radium esse circuli descripti à CM, ideoque arcum CZ æqualem esse rectæ CM, & arcum ST æqualem esse rectæ BC.

Propositio III.

Recta PC dupla est differentiæ inter semidiagonalem & semiradium, eademque media proportionalis inter CM & ipsius semissem.

Diagonalis enim AC dividit arcum BD bifariam in P. Ducatur QP Sinus rectus arcus BP, compleaturque quadratum AQP*x*; & producatur QP ad DC in *o*, & *x*P ad BC in *y*, eritque *oy* quadratum, & H*o* differentia inter D*o* & DH, id est inter semidiagonalem & semiradium. Ducta autem recta LN, erunt anguli CLN, CP*y*, *y*CP, CP*o* semirecti æquales. Transibit autem LN per P; quare erunt L*y*, *y*C, P*o*, C*o*, *o*N, omnes inter se æquales; & unaquæque earum semissis rectæ CL sive CM, eademque æqualis differentiæ inter DC & D*o* vel QP. Est autem C*o* ad H*o*, ut DC ad D*o*, vel ut D*o* ad DH, vel ut CP ad C*o*. Quoniam ergo CL est

eſt æqualis duplæ C*o*, erit CP dupla H*o*, eademque media inter C*o* plus *o*P (id eſt CM) & ipſam C*o*.

L E M M A.

Si numeri integri quotlibet proportionaliter minuantur in ratione 2 ad 1, maximus omnium conſequentibus omnibus cum aſſumpta unitate, erit æqualis. Exempli cauſa, in numeris 16. 8. 4. 2. 1. Conſequentes omnes ſimul ſumpti ſunt 15, cui addita unitas facit. Vt ſit æqualis maximo 16. Item in his 8. 4. 2. 1. Conſequentes ſimulſumpti ſunt 7. quem numerum addita unitas facit æqnalem maximo 8. Quod ſi numeri quotcunque minuantur in ratione 3 ad 1, tunc Conſequentes omnes ſimulſumpti cum dimidio minimi æquales erunt dimidio maximi; ut in his numeris 27. 9. 3. 1. maximus 27 duplus eſt 9 † 3 † 1 addito $\frac{1}{2}$, qui numerus eſt 13 $\frac{1}{2}$ ſemiſſis maximi; & in his 27 † 9 † 3 & addito $\frac{3}{2}$ Conſequentes una cum $\frac{3}{2}$ ſunt ſemiſſis maximi 27. Sin numeri quotlibet proportionaliter minuantur in ratione 4 ad 1 Conſequentes ſimul omnes una cum tertia parte minimi erunt tertia pars maximi, ut in his numeris 16 † 4 † 1 addita $\frac{1}{3}$ Conſequentes ſimul omnes cum $\frac{1}{3}$ faciunt 5 $\frac{1}{3}$, quæ eſt tertia pars maximi 16. Cauſa autem hujuſmodi proportionum obſcura non eſt. Nam numeri biſectione, quamquam infinities biſecti, nunquam devenietur ad nihilum, ſed reſtabit ſemper unitas; neque triſectio perpetua numerum quemquam reducet ad nihilum, ſed reſtabit ſemper pars aliqua

Propoſitio I V.

Quadrata à rectis lineis, quæ æquales ſunt arcui *ab* cæteriſque conſequentibus uſque ad punctum M, ſimulſumpta, æqualia ſunt quadrato ex PC ſive *kp*.

Quadratum enim ex PC latus habet quod eſt medium inter IP & ipſius duplum, id eſt (per 3) inter CM, ſive arcum CZ, & ipſius ſemiſſem. Sed quadratum ex *a b* cum conſequentibus quadratis ex cæteris arcubus omnibus terminatis in *b* M, ſunt (per Lemma præcedens) dimidium quadrati ab arcu CZ. Quare quadratum quod illis omnibus eſt æquale habebit pro latere mediam proportionalem inter arcum CZ, id eſt rectam CM, & ipſius ſemiſſem. Media autem illa eſt ipſa recta PC, nempe dupla rectæ GQ, quæ differentia eſt inter AG & AQ. Dico præterea, quadrata arcuum eorundem una cum quadrato ab arcu CZ dimidium facere arcus ST, ſive rectæ BC; & proinde quadratum quod illis omnibus eſt æquale, habere pro latere rectam AQ mediam inter AB & AG. Coroll. Et propterea quadrata ex omnibus illis arcubus aſſumpto quadrato ab arcu ST (quod quadratum æquale eſt quadrato ABCD) æqua-

E 6 lia

lia esse duobus quadratis simul a radiis AB & AQ, cujus latus erit recta ducta a puncto D ad punctum Q; cujus rectæ DQ quadratum æquale est sex quadratis a semiradio AG; ac proinde ipsam DE ductam, æqualem esse diagonali quadrati cujus latus est, Gk vel Fk, quarum utravis potest triplum ejus quod potest AG. Etiam (propter eandem rationem) quadrata omnia rectarum SZ, Yb una cum consequentibus simul omnibus per rectam SM scandentibus, simul sumpta, faciunt dimidium quadrati a recta DS; & proinde quadratum quod illis omnibus æquale est, pro latere habet mediam proportionalem inter DS, & ipsius semissem. Semissis autem ejus est recta Fu.

Propositio v.

Recta AO est media proportionalis inter AB & quatuor quintas partes ipsius AB. Recta autem DS media est proportionalis inter AB & duas quintas ejusdem AB.

Ducatur AE (secans RO in n) in quam demittatur perpendicularis BX. Quia ergo triangula ABE, AXB angulum habent ad A communem, & angulos ad B & X rectos, erit ut AE ad AB, ita AB ad AX. Sunt ergo AE, AB, AX continuè proportionales. Ductâ autem Xf secante AB in f ad angulos rectos, erunt etiam similia triangula AXB, AfX. Habent enim angulum ad A communem, & angulos ad X & f rectos. Ducto igitur arcu fh secante AC in h erunt tres arcus BP, iO, fh continuè proportionales. Sunt etiam continuè proportionales BM, AB, RO sive DS. Ut ergo arcus BD, sive recta BM ad AE, ita est reciprocè, (propter AB mediam in utroque Analogismo) AX ad RO.

Intervallo AX intelligatur descriptus arcus quadrantis secans AC alicubi; eritque ut arcus BD, ad arcum descriptum ab AE, ita arcus descriptus ab AX ad DS vel RO. Erit etiam ut semissis arcus BD, ad semissem arcus descripti ad AE, ita semissis arcus descripti ab AX, ad RO. Transibit ergo arcus ab AX per punctum O. Sed AO media est proportionalis inter duplam AR, & rectam RO. Est autem eadem AO media proportionalis inter AB & quatuor ejus quintas; & propterea potest vicecuplum ejus quod potest pars quinta radii AB; id est, quadratum ab AO est ad quadratum ABCD ut 4 ad 5. Quare quadratum ab RO est ad quadratum ABCD, ut 2 ad 5.

Coroll. Sequitur hinc, si ducatur recta gd (parallela BC, secans AB in g) illam dg mediam esse proportionalem inter Ag & ipsam dg; & proinde utramuis earum æqualem esse dimidio arcus per BD, id est æqualem esse arcui BP.

Coroll. 2. Quia Ad potest quintuplum ejus quod potest semiradius BE, poterit dg quintuplum ejus quod potest quarta pars radii AB; & ambæ simul

simul in unam rectam compositæ possunt decem semiradios; sequitur eam quæ potest decem semiradios æqualem esse arcui BD.

Propositio VI.

Recta DS æqualis est duabus quintis arcus BD.

Cum enim DS (per præcedentem) media sit proportionalis inter AB vel DC, & duas ipsius quintas, erit arcus ST media proportionalis inter arcum BD & duas quintas partes ejusdem arcus. Sunt autem continuè proportionales duæ quintæ radii AB vel DC, recta DS, recta DC, arcus BD; continuè etiam proportionales duæ quintæ arcus BD, totus arcus ST, & arcus BD. Sed in utroque ordine arcus idem ponitur BD, arcus autem ST æqualis est rectæ DC. Est ergo etiam DS æqualis duabus quintis arcus BD.

Coroll. Semissis ergo rectæ DS æqualis est quintæ parti arcus BD. Quare si semissis DS (id est F*u*) quintuplicetur, tota æqualis erit rectæ BM, & proinde arcus M*m* æqualis est quintuplæ BE. Cum enim arcus ST æqualis sit rectæ AB, erit arcus quadrantis descripti a dimidia DS æqualis rectæ BE, & arcus descriptus a dimidia DS quintuplicata æqualis quintuplæ BE.

Propositio VII.

Semissis arcus BD (nempe BP) recta QP (quæ media est proportionalis inter AB & AG) & RO sive DS sunt continuè proportionales. Quoniam AB media est proportionalis inter arcum BD & rectam DS vel RO, eademque media proportionalis inter AC diagonalem, & ejusdem semissem nempe AI, erit ut arcus BD ad diagonalem AC, ita reciprocè AI ad DS vel RO; & per consequens ut BP semissis ipsius arcus BD ad AI, ita AI semissis AC ad eandem DS vel RO. Sunt ergo arcus BP, recta QP (sive AI) & DS sive RO continuè proportionales. Sunt autem tres arcus BP, *e* O, & *fh* continuè proportionales. Nam B*f* est quinta pars lateris AB, & A*f* quatuor quintæ ejusdem AB, & proinde *fh* est duæ quintæ arcus BD, quam æqualem esse rectæ RO ostensum est in Corollario præcedentis Propositionis. Cum ergo arcus EO medius sit proportionalis inter arcum BP, & arcum *fh*, erit arcus E*o* medius proportionalis inter arcum BS & rectam RO; & proinde æqualis rectæ QP; sunt ergo arcus BP, recta QP, & recta RO continuè proportionales.

Coroll. Quia ergo recta *gd* & arcus BP sunt æquales, erunt *gd*, QP, RO continuè proportionales.

Propositio VIII.

Ut radius BC ad semissem arcus BD, ita est DS vel RO ad semiradium GI. Cum enim RO, AB, BM (sive arcus BD) sunt continuè proportiona-

les, erit ut AB ad femiffem BM (id eft ad arcum BP) ita RO ad GI femiffem lateris BC.

Propositio IX.

Recta AE æqualis eft arcui quadrantis defcripti radio AI vel AQ.

Cum enim arcus quadrantis defcripti radio DS vel RO æqualis fit lateri AB, & R*n* fit dimidia RO, arcus quadrantis defcripti ab R*n* vel ab *n*O erit æqualis femiradio BE. Quare arcus quadrantis defcriptus a fubtenfa A*n* æqualis erit fubtenfæ duarum rectarum AB, BE, id eft, rectæ AE. Oftenfum autem eft quod AE, five A*d* eft media proportionalis inter arcum BD & ipfius femiffem BP; & manifeftum eft arcum quadrantis defcripti ab AQ vel AI medium effe proportionalem inter eofdem arcus BD & BP (cum ipfa AQ fit media proportionalis inter AB & AG) fequitur ergo rectum AE, & arcum quadrantis defcripti radio AQ vel AI effe inter fe æquales.

Propositio X.

Recta CO æqualis eft fubtenfæ arcus BK.

Ducatur fubtenfa BK, & producatur indefinitè. Erunt ergo puncta O & V in eadem recta RO. Triangulum autem OKV eft æquilaterum; & AK, fecabit rectam B*k* bifariam, & ad angulos rectos in *v*. Erit ergo *v*K æqualis ipfi KE. Quare recta BK dividit angulum CBN bifariam; & tum angulus CBK, tum angulus KBN, eft tertia pars anguli EBD. Itaque anguli KBN, NBV funt æquales, & divifi ad angulos rectos in *v*. Sunt ergo latera BK, BV inter fe æqualia. Sed BV æqualis eft OC. Ergo OC æqualis eft ipfi BK fubtenfæ arcus BK.

Coroll. Eft ergo recta SC vel SO media proportionalis inter chordam arcus 30 graduum, & ejufdem chordæ femiffem.

Propositio XI.

Producta BK tranfibit per punctum *d* in diagonali AC, & fecabit rectam SZ, in Z; eritque BZ æqualis diagonali AC vel BD.

Producatur BN ad arcum M *m* in *t*; & a puncto M demittatur perpendicularis M*c*, fecans B*t* productam in *c*. Quoniam ergo recta B*t* & arcus BD, funt æquales, & AK, DM parallelæ, & recta KV divifa bifariam & ad angulos rectos in *v*; recta DM fecabit rectam B*t* ad angulos rectos in *τ*; eruntque D*τ* & *τ*Z æquales. Producta ergo BK incidet in Z. Eft enim ut VK ad K*v*, ita DZ ad Z*τ*.

Rurfus quia radius BC triplum poteft ejus quod poteft CN vel CM, etiam media proportionalis inter BC & femiffem ejus BE, quæ eft recta AI, triplum poterit ejus quod poteft media proportionalis inter CN five CL & femiffem ejus. Semiffis autem rectæ CL oftenfa eft P*o* vel C*o*; & proinde PC media eft proportionalis inter CL & femiffem ejus C*o*.

Sed

Sed BI five AI poteſt triplum rectæ PC, id eſt (propter triangula BCN, BI*d* ſimilia) triplum rectæ I*d*. Tranſit ergo BZ per punctum *d*.

Coroll. 1. Recta G*g* eſt æqualis rectæ BQ. Cum enim æquales ſint PC, I*d*, dempta communi P*d*, reſtabunt IP, C*d* æquales; unde ſequitur G*g*, BQ, quæ ipſis IP, C*d* ſunt æquales utraque utrique, æquales etiam eſſe inter ſe.

Coroll. 2. Recta GQ eſt æqualis rectæ B*g*. Duæ enim G*g*, B*g*, compoſitæ faciunt totam B*g*.

Coroll. 3. EK vel HK æqualis eſt HS. In triangulo enim æquilatero KVO, quia recta VK dupla eſt rectæ EK vel H*k*, etiam recta VO dupla erit ejuſdem EK vel H*k*. Eſt autem eadem dupla rectæ HS, quia IO eſt quadratum cujus latus eſt æquale HS. Itaque juncta S*k*, & producta ad DA in *i* æqualis erit rectæ AO ſive rectæ A *e*.

SCHOLIVM.

Ex iis quæ hactenus demonſtrata ſunt, facile eſt cuiuis rectæ datæ aliam rectam invenire, quæ habet ad illam rationem ſemidiametri ad arcum quadrantis circuli, illa ſemidiametro deſcripti. Exempli cauſa, ſi ſit data recta R*n*, & quæratur recta æqualis arcui quadrantis deſcripti ſemidiametro R*n*, ducatur a centro circuli A, recta A*n*, & producatur ad BM in E, erit BE æqualis arcui deſcripto ab R*n*. Similiter ſi quæratur recta linea æqualis arcui quadrantis deſcripti a lineola *n*V, ducatur AV & producatur ad BM in *w*, eritque E*w* vel EL æqualis arcui quadrantis deſcripti ab *n* V. Item ſi data recta qualibet in recta BM, quæratur arcus circuli ipſi æqualis, invenietur hoc modo. Sit data recta AE; ſumatur in BM recta B*α* æqualis AE, & ab *α* demittatur perpendiculariter recta *α* Ϲ, ſecans AM in Ϲ, & a puncto Ϲ ducatur Ϲ Q parallela lateri BC, erit arcus quadrantis deſcripti ab AQ æqualis rectæ Q Ϲ ſive AE.

Proponatur invenire rectam æqualem arcui quadrantis deſcripti à majore ſegmento lateris AB ſecti extrema & media ratione. Semidiametro AG deſcribatur arcus ſecans AE in *δ*; erit ergo *δ* E ſegmentum majus lateris AB ſecti extrema & media ratione. Ponantur in AB, RO, AD, rectæ A *ζ*, B *ι*, R *η*, A *θ* ſingulæ æquales ipſi *δ* E. Iungaturque *ι* *θ* ſecans AM in *λ*, & RO in *η*, & ducatur recta A *η*, & producatur ad BC in *ε*. Erit ergo recta B *ε* æqualis arcui quadrantis deſcripti radio A *ζ*; (quia eſt, ut BC ad CM, ita R *η* ad B *ε*) Eademque æqualis arcui deſcripto à majore ſegmento A *ζ* nempe arcui *ζθ*, eademque majus ſegmentum rectæ BM diviſæ extrema & media ratione in *ε*; & *ε* M ſegmentum minus.

Sin quæratur magnitudo rectæ B *λ*, quæ eſt diagonalis quadrati à majore

jore ſegmento B*ι*, eademque rectæ BD diviſæ extrema & media ratione ſegmentum majus; cum ex eo quod ſit ſegmentum majus difficulter vel non omnino demonſtrari poſſit, Primò Mechanicè illam comparo cum recta FE vel AB & illam invenio proximè, & ſine differentia ſenſibili, accedere ad magnitudinem rectæ FK, quæ eſt ſinus rectus 60 graduum. Itaque juxta regulam Analyticæ, ſuppono diagonalem B λ eſſe ipſi FK æqualem. Calculum autem in eo. Quadratum ab FK æquale eſt ſedecim quadratis à quarta ſui parte. Ergo quadratum a diagonali BD æquale eſt 32 quadratis a quarta parte lateris AB vel FE.

Et quoniam quadratum à B λ ſupponitur æquale quadrato ab FK, id eſt tribus quadratis à dimidia AB, id eſt duodecim quadratis à quarta parte AB vel EF, erit quoque quadratum à Bλ æquale duodecim quadratis à quarta parte lateris AB; & lateris B*ι* quadratum æquale ſex quadratis à quarta parte ejuſdem rectæ FE.

Fiat ut 32 ad 12, ita 12 ad aliam, quæ erit $4\frac{1}{2}$.

Quoniam ergo BD, B λ, λ D ſunt continuè proportionales, etiam earum quadrata erunt continuè proportionalia. Erit ergo quadratum a λ D minore ſegmento, æquale $4\frac{1}{2}$ quadratis a quarta parte lateris EF. Sumpta ergo D*ϱ* quæ ſit latus quadrati æqualis dimidio quadrato a quarta parte lateris DA, juncta H*ϱ* erit æqualis D λ. Cum enim HD quadratum, æquale ſit quatuor quadratis a quarta parte lateris DA, ducta H *ϱ* erit latus quadrati quod ſit $4\frac{1}{2}$ quadrati lateris DA. Quare potentia rectæ Dλ vel H *ϱ* duplicatæ erit 18, id eſt quadratum à D λ duplicata erit æquale 18 quadratis a quarta parte lateris DA. Potentia ergo rectæ B λ tripla eſt potentiæ B *ι* (cujus quadratum eſt 6) & ſeſquialtera potentiæ FK. Quare ipſæ rectæ Bλ, FK ſunt æquales. Inventa ergo eſt magnitudo rectæ B λ.

Sequitur hinc (per El. 13. Prop. 4.) duplam D λ æqualem eſſe rectæ quæ ſubtendit totam DA & minus ſegmentum A *μ*. Nam quadratum ſubtenſæ illius triplum eſt quadrati à majore ſegmento B λ vel A *ζ*. Quid ad hæc dicturi ſunt qui Euclidem nuſquam erraſſe volunt; Euclides tamen lineæ rationalis extrema & media ratione ſectæ vtrumque ſegmentum lineam eſſe irrationalem dicit, cum & totum quadratum à DA, & quadratum utriuſque ſegmenti, ſint ut numerus ad numerum? Bene quidem ratiocinatus eſt Euclides, ſed falſo uſus eſt Principio illo primo, *Punctum eſt indiviſibile*, & propterea ſectores, & triangula & rectangula minuta, pro lineis rectis promiſcuè ſemper numeravit; adeo vt Elementum decimum ingenii quidem magni ſpecimen, ſed inutile, etiam magna parte incertum reddidit.

CON-

ad fin Probl Phys pag 40 Fig 1

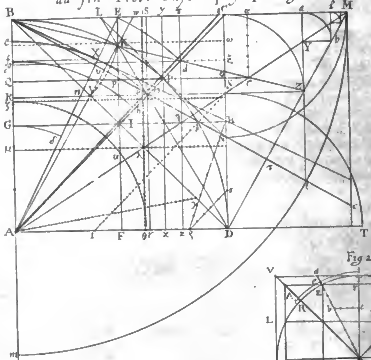
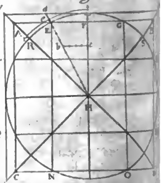


Fig 2



CONSTRVCTIO CVBI.

Sit data recta quæcunque AG. Descriptoque ab ea quadrato ducatur diagonalis AI cujus potentia dupla est potentiæ lateris AG. Rursus è recta ad punctum I erigatur perpendicularis I γ æqualis lateri AG, jungaturque A γ, poterit ergo A γ triplum ejus quod potest AG. Eritque circulus descriptus ab diametro Aγ, circulus maximus in sphæra in quo inscribitur Cubus cujus latus est AG. Eademque æqualis rectæ FK vel G*k*, quæ itidem potest triplum ejus quod potest AG. Similiter quadratum à CL tertia pars est quadrati à BC, & BC diameter sphæræ in qua Cubus à CL inscribitur. Quæ proportio universaliter vera est in omni triangulo rectangulo, cujus angulus unus est tertia pars recti. Itaque DS triplum potest rectæ SO vel RV; & DO potest ejusdem quadruplum. Item AO triplum potest ejus quod potest OC, propterea quod est ut AO ad DS ita CO ad SO vel SC.

Propositio XII.

Arcus quadrantis BD æqualis est lateri Cubi circumscripti una cum latere Cubi inscripti, Sphæræ cujus diameter æqualis est rectæ BC. Si enim descriptus intelligatur circulus centro I, intervallo IE; & Cubus cujus unum quadratum est ABCD. Circulus descriptus centro I radio IE, si intelligatur transire per Cubi centrum, Sphæra in qua circulus ille esset maximus, tanget omnia Cubi latera; & propterea Sphæræ circumscriptus erit. Quoniam autem latus Cubi circumscripti AB potest triplum ejus quod potest CL vel CM; erit Cubus à CM, is qui inscriptibilis est eidem Sphæræ, cujus maximus circulus describitur semidiametro IE. Demonstratur autem ab Euclide Elem. 13. Prop. 15.

Coroll. Sequitur hinc ductam NL esse latus Tetrahedri in eadem Sphæra inscripti. Potentia enim rectæ NL dupla est potentiæ CL; quare potentia BC potentiæ ejusdem NL est sesquialtera; & proinde per Elem. 13. 13. erit recta NL latus Tetrahedri inscripti Sphæræ eidem.

Propositio XIII.

Rectæ AB, A*g*, AR, AG sunt continuè proportionales.

Ostensum enim est (prop. 7.) rectas *gd*, QP, RO esse continuè proportionales. Ostensum etiam est (Prop. 8.) esse ut BC ad *gd*, ita RO ad GI vel AG. Sunt ergo quatuor rectæ AB, A*g*, AR, AG continuè proportionales.

Coroll. Sequitur hinc Cubum à BC duplum esse Cubi ab AG; & Cubum ab A*g* duplum esse Cubi ab AR; & Cubum ab AR duplum esse Cubi ab AG.

Propositio XIV.

Compleatur quadratum A g d z & producatur zd ad BC in π; producaturque gd ad DC in ξ, & inter DC & D ξ ſumatur media proportionalis Dω ; & erit quadratum a Dω æquale circulo deſcripto ſemidiametro AG vel AH. Eſt enim BM æqualis quartæ parti circuli deſcripti ſemidiametro AB, & per conſequens æqualis erit perimetro totius circuli deſcripti a ſemiſſe rectæ AB ; & habebit diametrum æqualem AB. Quare triangulum rectangulum cujus latera circa rectum angulum MBG ſunt BG & BM , erit æquale circulo deſcripto ſemidiametro , quæ ſit ſemiſſis rectæ AB. Huic autem triangulo æquale eſt rectangulum ſub AB & dimidia BM , id eſt rectangulo AB. $z\pi$; Et rectangulo huic æquale eſt quadratum rectæ Dω mediæ proportionalis inter AB ſive AC , & dimidiam BM quæ eſt D ξ.

Propoſitio XV.

Dato quadrato invenire æqualem circulum.

Sit datum (in fig. 2.) quadratum ABDC cui inveniendus ſit æqualis circulus. Secetur latus AB quadrifariam in E, F, & G ; compleanturque quadrata partium, quæ erunt ſedecem inter ſe æqualia ; ducanturque diagonales AD, BC, ſecantes ſe mutuo in centro quadrati ad H. Centro H intervallo HE vel HG ducatur perimeter circuli ſecans AB in E & G , & diagonales in R & S. Secabit autem circulus latera reliqua etiam quadrifariam tranſiens per puncta P, M, O, N, Q & L.

Dico circulum hunc æqualem eſſe quadrato ABDC. Producatur HF ad circumferentiam in T. Si ergo trilaterum AER, contentum duabus rectis AE, AR & arcu ER , æquale ſit trilatero F T E contento duabus rectis EF , FT, & arcu ET , manifeſtum eſt triangulum AHF (nempe partem octavam totius quadrati) æquale eſſe ſectori HRT (octavæ item parti totius circuli ; & ſic de cæteris partibus quadrati & circuli æqualibus. Sin dictorum trilaterorum alterutrum altero majus ſit , circulus quadrato inæqualis erit.

Supponamus ergo trilaterum quidem contentum duabus rectis AE, AR & arcu ER majus eſſe trilatero EFT, contento duabus rectis EF, FT & arcu ET ; illi autem æquale eſſe trilaterum A e r , contentum duabus rectis AE, A r & arcu r e. Erit ergo recta AE major quam A e, & AR major quam A r. Et recta H r major quam HT , & arcus circuli r e non major quam arcus RE. Arcus autem r e producatur donec occurrat productæ HT in t. Itaque trilaterum contentum duabus rectis e F , F t & arcu e t multo major erit quam trilaterum contentum duabus rectis EF , FT, & arcu ET. Quare ſector H r t totius circuli pars octava ſuperat triangulum AHF, octavam partem quadrati ABDC, pluſquam triangulum AHT ſupe-

ſuperatur à Sectore eodem H r t. Circulus ergo per R, e, t major eſt quam quadratum ABDC. Similiter oſtendi poteſt ſi trilaterum AER poneretur minus eſſe trilatero EFT & (per conſequens) H r minor quam HR, circulum deſcriptum radio H r minorem fore quam quadratum ABDC. Sunt ergo æqualia inter ſe quadratum ABDC & circulus cujus ſemidiameter eſt HR. Dato ergo quadrato circulus inventus eſt æqualis.

Propoſitio XVI.

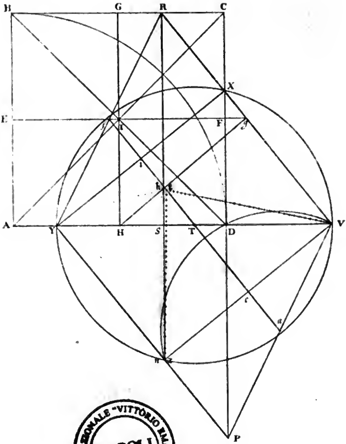
Dato circulo æquale invenire quadratum.

Circulo per R, T, S inveniendum ſit æquale quadratum: ſit datus circulus per R, T, G. Ducatur per T latus unum quadrati illius, quod circulum circumſcribit, nempe XV, dividaturque TV bifariam in d, ducaturque H d quæ ſecabit arcum in E, ita ut ſit ſicut T d ad d V ita FE ad EA; ſed FA dividitur quoque bifariam in E, tranſibit ergo HD per communem Sectionem rectæ FA & arcus TR. Erit ergo circulo per RTG æquale quadratum deſcriptum ſuper latus AB, ut in præcedente Propoſitione demonſtratum eſt.

Potuit ergo Problema hoc demonſtrari ſine ope mediæ proportionalis inter ſemidiametrum & ſemiſſem peripheriæ circuli; niſi aliquando ea quæ prope ſunt, longe quæreremus.

Diagonalis cujuſlibet ex dictis ſedecim quadratis ſubtendit decimam partem totius perimetri circuli, ita ut arcus SG ſit una vigeſima pars ejus, & arcus GTE tres viceſimæ partes, & rurſus ER viceſima pars ejuſdem, & arcus RS quarta pars totius perimetri quinque viceſimæ partes; nam ſi HT ſemidiameter diviſa ſit extrema & media ratione in E, recta HE, majus ejus ſegmentum, æquale erit ſubtenſæ arcus GP, per Element. 14. Prop. 4.

Reddidi jam rationem omnium ferè linearum in figura prima deſcriptarum; circulum quadrato æqualem, & circulo quadratum æquale exhibui; etiam inter totam AB & ſemiſſem ejus, duas inveni medias continuè proportionales, id eſt Cubum duplicavi; quod etiam methodo alia ante feceram, ea nempe quæ ſequitur; non plenioris aut clarioris demonſtrationis cauſa, ſed ut objectiones à Profeſſoribus noſtris Geometriæ publicis, editæ, quàm ineptæ ſint Lectori appareat.



Ad fin. Probl. Phys.

DUPLICATIO CUBI.

Sit (in fig. 1.) data A V, secta in D, ita ut A D sit dupla D V.
Quadratum ab A D majore segmento sit A B C D.
Sit tum B R tum A S æqualis semidiagonali A I.
Producatur C D in P, ita ut D P sit æqualis A D.
Ducatur R S & producatur.
Fiat S Y æqualis D V, & jungantur R Y, P V.
Ergo rectæ R Y, P V erunt parallelæ & æquales.
Connectantur P Y, V R secans D C in X.
Ergo P Y, V R sunt æquales, & P Y R V parallelogrammum.
A puncto V ad rectam P Y ducatur perpendicularis V Z.
Et divisâ P V bifariam in *a*, radio *a* V vel *a* P describatur semicirculus qui transibit per D & Z.
Ergo anguli Y Z V, Z V X sunt recti.
Divisis A D, D C bifariam in E & F, ducta E F secabit R Y bifariam in *f*.
Ducatur *a f* secans Y V in T, & Z V in *e*.
Ergo *a f* dividit parallelogrammum P Y R V bifariam, & sunt tres rectæ P Y, *a f*, V R æquales & parallelæ.
Ducatur *a* Z, quæ est æqualis *a* V.
Ergo V Z divisa est bifariam & ad angulos rectos in *e*.
Etiam D S divisa est bifariam in T.
Ergo circulus descriptus radio T V vel T Y transibit per Z.
Iungatur Y X secans *a f* in *i*. & *i* T dimidio Y Z, eademque dimidia X V, & Y Z, X V æquales. Secta autem est P X à recta *a* T bifariam, quia *f i* est dimidia R X.
Et anguli V X Y, Z V X in semicirculis recti.
Ergo anguli P Y X, Y X V sunt recti.
Ergo Z Y X V est Rectangulum. Et triangula D P Y, D Y X, D X V sunt rectangula, & æquiangula.
Et quatuor rectæ D P (sive A D) D Y, D X, D V continuè proportionales.
Et Cubus ad D X minore Mediarum, duplus Cubi à D V. Itaque inventus est Cubus duplus Cubi à D V. Quod erat faciendum. Sequitur hinc Cubum ad A D duplum esse Cubi à D Y, id est, ut 8 ad 4.
Praxis facillima est. Nam descripto quadrato A B C D, & sumpta A S, Sinu 45 graduum; & divisa S D bifariam in T, circulus centro T, intervallo T V descriptus transibit per X Y Medias quæsitas. Vel

 sic,

ſic, à puncto S ducatur perpendicularis ſecans ſemicirculum deſcriptum radio *a* V, iterum in Z, & P Z producta incidet in Y, punctum quæſitum. Eſt enim angulus V Z P in ſemicirculo rectus.

Contra hac objiciunt Algebriſtæ duos Calculos Arithmeticos, quorum primus eſt Iohannis Wallisii *Profeſſoris Geometriæ Savilianus in Academia* Oxonienſi, *talis.*

Ponamus D V--1, adeoque D A vel D P--2. Cum itaque ſunt ejuſdem Circuli, tum A D radius, tum A S ſinus graduum 45; erit A S--$\sqrt{2}$; & S D--2—$\sqrt{2}$; & T D--1--$\frac{1}{2}\sqrt{2}$. Adeoque T V--2---$\frac{1}{2}\sqrt{2}$; & D Y--3—$\sqrt{2}$; & D X--$\sqrt{:3-\sqrt{2}}$. Ideoque tribus D V, D X, D Y quarta proportionalis (quam quidem abſcindet Y Z recta ad rectam D P continuata) erit 3—$\sqrt{2}$ in $\sqrt{:3-\sqrt{2}}$, hoc eſt 1,997 ferè; minor quam D P--2. Adeoque Y Z producta occurret rectæ D P, non quidem in puncto P, ſed in puncto aliquo inter P & D. Et conſequenter, cum ſit X Y Z angulus rectus, erit X Y P recto major.

Ad Calculi hujus examinationem, notanda eſt differentia inter Arithmeticorum Multiplicationem, & Ductionem Geometrarum, ſatis per ſe ſine demonſtratione Mathematicis cognita.

Arithmetici Quantitates, aliaſque res omnes multiplicant, Multiplicandum ſemel vel ſæpius numerando. Quæ Multiplicatio nihil aliud eſt quàm æqualium quatenus æqualium Additio.

Itaque numerus ſic factus Speciem Numerati non mutat; cum numerus Linearum ſint ſemper Lineæ, Planorum ſemper Plana, & Solidorum Solida, & rerum res ejuſdem generis.

Geometrarum Ductio ſemper eſt Ductio Lineæ in Lineam, vel in Superficiem. Nimirum Lineæ in Lineam ut fiat Superficies, Lineæ in Superficiem, ut fiat Solidum. Nam ultra Solida non progreditur Geometra, qui Surdoſolida, Quadrato quadrata, Quadraticubos, Cubicubos non agnoſcit. Speciem ergo Ductio Geometrica ſemper mutat, faciens ex Lineis non Lineas, ſed Superficiem; & ex Linea in Superficiem non Superficiem ſed Solidum.

Præterea Geometrarum Quadrata, Cubi, & Solida, ſunt verè Quadrata, & Cubi, & Solida. Arithmeticorum autem Numeri Quadrati, Numeri Cubi, Numeri Plani, Triangulares, Pyramidici, figuræ non ſunt, ſed propter ſimilitudinem aliquam in ſitu punctorum ſic appellati; nec Ductio Lineæ in Lineam Multiplicatio unquam rectè dicitur, niſi Linea Multiplicanda toties ſumatur, quot ſunt in Linea Multiplicante puncta, id eſt, niſi infinities ſumatur, ut fiat Superficies. Itaque qui multiplicat

Lineam

Lineam per Numerum, Superficiem non facit; nec qui Superficiem per Numerum Multiplicat faciet unquam Solidum. His positis, Calculum examino. D Y, in figura prima, æqualem esse triplæ D V minus latere Quadrati æqualis duplo Quadrato à D V, rectè quidem vidit, & proinde æquatio illa D Y—3-- √ 2 vera est. Sed proxima æquatio, D X-- √ : 3— √ 2 insana est. Causa autem quare veram esse credidit hæc est. Posuerat initio D V--1. Quoniam ergo D V, id est, 1. D X. 3— √ 2 sunt continuè proportionales, Multiplicatis inter se extremis 1 & 3-- √ 2, media id est D X, erit Radix producti, id est √ : 3— √ 2. Nam in Multiplicatione Arithmetica Unitas nihil mutat. Sed Linea D V Multiplicata in D Y Lineam, facit rectangulum, inter cujus latera D Y, D V, medio proportionalis est D X.

Quia ergo D V æqualis est 1, erit rectangulum sub D Y, D V æquale sui ipsius lateri, id est (ut notavi supra) D Y infinities sumpta æqualis est eidem D V semel sumptæ. Quod mihi quidem videtur insanum, sed Lectoribus nolo præjudicare.

Deinde, quod dicit 3— √ 2 in √ : 3— √ 2 esse tribus D V, D X, D Y in ratione continua quartam, & æqualem 1, 997 ferè, nimirum quarum partium A D est 2. Vel 1997 quarum A D est 2000, impossibile est, cum uterque Factor sit Linea, nec numerum Linearum faciunt, sed Superficiem.

Secundus calculus est Professoris Geometriæ in Collegio Greshamensi talis:

Ponatur A B, sive A D--2.
Erit D F sive D V--1.
ergo A V--3.
B R sive A S-- √ 2.
Ergo S V sive Y D--3--- √ 2.
Cubus A D———---8.
Cubus D Y---45--- √ 1682--- 4 ferè.
Nam 45--- √ 1681---4.
Est ergo D Y paulo minor majore mediarum inter A B--P D, & D V--D F.

In hoc calculo, si verborum sequamur sonum, Unitas non mutatur, sed (ut in Arithmetica fieri debet & solet) servatur semper eadem, nempe D V. Applicata ergo ad calculum Cubi, multa habet absurda.

Primum, quod positâ rectâ A D--2, facit Cubum ab A D--8. Hoc est Cubum sui lateris quadruplum.

Secundum, quod facit Cubum à D Y--45 Cubis à D V-- √ 1682.

 qua-

quadratis ab eadem D V. Et, per consequens, (additis utrinque √ 1682) Cubum à D Y + √ 1682--45 Cubis à D V ferè, id est, quatuor Cubos æquales quadraginta quinque Cubis ab eadem recta ferè.

Nam √ 1682, cum sit Linea, Cubo à D Y nihil addit.

Tertio facit √ 8 æqualem Cubo à Semidiagonali A S, id est, Diagonalem A C æqualem Cubo à sui ipsius dimidio.

Verum si Unitas mutari intelligatur, ut sit primo *Vna Linea*, deinde *Vnum Planum*, postremò *Vnum Solidum*, (quanquam etiam sic æquatio illa maneat absurda, 45-- √ 1681--4, Id est linea æqualis 45 Cubis, falsitatem indicans) ad veritatem propè quidem accedet calculus, non tamen ut attingat, atque ea de causa non attingat, quia est verus. Quod sic ostendo:

Quoniam D Y--3 D V-- √ 2, & A S-- √ 2; ducatur Cubicè D Y-- A S ut sequitur.

D Y------A S
D Y------A S

D Y in A S
D Y q---D Y in A S + A S q

D Y q--2 D Y in A S + A S q
D Y ---- A S

——2 D Y q in A S---2 D Y in A S q---A S c
D Y c--D Y q in A S-----D Y in A S q

D Y c--3 D Y q in A S-----3 D Y in A S q---A S c

In hac Cubicatione, A S semel tantùm ducitur in D Y, cum sit Linea, & communis omnibus Cubi complementis, nec auget quadrata, nec propterea producti Cubi est pars. Quando vero A S convertitur in numeros, numeri illi erunt Cubi sic facti partes, eædemque ter numeratæ, unde differentia illa parva quæ est inter √ 1682 & √ 1681 est Planum, non Linea, sicut & cæteræ partes omnes Lineæ A S. Necesse ergo est ut computatio in numeris faciat Cubum paulò majorem quam revera est, & ut √ 1682 sit numerus Solidorum. Et quoniam A S est quantitas *negata*, apparebit Cubus à D Y numeris æstimatus, justo minor. Calculus ergo in numeris ubi linea quæcunque sumitur pro Unitate (cum linea divisibilis sit in semper divisibilia, Unitas autem divisibilis non sit) necessariò falsus est, & proinde ad confutandum aut confirmandum calculum Geometricum inutilis.

F I N I S.

QVADRATVRA CIRCULI, CVBATIO SPHÆRÆ, DVPLICATIO CVBI,

Una cum Responsione ad objectiones Geometriæ Professoris Saviliani Oxoniæ editas Anno 1669.

Authore THOMA HOBBES Malmesburiensi.

Ad Sereniſſimum Principem

COSIMUM

MAGNUM-PRINCIPEM

ETRVRIÆ,

Epiſtola Authoris Dedicatoria.

QUo tempore (MAGNE PRINCEPS) Celſitudo tua cum dignitate ſua ſumma, & populi univerſi plauſu Anglorum terram, Urbes, ſcientiarumque domicilia illuſtrabat; recentem à prælo opellam hanc Celſitudini tuæ (humanitatis ſuæ radiis etiam ad me penetrantibus excitatus) cupiebam dedicare; ſed antequam id facerem, æmulorum meorum reprehenſiones expectandas eſſe cenſui, certus niſi refellerent, non indignum fore quantocunque patrocinio hoc munuſculum. Prodiit autem nuperrimè refutatio ex Academia Oxonienſi; typis Academicis, Authore, Geometriæ publico Profeſſore; argumentis Arithmeticis. Illius ergo meiſque collatis rationibus, quæ in Titulo operis pollicitus ſum, confirmare de-

beo; & facio accuratè in libello hoc quem tibi nunc offero, brevem ut occupato; tibi ut certaminum hujusmodi incorrupto, nec imperito Judici. Scio Philosophiam seriam unicam esse (quæ versatur circa pacem & fortunas Civium) Principalem; cæteras nihil esse præter ludum. Ludimus enim otiosi, in Nominibus Grammatici, in Syllogismis Logici; in Sonis Musici; in Numeris Arithmetici; in motu Physici; in Figuris Geometræ, dum otium nostrum negotia tuentur Principum. Nec tamen nihil agere videmur nobismet ipsis. Prædia sunt Geometris Problemata, possidentque ea plerique quasi Iure Feudali ab antiquis Geometriæ Dominis Euclide, Archimede, aliisque per servitudinem & pertinaciam. Schola illis Prætorium est, ubi verum constituunt suo arbitrio. Iure occupationis Inventum novum non acquiritur, nimirum, quod quisque Ingenii sui proprium opus esse judicavit, si parum festinanti præripiat alter, Injuria est. Legem hanc, supercilio damnari, iniquam non patior. Ratio, si afferatur, vincat. Sed Lectori neque intellectum neque patientiam præstare debeo. Itaque provoco ad exteros, atque etiam ad posteros sub tuo (MAGNE PRINCEPS) nomine, cui quæ cupis omnia Deus comprobet, & quæ agis secundet.

Serenissimæ Celsitudinis tuæ

Servorum humillimus,

THOMAS HOBBES.

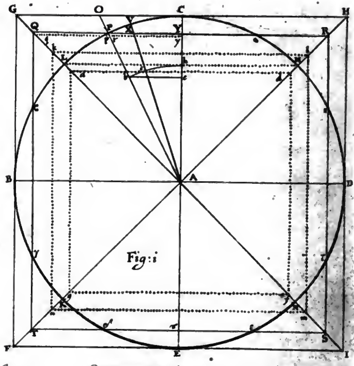


Fig:1

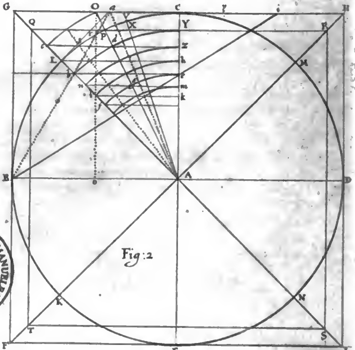


Fig:2

QVADRATVRA CIRCVLI.

PROP. I.

Circulo dato Quadratum invenire æquale.

SIt (in Figura prima) Circulus datus BCDE, cujus centrum A, divisus quadrifariam à diametris BD, CE. Circulo huic circumscribatur quadratum FGHT, quod tangit circulum in punctis B, C, D, E. Ducantur diagonales GI, HF secantes circulum in punctis K, L, M, N. Secetur semilatus CG bifariam in O, ducaturque AO secans circulum in P. Per punctum P ducatur recta QR parallela GH, secans AG, AH in Q & R, & AC in Y, compleaturque quadratum QRST. Dico quadratum QRST æquale esse Circulo BCDE dato.

Quoniam enim recta CG secta est bifariam in O, & triangulorum ACG, AYQ bases CG, YQ sunt parallelæ, etiam basis YQ secta est bifariam in P, & proinde triangula AYP, APQ sunt æqualia.

In arcu LC sumatur arcus LV æqualis arcui CP, ducaturque AV, secans YP in X.

Jam APL + PQL + CYP = AVL = ACP (quia APL + PQL = AYP.) Nam ACV + AVP = ACP = AVL.

Quare APL + PQL + CYP = ACV + AVP.

Ablatis igitur utrinque æqualibus APL, ACV, restant PQL + CYP = AVP.

Quoniam ergo AVP Sector additus Sectoribus duobus ACV, APL facit integrum Sectorem, ACL; etiam duo trilinea PQL, CYP addita Sectoribus iisdem ACV, APL facient quantitatem æqualem Sectori integro ACL.

Iam trilineum PQL additum Sectori ALP facit triangulum APQ. Et (quia ALP, ACV Sectores sunt æquales, & triangula AYP, APQ æqualia) trilineum idem PQL additum Sectori ACV facit triangulum AYP.

Si ergo PQL, CYP sunt æqualia, totum triangulum AYQ æquale erit Sectori integro ACL. Sin PQL sit majus vel minus quam CYP, triangulum AYQ erit majus vel minus Sectore ACL. Aut ergo in triangulo ACG triangulum rectangulum, cujus vertex sit A, æquale Sectori ACL sumi nullum potest, aut PQL, CYP sunt æqualia. Nam, si ACV,

 ALP,

ALP, æqualibus addatur dimidium Sectoris vtrinque, fient duo triangula Sectori ACL æqualia. Itaque quantum trianguli alterius, erit intra circulum, tantum alterius erit extra. Quod fieri impoſſibile eſt præterquam in concurſu rectæ AO cum RQ, & CL, ad P. Alioqui enim aut triangulum aut quantitas AVP non dividetur bifariam.

Aliter, Directè.

Sector ACP ſuperat Sectorem ACV quantitate AVP. Ergo ACP ſuperat triangulum AYP quantitate AVP — CYP. Superat autem quantitate ipſa CYP. Sunt ergo AVP — CYP & CYP æqualia.

Addito ergo utrinque CYP, erunt AVP & 2 CYP æqualia. Et quia AVP æqualis eſt ambobus ſpatiis PQL, & CYP, erunt PQL & CYP æqualia.

Aliter, Directè.

Trilineo CVP ablato à Sectore AVP, reſtat triangulum AXP. Ergo trilineo toto CYP ablato ab eodem Sectore AVP, reſtabit triangulum AYP.

Ergo Sector ACP ſuperat triangulum AYP quantitate AVP — CYP. ſed AVP — CYP eſt æquale PQL.

Itaque Sector ACP ſuperat AYP quantitate PQL. Ergo CYP & PQL ſunt æqualia. Addito ergo vtrinque CYP, erunt AVP & 2 CYP æqualia. Et eſt ergo Sector AVP duplus trilinei CYP. Cum igitur idem AVP æqualis ſit ambobus trilineis PQL & CYP, erunt ipſa PQL & CYP inter ſe æqualia. Quorum alterum PQL totum prominet extra Sectorem ACL, alterum nempe CYP totum in eodem Sectore ACL eſt immerſum.

Quare triangula AYP, APQ ſimul ſumpta, id eſt octava pars totius quadrati QRST, æqualia ſunt duobus Sectoribus ACP, APL ſimul ſumptis, id eſt octavæ parti totius circuli BCDE dati; & totum quadratum QRST æquale circulo integro BCDE.

Aliter.

Si triangulum rectangulum AYQ Sectori ACL æquale non ſit; ſupponatur triangulum aliud (primò) minus quam AYQ ſed ſimile, habens verticem in A; latus aq, & baſim yq, æquale eſſe Sectori

ctori ACL. Basis autem γq secet arcum CL in p, & rectas AO, AG in r & q.

Quoniam igitur triangulum A γq æquale est (ut supponitur) Sectori ACL, erunt trilinea q L p, C γp æqualia. Et quia supponitur q L p dimidium esse Sectoris AVP erit sector ACV una cum trilineo C γp æquale Sectori ALP una cum trilineo q L p idemque æquale triangulo A $q r$. Rursus quia triangulum A γq æquale est Sectori ACL, erunt trilinea q L p & C γp æqualia, & ambo simul æqualia Sectori AVP. Et proinde ACV + C γp æquale dimidio Sectori ACL, id est triangulo A γr. Totum parti; quod est absurdum. Similiter Sector ALP una cum trilineo q L p æquale erit triangulo A qr id est pars toti. Quod est absurdum.

Si A γq sumeretur supra triangulum AYQ idem sequeretur absurdum. Est ergo triangulum ipsum AYQ æquale Sectori ACL. Id est octava pars quadrati QRST, duobus Sectoribus ACP, APL simul sumptis, id est octavæ parti totius circuli BCDE dati; & totum quadratum QRST æquale circulo integro BCDE.

Inventum est ergo Circulo dato Quadratum æquale.

Cor. Si Centro A semidiametro A b, quæ sit media proportionalis inter latus AC & ipsius dimidium, describatur arcus circuli secans AO in b & AV in c, & AC in h, erit tum Sectorculus A $b c$, tum quadrilineum VP $b c$, æquale trilineo CYP. Præterea, si à puncto b ad latus AC ducatur perpendicularis $b e$, erit trilineum $h b e$ dimidium trilinei CYP.

Coroll. 2. Sequitur etiam, Excessum quadrati ABGC supra quadrantem ABC esse ad excessum quadrantis ejusdem supra dimidium quadrati ABGC ut 2 ad 3.

Ducta enim à puncto L ad latus AC perpendiculari L h, erit triangulum AL h dimidium trianguli AGC.

Jam triangulum AGC ad triangulum AYQ est ut 5 ad 4.

Ergo trapezium CYQG est 1, quorum triangulum AGC est 5, & triangulum AYQ, 4, & triangulum ALh $1\frac{1}{2}$. Et quia triangulum AYQ Sectori ACL est æquale, triangulum AGC est 5, quorum Sector ACL est 4.

Ergo trilineum CLG est unum, quorum Sector ACL est 4; idemque trilineum CLG æquale est trapezio CYQG.

Quoniam ergo triangulum ALb est $1\frac{1}{2}$, quorum trilineum CLG est 1, & trilineum CLBG (ipsius CLG duplum) 2 (qui est Excessus quadrati ABGC supra quadrantem ABC) & trilineum CL h duplicatum (nempe excessus quadrantis ABC supra AL h duplicatum) erit 3, quorum trilineum CLBG est 2. Est ergo excessus quadrati ABGC supra quadrantem ad

ex-

excessum quadrantis supra dimidium quadrati ABGC, ut 2 ad 3. Quod erat demonstrandum.

CVBATIO SPHÆRÆ.

PROP. II.

Sphæræ cujus diameter est CE *æqualem invenire Cubum.*

SI enim (supposito quod planum quadrati FGHI sit in Horizonte) erigantur in punctis C, Y, P, Q, L, Є, B, γ, T, K, δ, E, π, ε, S, N, ζ, D, η, R, M, θ, perpendiculares altitudine quanta est recta AC supra Horizontem; planum ductum per illarum terminos erit quadrato FGHI parallelum; & distinctum partibus iisdem quibus distinguitur quadratum ipsum FGHI in dictis punctis. Atque idem continget si eædem perpendiculares productæ sint ad eandem altitudinem AC infra Horizontem.

Similiter si in punctis Q, P, θ, R, η, ζ, S, ε, δ, T, γ, Є, in altitudine AY erigantur perpendiculares supra Horizontem, planum ductum per illarum terminos erit quadrato QRST parallelum. Atque idem continget etiam infra Horizontem, eruntque facti duo Cubi quorum latera sunt GH & QR. Super centrum A constituatur quadratum *adfg* æquale duabus tertiis totius quadrati GHIF. Quoniam ergo quadratum QRST æquale est circulo BCDE; si ad puncta Q, R, S, T, erigantur rectæ perpendiculares quarum unaquæque æqualis sit diametro CE, fiet solidum rectangulum æquale Cylindro constituto in eadem altitudine CE.

Hujus Cylindri duæ tertiæ æquales sunt (per Archimedem) Sphæræ à diametro CE; nempe Parallelipipedum rectangulum cujus altitudo est *ag*, & duæ dimensiones reliquæ sunt TR & QR, æquale erit sphæræ. Inter latus TQ, & altitudinem *ag* sumatur media proportionalis *kn*, compleaturque quadratum *klmn*. Quoniam ergo latera TQ, *kn*, *ag* sunt continuè proportionalia, erit quadratum *klmn* æquale rectangulo sub TQ, *ag*. Quare quadratum *klmn* ductum in suum latus *kn* æquale erit solido sub TQ, *kn*, *ag*. Quoniam ergo ratio quadrati *akn* ad quadratum *abag* duplicatæ est rationis quam habet altitudo *kn* ad *ag*, & altitudo TQ ad altitudinem *ag* duplicatam habet rationem ejus quam habet altitudo TQ ad altitudinem *kn*, erunt bases solidorum sub TQ, *kn*, *ag* & altitudines eorundem solidorum reciprocæ. Quare (per Eucl. El. 11. prop.

prop. 34) cubus à kn, & solidum sub TQ & quadrato ab ag sunt æqualia. Sed solidum sub TQ & quadrato ab ag æquale est sphæræ cujus diameter est CE. Quare Cubus à kn æqualis est Sphæræ eidem. Inventus ergo est Cubus Sphæræ æqualis.

PROP. III.

Invenire rectam æqualem arcui C L.

REpetatur in Fig. 2ª pars Figuræ primæ, in qua quadratum QRST æquale est circulo BCDE. Centro A, intervallo AY describatur arcus circuli secans AO in d, & AG in b; & per punctum d ducatur recta Zc parallela GC secans AC in Z, & AG in c.

Dico rectam Zc æqualem esse arcui CL.

Nam CG, YQ, Zc sunt continuè proportionales. Et (per Archimedem de Dimensione Circuli) triangulum rectangulum cujus latus unum circa angulum rectum æquale est perimetro circuli, & latus alterum æquale semidiametro, æquale est totius circuli areæ.

Ergo rectangulum sub semiperimetro & radio æquale est areæ ejusdem circuli.

Ergo rectangulum sub parte quarta perimetri & radio æquale est areæ semicirculi BCD.

Ergo rectangulum sub octava parte perimetri & radio, id est rectangulum sub AC & arcu CL, æquale est areæ quadrantis ACB.

Ergo quadratum à media proportionali inter AC & arcum CL æquale est areæ quadrantis ejusdem ACB.

Sed quadratum ab YQ æquale est areæ quadrantis ACB.

Ergo YQ est media proportionalis inter AC vel CG, & arcum CL.

Sed YQ est media proportionalis inter CG & Zc.

Ergo Zc æqualis est arcui CL sive octavæ parti totius perimetri BCDE, id est semissi arcus CB.

PROP. IV.

Si in latere CG producto sumatur G i dupla rectæ Z c, jungaturque B i secans AC in e; erit arcus quadrantis descripti radio A e æqualis lateri GC.

CUm enim recta Zc æqualis sit arcui CL, erit recta Gi æqualis arcui BC. Sunt autem triangula BGi, BAe similia. Quare ut Gi ad BG,

ita BA (id est BG) ad A*e*. Sed G*i* æqualis est arcui quadrantis descripti radio BG. Quare latus BG æquale est arcui quadrantis descripti radio A*e*.

Sequitur hinc arcum *ef* secantem AG in *f*, & AO in *g* æqualem esse semissi lateris AC, & esse ad rectam Z*c* ut radius ad quadrantem suæ perimetri.

PROP. V.

A puncto L *ducatur recta* Lh *parallela lateri GC secans AC in* h; *&* e b *parallela eidem lateri GC, secans AG in* b, *& AC in* e. *Dico jam tres rectas* Zc, hL, *e b sive AZ, Ah, Ae esse continuè proportionales.*

CVm enim G*i*, AC, *eb* sint continuè proportionales, item AG, AC, *h*L continuè proportionales, & AC utrobique media, erit ut G*i* ad AG ita reciproce *h*L ad *eb*. Quare ut G*i* ad AG (id est Z*c* semissis ipsius G*i* ad *h*L semissem ipsius AG) ita *h*L ad *eb*.

Sunt ergo Z*c*, *h*L, *eb* sive AZ, A*h*, A*e* continue proportionales.

Constat hinc rectam AQ æqualem esse duplæ *eb*.

Constat præterea arcum Z*n* ductum à radio AZ & terminatum in AG, & rectam L*h* secare rectum AO in uno & eodem puncto; alioqui non essent Z*c*, *h*L, *eb* continue proportionales.

PROP. VI.

Vt latus CG vel AC, ad Zc sive AZ, ita est Ae ad semissem lateris CG vel AC.

SEcetur enim AC bifariam in *k*, ducaturque *kl* parallela CG secans AG in *l*. Quoniam ostensum est G*i*, CG, A*e* esse continue proportionales, erit ut GC ad semissem G*i*, ita A*e* ad semissem lateris CG, id est ut AC vel CG ad Z*c* vel AZ, ita A*e* vel *eb* ad A*k* vel *kl*.

PROP.

PROP. VII.

Quadratum ab AZ vel Zc æquale est decem quadratis à quarta parte lateris AC.

QVadratum enim ab AO æquale est quinque quadratis à semi-radio CO, id est viginti quadratis à quarta parte AC. Sed AO, Ac sunt æquales. Quare quadratum ab Ac æquale est viginti quadratis à quarta parte AC. Sed quadratum ab Ac duplum est quadrati ab AZ vel Zc. Ergo quadratum ab AZ vel Zc æquale est decem quadratis à quarta parte lateris AC.

Coroll. Quadratum à Gi quadruplum est quadrati ab AZ, & proinde quadratum à Gi æquale est 40 quadratis à quarta parte lateris AC.

PROP. VIII.

Viginti quinque quadrata à quinta parte arcus BC vel rectæ Gi æqualia sunt decem quadratis à semi-radio CO.

NAm viginti quinque quadrata a quinta parte arcus BC æqualia sunt quadrato ab ipso arcu BC sive à recta Gi, id est (per præcedentem) decem quadratis à semi-radio CO; vel (quod idem est) 40 quadratis à quarta parte lateris AC.

Corollarium.

1. Decem quadrata à quinta parte arcus BC sunt æqualia quatuor quadratis à semi-radio CO, id est ipsi quadrato ab AC; quia est ut 25 ad 10 ita 10 ad 4.

2. Item quadratum à duabus quintis arcus BC æquale est quadrato ab Ae, quia est ut 25 ad 10, ita 10 ad 4, & sunt arcus BC, radius AC, & recta Ae, continue proportionales.

3. Item arcus quadrantis descripti à Gi ut semi-diametro æqualis est quintuplo semi-radio CO.

Quadratum enim ab AC ad quadratum ab arcu BC est ut 4 ad 10, ratio autem 4 ad 10 semissis est sive subduplicata rationis 4 ad 25, quare

 arcus

arcus descriptus à G*i* erit latus quadrati quod est æquale viginti quinque quadratis à semiradio CO, quia quadratum ab AC, & quadratum à G*i*, & quadratum à quintupla CO sunt continue proportionalia.

4. Item quintupla CO, recta G*i*, recta CG, recta A*e*, & $\frac{2}{5}$ radii AC sunt continue proportionales.

Quorum enim G*i* potest 25, eorundem AC potest 10. Quorum ergo AC potest 25, eorundem A*e* potest 10. Est ergo A*e*, media proportionalis inter AC & duas quintas ejusdem.

Ergo quintupla CO, recta G*i*, &c.

5. Eadem A*e* æqualis est duabus quintis arcus BC. Nam quadrata à G*i*, AC, A*e*, sunt ut $\frac{25}{25}$, $\frac{10}{25}$ & $\frac{4}{25}$. Quare latus A*e* est $\frac{2}{5}$ arcus BC.

Notandum quod rectæ G*i*, Ac, A*e* dupliciter æstimantur, uno modo per partes arcus BC, alio per partes radii AC.

P R O P. IX.

Si à puncto n *ducatur recta* nm *parallela CG secans AC in* m; *Dico septem rectas AC, AY, AZ, A* h, *A* e, *A*m, *A*k, *esse continuè proportionales.*

CVm enim AC, AY, AZ sint continue proportionales per constructionem; ostensumque sit AZ, A*h*, A*e* esse continue proportionales; positis ordine quantitatibus AC, AY, AZ, A*h*, A*e*, ratio AC ad A*e* erit (per Eucl. 14. 28.) duplicata rationis AY ad A*h*. Sed ratio AY ad AZ subduplicata est rationis AC ad AZ. Quare ratio AY ad AZ eadem est cum ratione AZ ad A*h* vel A*h* ad A*e*. Sunt ergo AC, AY, AZ, A*h*, A*e* continuè proportionales. Rursus, quia AC, A*h*, A*k* sunt continue proportionales (nam A*h* æqualis est dimidiæ diagonali AG) & AZ, A*h*, A*e* sunt ostensæ continuè proportionales; erit ut AC ad AZ, ita reciproce A*e* ad A*k*.

Quia denique tres rectæ A*b*, A*n*, A*l* sunt æquales tribus AY, AZ, A*h* continue proportionalibus, etiam ipsæ sunt continue proportionales.

Sunt ergo septem rectæ AC, AY, AZ, A*h*, A*e*, A*m*, A*k* continue proportionales.

Propositio hæc sine alia demonstratione, perspicua est ab ipso Diagrammatis intuitu. Impossibile enim est, ut septem rectæ continue propor-

portionales sint in ratione CG ad QY, nisi arcus ab antecedente descriptus, & recta proxime consequens se mutuo secent in recta AO; ut quemadmodum arcus ab AC secat YQ in P, ita arcus ab AY secet Z *c* in *d*.

PROP. IX.

Calculus numericus quadratorum à septem antedictis rectis AC; AY, AZ, &c.

MAnifestum est (per Eucl. 1. 47.) quod quadratum ab AO ad quadratum ab AC vel AP. est ut 5 ad 4, quia GC æqualis AC secta est bifariam in O; & est ut AO ad AC vel AP, ita AP ad AY vel YQ.

Rursus, quia YQ parallela GC secta est bifariam in P, quadratum ab AY vel YQ est ad quadratum à Z*c* ut 5 ad 4; quia GC, Z*c* sunt parallelæ, & recta AO secat arcum Y*b* ad *d*, & dividitur Z*c* bifariam in *d*.

Item quadratum à Z*c* (quod est 10 quorum AC quadratum est 16) est ad quadratum ab *b*L, (quod est octo, quorum AC quadratum est 16) ut 10 ad 8, id est ut 5 ad 4.

Item, quoniam quadratum ab AC ostensum est æquale 10 quadratis à quinta parte arcus BC, dimidium ejus, hoc est quadratum ab *b*L æquale est quinque quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Sed ostensum est rectam *e b* vel A*e* æquale esse duabus quintis arcus BC; & proinde quadratum ejus æquale esse quatuor quadratis à quinta parte arcus BC.

Est ergo quadratum ab *b*L, sive A*b* ad quadratum ab *e b* sive A *e* ut 5 ad 4.

Postremò, cum quadrata ab AC, AZ, A *e*, sint continue proportionalia in ratione 16 ad 10, sive 10 ad $6\frac{1}{4}$, erit quadratum ab A*e* $6\frac{1}{4}$ eorum quorum quadratum ab A*m* sunt quinque (nam A*m* est semissis rectæ AO) & quadratum ab A*k* 4. Sed $6\frac{1}{4}$. 5. 4. sunt continue proportionales in ratione 5 ad 4. Nam multiplicatis omnibus per 4 fiunt (ratione non mutata) 25, 20, 16, quæ sunt in continua ratione 5 ad 4.

Etiam (intermissis quadratis alternis) quia quadratum ab A*c* est $\frac{10}{25}$ quadrati ab arcu BC, & quadratum ab AZ est $\frac{10}{16}$ quadrati ab AC, erit quadratum ab AC, ad quadratum ab AZ, ut 25 ad 16, id est,

 in

in duplicata ratione 5 ad 4. Deinde quia AZ est æqualis semissi arcus BC, quadratum ejus erit quarta pars quadrati ab arcu BC, id est, quorum quadratum ab arcu BC est 25, eorum quadratum ab AZ est $6\frac{1}{4}$. Quia autem quadratum ab AC est $\frac{10}{25}$ ejusdem quadrati ab arcu BC, quadratum ab *b*L erit $\frac{5}{25}$. Sed quadratum ab *e b* est $\frac{4}{25}$. Est ergo rursus quadratum ab AZ ad quadratum ab *eb* sive A*e* in duplicata ratione 5 ad 4. Nam $6\frac{1}{4}$. 5. 4. sunt continue proportionales.

Quare calculus Arithmeticus demonstrationi Geometricæ proxime præcedenti non repugnat.

Est autem calculus alius Arithmeticus, etiam verus, qui repugnat; demonstrationem tamen non destruit. Procedit autem calculus quem dico per Regulam auream.

Exempli causa, ostensum est quadratum à CG æquale esse 10 quadratis à quinta parte arcus BC, & rectam AQ duplam esse rectæ A *e*, & quadratum ab A*e* æquale esse 4 quadratis à quinta parte arcus BC, & proinde quadratum ab AQ æquale esse sedecim quadratis à quinta parte arcus BC, & quadratum ab YQ æquale esse 8 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC; denique quadratum à CG ad quadratum ab YQ esse ut 10 ad 8.

Examinemus hæc jam per Regulam auream. Multiplicetur 8 in se, factus erit 64, qui divisus per 10 facit quotientem $6\frac{2}{5}$ pro quadrato à Z*c*. Sed quadratum à Z*c* est quarta pars quadrati à toto arcu BC, sive quarta pars 25 quadratorum à quinta parte arcus BC; & proinde erit $6\frac{1}{4}$ quorum CG quadratum est 10. Quare $6\frac{2}{5}$ & $6\frac{1}{4}$ debent esse æquales, nec sunt. Differunt enim in ratione $\frac{2}{5}$ ad $\frac{1}{4}$, id est ut 8 & 5, & vel 16 & 10.

Rursus, quadratum à Z*c* æquale est 10 quadratis à quarta parte lateris CG, & quadratum ab *b*L æquale est 8 quadratis ab eadem quarta parte lateris CG. Quare quadratum ab *e b* deberet esse æquale $6\frac{2}{5}$ quadratis à quarta parte lateris CG. Sed quadratum ab *e b* sive A *e* ostensum est æquale $6\frac{1}{4}$ quadratis à quarta parte lateris CG. Itaque iterum reperitur dissensio similis prioris.

Rursus, quia quadratum à CG æquale est 10 quadratis à quinta parte arcus BC, quadratum ab *b*L (quod est dimidium quadrati à CG) erit æquale 5 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Sed quadratum ab *e b* ostensum est æquale esse 4 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Est ergo quadratum ab *b*L ad quadratum ab *e b* ut 5 ad 4. Fiat jam (juxta Regu-

Regulam auream) ut 5 ad 4 ita 4 ad tertiam, eritque illa tertia $3\frac{1}{5}$ pro quadrato rectæ *m n*. Quoniam autem recta AO vel A*c* oſtenſa eſt media proportionalis inter arcum BC & ejus ſemiſſem, erit quoque *m n* (quæ eſt ſemiſſis rectæ AO) media proportionalis inter arcum quadrantis deſcripti ab A*h* & ſemiſſem ejus, id eſt inter Z*c* & ſemiſſem ipſius Z*c*. Quadratum autem à Z*c* æquale eſt $6\frac{1}{4}$ quadratis à quinta parte arcus BC. Quadratum ergo ab *mn* æquale eſt $3\frac{1}{8}$ quadratis à quinta parte arcus BC. Differunt ergo rurſus eadem ratione qua ante. Præterea quadrata ab *eb*, *mn*, *k l*, quia ſunt in ratione quadratorum ab A *n*, A *l*, A *f*, id eſt in ratione quadratorum ab AZ, A*h*, A *e* habebunt eodem modo calculum Geometricum ab Arithmetico diverſum ſicut illa, nempe ut per Regulam auream quadratum ab A*k*, vel *k l* majus juſto ſit quanto majus eſt $\frac{3}{5}$ quam $\frac{1}{4}$ ſive $\frac{1}{4}$ unius unitatis.

Poſtremò, quia quadratum à CG (16) eſt ad quadratum à Z*c* (10, ut 16 ad 10, ſive ut 10 ad $6\frac{1}{4}$ quadratum ab *eb* ſive A*e* (ut ante oſtenſum eſt) erit $6\frac{1}{4}$, quod conſentit cum calculo Geometrico. Sed quadrata illa non ſunt immediata, quia interponuntur quadrata ab YQ & *b* L.

Neque mirum videri debet ſi calculus per Regulam auream producat numerum majorem quam calculus per ipſa plana Geometrica. Nam numerus eſt quantitates diſcretæ, in quibus una cum altera nihil habet commune, ſed tot revera ſunt res numeratæ quot numerantur. Quadrata autem hæc ſunt quantitas una continua, quæ (cum habeant quatuor latera unumquodque non contigua ſed continua) quoties multiplicantur, toties ſingula latera eadem numero numerantur, id eſt unumquodque latus multiplicatur, & proinde faciunt numerum quadratorum juſto majorem.

Hæc fusè, & (ut credo) perſpicuè explicui, ut ſciant tandem Geometræ qui plana metiri conſueverunt per Regulam auream vel per Algebram, fruſtra ſe facere.

PROP.

PROP. XI.

Si à centro A ducatur recta A a *dividens arcum PV bifariam, secansque latus CG in* a, *erit G* a *Tangens arcus* 30 *graduum.*

Ducatur recta O *o* parallela lateri AC, secans latus BA in *o*, & arcum BC in *r*, & ducta B *r* producatur ad latus CG, illa recta abscindet Tangentem 30 graduum, facietque cum GC angulum æqualem $\frac{2}{3}$ five $\frac{8}{12}$ anguli recti. Rursus, quia duo arcus CV, LP sunt æquales, etiam totus arcus CL secabitur ab A *a* bifariam.

Est ergo angulus CA*a* quarta pars recti, & angulus C *a* A, five BA *a* tres quartæ unius recti, five $\frac{9}{12}$ unius recti, & angulus AB *r* æqualis $\frac{8}{12}$ unius recti.

Anguli autem C*a*A, & AB *r* faciunt $\frac{17}{12}$ unius recti.

Ergo producta recta B *r* donec occurrat ubicunque rectæ C*a*, faciet cum ea angulum æqualem $\frac{7}{12}$ unius recti. Nam $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$ & $\frac{7}{12}$ faciunt $\frac{24}{12}$ id est duos rectos, id est angulum æqualem omnibus simul angulis qui constitui possunt super unam rectam in quocunque puncto ad easdem partes.

Itaque producta B*r* incidet in *a*; & propterea G*a* æqualis est Tangenti 30 graduum.

Coroll. Recta G *i*, quæ ostensa est æqualis arcui BC, æqualis quoque est rectæ compositæ ex semidiametro circuli & Tangente 30 graduum.

Item A*i* quæ divisa est bifariam à *kl*, dividitur quoque bifariam à recta A*a*; & *a l* æqualis est lateri BA.

Item manifestum est quod B*a* Secans arcus 30 graduum, transit per *b*. Producta enim *eb* ad BG in *q*, erit B*q* æqualis A*e*; & *qb*, *q*G æquales; & cum BG plus G*a*, BG five B*q* plus *qb*, & ipsa B*q* sint continue proportionales, erit ut B*q* ad *qb*, ita CG ad G*a*. Ducta ergo B*b* incidet in punctum *a*.

D V-

DVPLICATIO CVBI

PROP. XII.

Latus Cubi Sphæra circumscripti additum lateri cubi in eadem Sphæra inscripti rectam constituunt æqualem semiperimetro maximi in Sphæra circuli.

Cubus enim Sphæræ circumscriptus habet pro latere BG. Est autem BG æqualis diametro Sphæræ Cubo inscriptæ, cujus latus est ipsa BG.

Quadratum autem à BG triplum est quadrati à G*a*. Latus ergo Cubi Sphæræ inscripti est ipsa G*a*.

Sed utrumque simul latus Cubi circumscripti & inscripti, nempe BG & G*a* ostensa sunt æqualia rectæ G*i*, quæ recta ostensa est æqualis arcui BC. Arcus autem BC æqualis est semiperimetro maximi circuli inscripti Cubo cujus latus est BG.

Recta A*s* quæ transit per intersectionem arcus CL & rectæ Z*c*, transit per cæteras omnes intersectiones arcuum & rectarum similes & inter se æqualium. Ostensum enim est, æquales esse inter se arcum CL, & rectam Z*c*.

Manifestum item est Cubum à CG duplum esse Cubi à Z*c*; & Cubum à Z*c* duplum esse cubi ab *eb*; & Cubum ab *eb* duplum esse Cubi à *kl*, sive A*k*.

Constat item, si in recta GH, quæ est dupla GC sumatur G*p* quæ sit dupla A*e* (cum G*i* sit dupla Z*c*) quatuor rectas GH, G*i*, G*p*, GC esse continuè proportionales. Itaque posito Cubum à GH esse 64, Cubus à G*i* erit 32, Cubus à G*p* 16, Cubus à GC 8, Cubus à Z*c* 4, Cubus ab *eb* 2, Cubus à *kl*, vel A*k* 1.

Item Sphæram medio loco proportionalem esse inter Cubum à sui ipsius diametro, & Cubum à quadrante perimetri circuli sui maximi.

Etiam latera quinque figurarum regularium in hac Figura 2ª distinguuntur sicut sequitur. Si centro P, intervallo PY vel PQ, describatur circulus, latus pentagoni circulo huic inscripti erit latus Icosaedri inscripti Sphæræ cujus diameter est O*o*, centrum *l*. Nam quadratum ab YP

vel PQ æquale est quinque quadratis à quinta parte diametri O*o* vel GC. Cum enim quadratum à GC æquale sit 25 quadratis à quinta sui parte, quadratum ab YQ æquale erit 20 quadratis à quinta parte ejusdem GC vel O *o*. Ergo quadratum ab YP vel PQ, nempe quarta pars quadrati, ab YQ æquale est quinque quadratis à quinta parte diametri O *o*. Quare (per Euc. 13. 16.) latus Icosaedri Sphæræ inscripti cujus diameter est O *o* æquale est lateri Pentagoni inscripti circulo cujus diameter est YQ.

Latus Cubi eidem Sphæræ inscripti est recta G *a*, vel C *i*, nempe Tangens 30 graduum in Circulo cujus semidiameter est BC. Nam BC (sive O *o*) triplum potest Tangentis 30 graduum, ideoque (per Euc. 13. 15) G *a* est latus Cubi inscripti eidem Sphæræ.

Latus Dodecaedri in eadem Sphæra inscripti est majus segmentum rectæ G *a* (id est lateris Cubi) extrema & media ratione secti (per Euc. 13. 17.)

Latus Tetraedri æquale est rectæ quæ subtendit angulum rectum in triangulo cujus utrumque latus circa angulum rectum æquale est lateri Cubi G *a*. Nam subtensa illa duplum potest rectæ G *a*. Quare potentia diametri O *o* potentiæ illius subtensæ erit sesquialtera. Itaque subtensa illa est latus Tetraedri in eadem Sphæra inscripti (per Euc. 13. 13.)

Postremò, latus Octaedri eidem Sphæræ inscripti est A *l*, sive chorda quadrantis, maximi in eadem Sphæra Circuli, cujus quadratum est dimidium quadrati ab O *o*; ideoque latus est Octaedri in eadem Sphæra inscripti (per Euc. 13. 14.)

Contra libellum hunc prodiit nuper Geometriæ in Academia Oxoniensi Professoris publici, typis Academicis Academiæ in prima pagina impressum habens sigillum, Confutatio; nimirum, ut scirem certamen mihi fore contra Geometriam Academicam; scio, atque etiam contra Geometras hodiernos fere universos. Video adversariorum magnum exercitum. Si non rationibus, sed fustibus decernendum esset, metuerem. Nunc non metuo. Hoc volui. Dignum habere adversarium, si non virtute, saltem numero volui; volui etiam Arithmeticam istam speciosam provocare, ut cum præstigias quas in Geometria facere solita est; simul omnes publicè ostentasset, totum illud artificium detectum à Geometria in perpetuum ablegarem.

AD

AD PROP. I.

Confitetur Professor Academicus, si PQL; CYP. Sunt æqualia, totum Triangulum AYQ æquale esse Sectori ACL. Reprehendit quod non sit Demonstratum. Ego vero demonstratione indigere apud Logicæ peritissimos non potui credere.

Secundò, *Satis* (inquit) *est ad confutationem Propositionis* meæ *disjunctivæ quod non sit* à me *demonstrata. Non enim sibi* (dicit) *incumbere probare falsam esse, sed mihi incumbere probare veram esse.* Vide, Lector, ingenium hominis Mathematici, etiam extra Geometriam. Mihine incumbit demonstrare esse veram? Quid est demonstrare præterquam docere? Meum ergo est docere Professorem Publicum. Ille me accusat falsi. Ad quem pertinet Probatio, ad Accusatum an ad Accusatorem? Egone doceam Professorem hunc publicum? Qua lege, quo merito hominis maledici? Sed nunc faciam (puto) ut tum ille, tum sequaces illius demonstrationes meas intelligant melius quam vellent.

Tertiò, ut probet triangulum AYQ & Sectorem ACL non esse æqualia, assumit ut demonstratum ab Archimede, Perimetrum circuli ad Diametrum in minore ratione esse quam 22 ad 7. Id vero neque ab Archimede demonstratum est, neque illius methodo demonstrari potest. Procedit enim per extractionem Radicum, assumitque Radicem numeri quadratorum in quadrato maiore contentorum, esse totius quadrati latus; quod est manifestè falsum. Nam Radix numeri quadratorum est numerus aliquis quadratorum, non aliter quam Radix 100 lapidum, est 10 lapides.

Contra Propositionis hujus Corollaria nihil objicit præterquam, Quod procedunt ex suppositione, *quod* PQL *&* CYP *sunt tum inter se æqualia, tum simul sumpta æqualia* PAV. Bene est. Quoniam ergo utraque hæc æqualitas ita manifestè demonstrata, ut à nemine unquam refellenda sit; tum Propositio ipsa prima, tum utrumque ejus Corollarium in tuto sunt. Objectiones ejus contra propositionem secundam differamus, ut ad cæteras objectiones ejus quæ ad plana pertinent continuè respondeamus.

AD PROP. III.

Contra hanc objicit, falsam esse propterea quod *labem contraxerit* ex Prop. 1. *Assumens quadratum ab* YQ *æquale esse Quadranti* ACB.

Resp. Quoniam ergo ita clarè demonstratum est ut dubitari amplius

non possit quin quadratum ab Y Q æquale sit quadranti, Propositio hæc cum sua demonstratione salva est.

AD PROP. IV.

Rvit (inquit) Propositio hæc quarta cum præcedente ex qua dependet, sicut & Corollarium ejus.

Respondeo veram ergo esse tum Propositionem, tum Corollarium ejus, quia Propositio præcedens manet inconcussa.

AD PROP. V.

PRopositionem hanc quintam, nempe [Z *c* *h* L, *e b*, sive A Z, A *b*, A *e*, esse continuè proportionales] concedit esse veram.

Corollarium autem utrumque negat. Quorum primum est, *rectam* AQ *æqualem esse duplæ* e b.

Manifestum est Quadratum ab A *b*, duplum esse Quadrati ab A *e*, vel *a b*, sed Quadratum A *b*, æquale est Quadrato ab AY. Est autem Quadratum ab A Q duplum Quadrati ab A Y. Ergo Quadratum ab A Q quadruplum est Quadrati ab *e b*. Itaque recta A Q dupla est rectæ *e b*.

Secundum Corollarium erat [arcum Z *n*, ductum Radio AZ, terminatum in A G, & rectam A *a*. Secare rectam A O, in eodem puncto.]

Miror illum rem tam manifestam videre non potuisse.

Concessit enim ad Propositionem hanc) rectas Z *c*, *h* L, *a b*, sive AZ, A *b*, A *e*, esse continuè proportionales. Quomodo ergo videre non potuit easdem esse continuè proportionales, in ratione 5 ad 4, cum Quadratum ab AZ, ad Quadratum ab AY, id est Quadratum ab A *n*, ad Quadratum ab A *b*, sit ut 4 ad 5, atque etiam Quadratum ab A *b*, sit ad Quadratum ab AL, ut 4 ad 5, quomodo ignorare potuit, Quadratum ab AL, ad Quadratum ab A *c*, esse ut 4 ad 5; atque adeo omnes rectas A *n*, A *b*, AL, A *c*, AQ, AG, esse continuè proportionales, sicut & rectas omnes C G, Y Q, Z *c*, *h* L, *e b*, *m n*, A C, A Y, A Z, A *h*, A *m*, & proinde omnes ipsarum arcus secaturos omnes parallelas quemadmodum arcus C L, secat parallelam YQ in recta AO, ad P, vel ut arcus Y *b*, secat parallelam Z *c*, in AO, ad *d*?

Præterea quomodo videre non potuit, quod sicut AQ, dupla est *e b*, ita A *c*, dupla sit *m n*. Et AL, dupla *k l*, & proinde septem rectas AC, AY, AZ, A *h*, A *e*, A *m*, esse continuè proportionales, & duas AZ, A *e*, esse medias inter totam AC, & semissem ejus A *k*? Probatum ergo est hoc loco Cubum ab AC, duplum esse Cubi ab AZ, & Cubum ab AZ, duplum.

duplum esse Cubi ab *eb*, & Cubum ab *eb*, duplum esse Cubi ab A *k*.

Itaque perfectissime demonstratum est ex iis quæ ille concessit & omnes sciunt vera esse, id quod demonstrare ab initio propositum erat.

Videant nunc Geometræ omnes qui sunt vel erunt, an convellere hæc poterunt. Sin firma sint, videant an Argumenta Professoris, quæ hic & in sequentibus in contrarium adducit Arithmetica, digna sint responsione, & an Professor iste Demonstrationum in Geometria Judex idoneus fuerit, videant porrò si quæstio deinceps inter me & Arithmeticos de hac re, alia esse possit, quam de rationum numerorum in Geometria ineptitudine. Illis autem Professor Prop. 5. 7. 9. 10. 11. & 12 solis utitur.

AD PROP. VI.

Propositionem hanc absolvit. Sanæ ergo sunt cum suis Corollariis 1^s. 3^s. 4^{us}. 5^{us}. & 6^{us}.

AD PROP. VII.

Septima est [Quadratum ab AZ, vel Z *c* æquale est decem quadratis à quartâ parte Radii] quam dicit esse falsam; & rectas AO, AZ, pro æqualibus sumptas esse gratis.

Tuum est, Lector, hoc dijudicare Quadratum ab A O æquale est quinque quadratis à dimidiâ G C, id est, quadratum ab A O est æquale viginti quadratis à dimidiâ G C. Nullum hic dubium est. Quare, centro A, Radio A O, si ducatur arcus circuli secans A G in *c*, quadratum ab A *c* æquale erit 20. quadratis à quartâ parte G C, sive 20. decimissextis totius quadrati à G C, & propterea quadratum à Z *c* æquale est 10. decimissextis à G C.

Itaque, absurdè fecit Professor destruere conatus quod antè non modò confessus erat, sed etiam in Objectionibus suis ad quintam propositionem demonstraverat; nimirùm Z *c*, *h* L, *e b*, & proindè etiam A *c*, G L, A *b*, esse continuè proportionales. Non potuit enim non vidêre quadratum ab A L, sive ab A C ad quadratum ab A Y sive A *b*, esse ut 5. ad 4, Et per consequens, quadratum ab A *c* ad quadratum ab A L, esse etiam ut 5. ad 4, ideoque A O, A *c*, esse æquales.

Ex eo autem quod quadratum Z *c* æquale est 10. decimissextis quadrati GC, sequi (quod absque eo manifestum est) quadratum ab *h* L, æquale esse 8. decimissextis, sive dimidio quadrati à G C; Et per consequens etiam A *b*, A *e*, A *m*, A *k*, & præterea A C, A Z, A *e*, A *k*, esse con-

tinuè proportionales; quæ eſt duplicatio Cubi ex ipſius Profeſſoris conceſſis.

Sed eadem rurſus demonſtratione ſuâ evertit, cujus ſententia hæc eſt.

Si GC, diviſa ſit quinquefariàm, quadratum totius erit æquale 25. quadratis à parte ſui quintâ. Et quia recta A Z, vel Z *c*, eſt $\frac{4}{5}$ rectæ GC; quadratum à Z *c*, æquale erit $\frac{16}{25}$ quadrati à G C. Sed $\frac{16}{25}$ majus eſt quàm $\frac{10}{16}$.

Vera hæc eſſe agnoſco, & quadratum hoc numericum eſſe 25. quorum quadratum Z *c* eſt 16, & ſingula diſtincta à ſibi proximis, tribus longitudinibus ſine latitudine, quarum (per Euclidem) duæ ſunt ipſorum quadratorum contiguorum termini, tertia eſt inter illos terminos media. Atque hæc à Geometrarum Principiis verè derivantur, quanquam aliquibus fortaſſe inepta videbuntur. Sed quomodocunque accipiantur, rationem continuam rectarum prædictarum A C, A Y, A Z, &c. non tollunt; & per conſequens neque duplicationem cubi, quæ ſuis ſtat Principiis; neque impediunt quin G *i*, ſive dupla Z *c* ſit æqualis arcui B C, ut in Prop. 1. & 3. demonſtratum eſt.

Examinemus autem quadratum hoc numericum Profeſſoris. Quoniam (ut ſupponit) quadratum à Z *c* eſt $\frac{16}{25}$ quorum quadratum à G C eſt $\frac{25}{25}$, & quadratum ab Y Q, $\frac{20}{25}$. Quadratum autem ab A *c* $\frac{20}{16}$, quod minus eſt quàm $\frac{16}{25}$; erit A O major quàm A *c*. Eſt autem quadratum ab A G duplum quadrati à G C; erit ergò $\frac{50}{25}$, & quadratum ab Y Q, $\frac{40}{25}$, & quadratum ab A O $\frac{32}{25}$; Quæ rationes, nempe 5. ad 4. conveniunt cum rationibus rectarum A G, A Q, A *c*. Quare contra id quod demonſtrare voluit A O, A *c* ſunt æquales.

Etiam falſum eſt quod quadratum ab A O, vel A *c* æquale ſit $\frac{32}{25}$ quadrati à Radio.

Quadratum enim à Radio eſt 25. Ergò quadratum à ſemiradio eſt 6. $\frac{1}{4}$. Quare quadratum ab A O, eſt 31 $\frac{1}{4}$. Non eſt ergò quadratum ab A O $\frac{32}{25}$. Quadratis ab A G, A Q, A *c*, A L reſpondent numeri hi. 1250. 1000. 800. 640.

Quadratum (juxtà methodum meam) à Radio eſt 16. Quadratum ab A O 20. Quadratum ab A Q 25, & quadratum ab A G 31 $\frac{1}{4}$. Uterque ergò calculus Arithmeticus mei & illius, conſentiunt, quatenus rectè computatur; ſed ille (ut manifeſtum eſt) malè computavit.

Quadratum ergò (inquiet) ab A G, nonne duplum erit quadrati à Radio? Ita quidem duplum erit, ſed calculo arithmetico nunquam demonſtrabitur, propter differentiam inter continuam quantitatem & diſcretam.

cretam. Ad quam rem plura ex differentiâ illâ argumenta sunt. 1°. Quod inter duos numeros rarò interponi medius potest. 2°. Quia calculus Arithmeticus separat quadrata per tres lineas (ut modò dixi) puras, *i.* nihilias, quas calculus Geometricus non recipit. 3°. Quia ex duabus rectis A Z, Z *c*, longitudine æqualibus, altera A Z verè & propriè est rectangulum, altera Z *c* trapezium. Item rectæ omnes quæ vocantur latera triangulorum sunt & ipsæ triangula. 4°. Et præcipuè quia Arithmetica nihilo magis pertinet ad Geometriam, quàm ad aliam quamlibet scientiam. In Geometriâ nulla est radix, nullum quotiens. Itaque, qui ex operationibus Arithmeticis Theoremata Geometrica demonstrare velle didicerunt, operam & tempus perdiderunt.

Quantumcunque autem in numeris sit quadratum ab A *c*, rectas tamen A Z, Z *c* simul sumptas æquales esse arcui B C, in præcedentibus satis demonstratum est.

Cæterùm, erige animum Professor. Nuntio enim tibi, nisi diagonalis A G & recta B *i* ita se mutuò secent, ut ex quatuor partibus, maxima quæ terminatur in *i* sit secans 30. graduum sumptorum in arcu B C; & proxima illi, quæ terminatur in G sit sinus arcûs 60. graduum in eodem circulo; & proxima huic quæ terminatur in B, sit secans, arcûs 30. graduum in circulo cujus radius est B *q*, vel A *e*; Et minima quæ terminatur in A, sit sinus arcûs graduum 60. in eodem circulo, cujus radius est B *q*, vel A *e*; Omnia quæ in præcedentibus visus sum mihi demonstrasse, falsa esse. Dependent enim à præcedentibus nexu necessario, & facilè indè deduci possunt à mediocri Geometrâ. Accingere ergò ad spem novam, & Geometriæ tuæ nervos (si quos habet) intende omnes.

Quæres fortasse dissensionis inter calculum Arithmeticum & Geometricum quæ sit causa, & meum esse dices (quæ est tua Iustitia) causam assignare. Redde prius gratiam debitam pro multis Problematibus quibus Geometriam jamdudum amplificavi. Non solet (inquies) fieri. Rectè hoc. Faciam ergo gratis.

Intelligatur Sector quadrantalis A B C dividi à rectis lineis ad centrum A numero quocunque ductis sine latitudine. Horum Sectorum vertices erunt tot puncta, quot sunt factæ partes totius Sectoris A B C. Quare angulus rectus B A C continebit tot Sectorum exiguorum vertices quot sunt in quadrante A B C sumptæ partes. Sectorum igitur horum exiguorum latera non concurrent in puncto A, sed ipsum divident. Concurrent ergo extra A, nempe G A extra quadratum producta.

Posita ergo A *c* 32, recta sumpta à puncto hoc extra quadratum indivisibili, si fiat ipsi A *c* æqualis, cadet infra *c*. Et huic addita *c* Q cadet infra

infra Q. Et huic rurſus addita Q G cadet infra G. Et tres illæ lineæ ſunt æquales tribus A c, A Q, A G, & in eadem ratione.

Cauſa ergo quare calculus Arithmeticus differt à Geometrico hæc eſt, quod linearum ſine latitudine nihilitas facit ut calculus Arithmeticus incipiat extra quadratum, & calculus Geometricus incipit in ipſo quadrato ad punctum A.

Distantia autem quæ eſt inter A & concurſum rectarum (latitudine carentium) in G A producta, erit in calculo Arithmetico *unitas*.

AD PROP. VIII.

PRopoſitio 8ª hæc eſt [viginti quinque Quadrata à quinta parte arcus B C, vel rectæ G i, æqualia ſunt decem Quadratis à ſemiradio CO.]

Falſum eſſe dicit, primò, quia arcus B C, non eſt æqualis rectæ G i.

Quoniam ergo in prima & tertia, æqualitas hæc aperte demonſtrata eſt, tollitur hæc objectio. Secundò, quia Quadratum à G i, non eſt æquale decem Quadratis & ſemiradio.

Quia hoc etiam iterum demonſtratum eſt ad quintam; & oſtenſum eſt ad ſeptimam, argumenta ejus numerica omnia eſſe vitioſa, firmæ ſunt 1ª : 3ª. 4ª 5ª 6ª 7ª & 8ª.

AD PROP. IX. X.

OBjectiones contra nonam & decimam refutatæ ſunt in reſponſione mea ad ſeptimam; unaque quæ in illius operibus ſunt Geometrica (quæ quidem ſua ſunt) omnia confutata, ut quæ falſis Principiis innituntur.

AD PROP. XI.

COntra undecimam, quæ hæc eſt [ſi ducatur recta A a, dividens arcum P V biſariam, ſecans latus C G in a, erit G a. Tangens arcus 30 graduum.] Primò ſupputationem ſuam objicit hanc; [Eſt angulus C A a, $= \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. Et A B r. $= \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ unius Recti. Ergo C A a, $+$ A B r, ſunt $\frac{11}{12}$ unius recti, non $\frac{17}{12}$.] Vide Lector an dubitari poſſit, quin ſcribendum eſſet pro C A a, C a A, errorque eſſet Typographi, quem quidem in ſuo libro emendare, ſed neque objicere, neque

neque recitare debuit Lector candidus. Quod autem ad Propositionem seriò opponit, hoc est; *quod punctum concursus rectarum* B r, & A a, *erit extra Quadratum.*

Bene est. At rectæ A a positio mutari non potest. Sed fieri (inquit) potest ut B r, producta non transeat per a, quia G a, major est quam vera Tangens 30 graduum. Cæterùm B r, concurrens cum A a, producta faciet angulum æqualem $\frac{7}{12}$ unius recti. Hæc ille. Concedit ergo rectam B r, ut vult productam, Secantem esse arcus 30 graduum in Quadrato descripto lateribus æquidistantibus à lateribus Quadrati A B G C. Quare à puncto concursus rectarum B r, & A a ducta Secans arcus 30 graduum in Quadrato exteriore, parallela erit rectæ B r, & propterea recta B r, producta incidet in a, quod negavit ille. Propositio ergo hæc undecima manet inconcussa.

Quod autem sequitur [Tangens anguli graduum $\frac{22}{27}$ $\frac{1}{2}$ & Tangens graduum 30 simul sumptæ sunt toto Radio minores] Affirmat ille falsò & sine demonstratione, confidens Tabulis Secantium, sinuum & Tangentium, quæ falsæ sunt, ut quorum calculus dependet ab extractione Radicum Quadratarum, quæ non sunt latera Quadratorum, neque omnino lineæ. Nam in Quadrato A B G C, quatuor sunt Quadrata à recta C O. Si ergo ex 4 extrahatur Radix; erit illa Radix duo. Duo quæ? Non sunt duo Nihila. Quæ sunt ergo res illæ duæ? Non sunt duo Caballi. Sunt ergo duo Quadrata, quorum Quadratum A B G C est 4. Sunt autem illa duo (Radix illorum quatuor) æqualia rectangulo A O, quare Radix Quadrati ab A C est A O, quam Radicem, Geometræ mixti sumunt pro latere A C.

Quod autem Tangens 30 graduum una cum recta G L æqualis sit Radio C G, manifestum est, ex eo quod A a, dividit Sectorem A C L bifariam. Nam si ducta intelligatur recta L a, erunt C a, & L a, æquales, & angulus G L a, rectus, & propterea (quia angulus a G L est semirectus erunt G L, L a, æquales. Quoniam ergo G a, & a C simul sumptæ sunt æquales Lateri C G, etiam G a, & G L, simul sumptæ æquales sunt eidem G C. Quanta autem G L vel C a, sit in numeris non examinabo, cum sciam esse incertum ab ipsa Tabularum constructione falsa.

AD PROP. XII.

Propositio duodecima est [Latus Cubi Sphæræ circumscripti additum lateri Cubi in eadem Sphæra inscripti rectam constituit æqualem Semiperimetro maximi in Sphæra Circuli.]

 Negat

Negat hanc esse veram, quia Quadratum (inquit) à B G non est triplum Quadrati à G *a*, propterea quod B *r*, producta non transibit per *a*.

Huic objectioni responsum est in responsione ad objectiones proximè superiores.

Negat deinde rectam A *s*, transituram per omnes inter sectiones arcus Z *n* cum *b* L &c; eo quod A C, A Y, A Z, A *b*, &c: non sunt continuè proportionales.

Sed proportionales esse ad Prop. 5 iterum demonstratum est. Possem etiam (si vellem tanti emere maledicta,) demonstrare quod recta ducta per D & G transiret per *s*, atque ductam B *s*, æqualem esse rectæ Y Q. Item rectam A O mediam esse Proportionalem inter totum arcum B C, & dimidium ejusdem, B L. Sed relinquo hæc Professori Saviliano demonstranda.

Quarto, negat Cubum à Z *c*, duplum esse Cubi ab *e b*, quia non sunt (inquit) C G, Z *c*, *e b*, *k l*, continuè proportionales.

Ego vero eas esse continuè proportionales demonstravi iterum ab Prop. 5.

Omnes ergo Propositiones meæ (Excepta secunda) à Professore publico incolumes sunt.

AD PROP. II.

In secundâ, ut nunc editâ, inventus est Sphæræ æqualis Cubus, nisi & hanc confutaverit Professor. Triumphabit tamen quod nisi ille priorem reprehendisset à me inventus non fuisset. Et profectò, si ille postquam errorem meum detexisset, etiam correxisset, id est, Cubi ad Sphæram rationem invenisset, in partem aliquam hujus laudis, venire potuisset. Sed illi impossibile hoc erat, propterea quod rationem inventam Circuli ad Quadratum & demonstratam, intelligere non potuit.

In demonstratione secundæ Propositionis priore, confiteor me errasse; sed errorem quem? Non qui à vitiosis Principiis ortus cætera etiam omnia corrumperet, sicut ille; nec ab ignorantia Problematum eminentissimorum quæ demonstrata sunt jam olim ab Archimede aliisque veteribus, sed ab eo, quod cum viderem quantum Quadrati Q R S T erat extra Circulum B C D E, tantumdem Circuli esse extra Quadratum, contemplans Plana in Sublimi, pronuntiavi securiùs quam oportuit idem de Sphæra & cubo. Neque est cur erubescam confiteri errorem meum, quem correxi ipse. Facile erat non modo Professori, sed etiam cuilibet mediocri Geometræ, qui animum ad Diagramma applicaret cognoscere, quod

Planum

Planum per latus R S Quadrati Q R S T, in fig. prima ductum, abscindit à Sphæra non solidum sub Q R & Plano P C θ, sed Sphæræ Segmentum. Mirum ergo non est, nec laude aliqua Artis aut ingenii dignum hoc vidisse. Diligentia sola opus erat, quæ invidis & malevolis nusquam deest. Neque tamen ego indiligens omnino eram. Nam libelli mei exemplaria pauca sine dedicatione in publicum emisi, ut objectionibus Geometrarum cognitis, quicquid errassem (quemadmodum feci) emendarem, in quo mihi benè, correctoribus meis successit male.

Ad Professoris Epilogum.

PUgnavit Professor in præcedentibus de Castello quodam in Geometria uno, & infeliciter. In Epilogo autem triumphos suos præteritos de cæteris ejus partibus annumerat, quas in operibus meis, non rectè tractatas antehac à se refutatas esse dicit. Quare autem? Quoniam *Monitione* (inquit) *opus esse videbatur qualis fuerim, ne magni nominis obtentu, aliis fraudi essem.* Non videntur mihi quæ hic dicit bene cohærere. *Ne aliis* (inquit) *fraudi essem.* Quibus aliis? An Geometris? At valde pauci aut nulli omnino sunt, præter discipulos vel condiscipulos illius, qui iisdem utuntur Principiis quæ modo absurda esse docui. Illi ergo non magis monitione opus habuere quam Professor ipse. Quos ergò monuit nisi illos qui ratiocinari quidem potuerunt, Geometriam autem nondum docti erant. Hos monuit, id est homines liberali ingenio præditos, Radicum Geometricarum, & Symbolographiæ nescios, sed ratione naturali, ne summis quidem Geometris inferiores monuit. Hi erant, apud quos magnum mihi nomen esse Professori videbatur. Vide (Lector) Invidiam hominis Theologi. Quod viri boni de me non male sentiant, valde lætor; nam, ut] nomen magnum mea ipsius prædicatione mihi compararem, aut ille sibi arrogantia sua, impossibile est. Est ergo aliquid in operibus meis propter quod nomen meum magnum est, quod in illius non est. Itaque Iudicantibus viris liberis prudentibusque, victum se esse confitetur. Sed unde accidit ut Professor qui nomen meum magnum esse putat, suum esse non putat; cum toties me prostraverit? Conquereretur forte de ignorantia judicantium. At cur non magnum nomen habet ille apud Algebristas? Quia impossibile erat. Sunt enim omnes ferè inter se æquales. Imò sunt inter illos aliqui qui celeritate ingenii Professorem longe superant & multo plures veritates in eodem tempore quam ille confutare possunt.

Quomodo autem necessarium erat in Quæstione Mathematica admonere quemquam *Qualis fuerim*? Dicere qualis fuerim, non est meum.

Qui converſatione mea uſi ſunt frequenter, illi dicant. Ego dicam tantum qualis non fuerim. Bellum erat civile; Ego in partibus contra Regem nunquam fui. Ego Epiſtolarum neque Regis, neque cujuſquam qui à Rege ſtetit arcana aperui, aut inimicis prodidi. In lege Amneſtiæ quæ ſequuta eſt flagitium meum nullum nominatur. Ego illum non laceſſivi, tantummodo reſpondi, ita ut commoveretur; quod flagitium non eſt. Conqueritur ſicut puer, quia non vincit; cum tamen ſui ipſius culpa ſit, quod non videatur multis eſſe doctus. Auſculta paucis (ò Profeſſor Academice) ſi vis eſſe aliquid, fac ut quæ ſcribis à quamplurimis intelligantur. Cave ergo à Symbolographia, niſi ſiqua omnibus cognita fuerit. Utilis fortaſſe eſſe poteſt tibi ipſi in muſæo tuo; ſed in populo, & extra Sectam tuam (Sectam dico Mathematicam) incantationis & impoſturæ ſimilis eſt. Recipe in animum tuum per cogitationem vehementem rerum ipſarum, non literarum aut ſonorum imagines. In ſcientiis ſequere rationem naturalem, ſperne authoritatem Magiſtrorum. In vita civili ſequere authoritatem publicam, ſperne rationem privatam. Hoc ſi ita feceris, ſi non ditior, eruditior tamen fies. Opuſcula illa tua, *Elenchum Geometriæ Hobbianæ*, *correctionem debitam*, *puncti diſpunctionem*, *Hobbium Heautontimorumenon*, ne magni æſtimes; nam puerilia, ruſtica, indocta, inficeta ſunt. Neque ea ego quæ ad tua Reſpondi, digna cenſeo quæ à poſteris legantur. Permitte maledicta emori Theologe. Ex Geometricis meis quæ durare vellem, & per te non peribunt, hæc ſunt 1°. Quadratura circuli. 2°. Cubatio Sphæræ. 3°. Duplicatio cubi. 4°. Inventio mediarum quotcunque inter duas rectas datas. 5° Diviſio Anguli dati in ratione data. 6° Inventio centri gravitatis ſemicirculi. 7° Doctrina rationum tota. 8° Scabiei quam Geometriæ affricuerat Arithmetica (quod meorum operum maximum eſſe judico) deterſio. Laſſeſco jam, vale Lector, & tu quoque vale Profeſſor Saviliane, & fruere unius & apertæ reprehenſionis gloriola tua, ſine invidia.

F I N I S.

DE PRINCIPIIS ET RATIOCINATIONE GEOMETRARVM,

Vbi ostenditur incertitudinem falsitatemque non minorem inesse scriptis eorum, quam scriptis Physicorum & Ethicorum,

Contra fastum Professorum Geometriæ.

Ad Illuſtriſſimum Dominum

D. HENRICUM BENNET

BARONEM DE ARLINGTON,

Sereniſſimo Regi CAROLO II. à Conſiliis, & Secretarium primarium.

Cum ſenectutis meæ ſolatium maximum tuæ (Illuſtriſſime Domine) opi debeam, ingratus eſſem niſi tantæ gratiæ veſtigium aliquod etſi obſcurum extare curarem. Quod cum alia non poſſum, vulgata via Scholarium facio, Dedico tibi libellum, non male moratum, ſed tamen audaculum; Geometrarum enim totam invadit nationem. Quid (inquies) ſi injuſtè? Mihi quidem id dedecus magnum eſſet, ſed quod ad te, qui ad altiora inſtitutus es, quemque morum & officii mei erga teipſum, non nugarum mearum inſpectorem facio, non pertinebit. In magno quidem periculo verſari video exiſtimationem meam, qui à Geometris fere omnibus diſſentio. Eorum enim qui de iisdem rebus mecum aliquid ediderunt, aut ſolus inſanio ego aut ſolus non inſanio; tertium enim non eſt, niſi (quod dicet forte aliquis) inſaniamus omnes. Cæterùm ſine Iudice lis eſt, niſi quòd Iudicem aliquando ſeipſam conſtituet nondum imbuta poſteritas. Videri tibi interea vir bonus, etſi peſſimus Geometra, ſatis habeo. Deum precor ut te optimo Regi, miniſtrum optimum diutiſſimè conſervare velit.

Servorum tuorum humillimus

THOM. HOBBES.

INDEX CAPITUM.

CONTRA GEOMETRAS.

Contra Geometras (amice Lector) non contra Geometriam hæc ſcribo. Artem ipſam, artium Navigandi, Ædificandi, Pingendi, Computandi, & denique (ſcientiæ omnium nobiliſſimæ) Phyſicæ matrem, æquè ac qui maximè, laudibus extollendam cenſeo.

Cæterùm ubi Geometræ Encomiis artis quam profitentur (imperitè an aſtutè neſcio) ſuas ipſorum laudes immiſcent, licitum mihi (puto) erit, diſtinguere. Quomodo autem Scientiam hanc laudare ſoleant Magiſtri ejus, ex uno *Clavio* intelligere poſſumus ; laudante illam in Prolegomenis ad *Euclidem*, hoc modo :

Si vero Nobilitas atque præſtantia Scientiæ ex certitudine demonſtrationum quibus utitur, ſit judicanda ; haud dubiò Mathematicæ diſciplinæ inter cæteras omnes principem habebunt locum. Demonſtrant enim omnia, de quibus ſuſcipiunt diſputationem firmiſſimis rationibus, confirmantque, ita ut verè ſcientiam in auditoris animo gignant, omnemque prorſus dubitationem tollant : Id quod aliis ſcientiis vix tribuere, &c. Et paulo infrà :

Diſciplinæ Mathematicæ veritatem adeo expetunt, adamant, excoluntque, ut non ſolum nihil, quod ſit falſum, verum etiam nihil, quod tantum probabile exiſtit, nihil denique admittant, quod certiſſimis demonſtrationibus non confirmant.

Quibus verbis (quia *Sciens*, non *Scientia* demonſtrat) non artem ipſam, ſed magiſtros laudat : Certitudo Scientiarum omnium æqualis eſt, alioqui enim Scientiæ non eſſent, cum Scire non ſuſcipiat magis & minus. Phyſica, Ethica, Politica ſi bene demonſtratæ eſſent non minus certæ eſſent quam Pronunciata Mathematica, ſicut nec Mathematica Scientiis aliis certior eſſet, niſi rectè demonſtrarentur ea quæ pronuntiat.

Itaque per hanc Epiſtolam hoc ago, ut oſtendam tibi non minorem eſſe dubitandi cauſam in Scriptis Mathematicorum quam in Scriptis Phyſicorum, Ethicorum, &c.

Omitto inter Geometras diſſentiones & mutua convitia, quæ ſignum certiſſimum Ignorantiæ ſunt. Ipſa aggredior Principia, & interdum etiam Demonſtrationes. Sive enim Principia falſa ſint, ſive illatio neceſſaria non ſit, demonſtratio nulla eſt. Pro Geometris autem omnibus oppugnabo *Euclidem*, qui omnium Geometrarum Magiſter exiſtimatur, & interpretem ejus omnium optimum *Clavium*.

Itaque primo loco examinabo *Euclidis* Principia : ſecundo, ea quæ principiis illis innitentia videntur mihi eſſe falſa; ſive ea ſint *Euclidis*, ſive *Clavii*, ſive cujuſcunque Geometræ, qui Principiis illis, vel aliis falſis uſi ſunt; atque ita oppugnabo ut meliora rejectis ſubſtituam, ne artem ipſam videar labefactare velle.

C A P. I.

De Puncto.

Definitio *Euclidis* prima, *Puncti* eſt, hæc! *Punctum* (Σημεῖον) *eſt, cujus pars nulla eſt.*

Quid Definitione hac intellexit *Euclides* difficile eſt ſcire. Signum enim, quatenus Signum, Nomen Quanti non eſt, ſed Relationis, quanquam quicquid ſit quod in Signum alicujus rei ſtatuas viſibile, neceſſariò corpus ſit, & proinde Quantum etiam & Diviſibile eſt, & partem habere poteſt. Etiam verba illa *cujus pars eſt nulla*, dupliciter intelligi poſſunt, aut pro *Indiviſo* (Pars enim non intelligitur, niſi ubi præceſſerit diviſio) vel pro Indiviſibili, quod per naturam ſuam diviſionis eſt incapax. In priori ſenſu Punctum quantitas rectè dicitur; in poſteriore non item; cum omnis quantitas diviſibilis ſit in ſemper diviſibilia. Itaque ſi punctum ſit indiviſibile, carebit Linea omni latitudine; &,quia nihil eſt longum quod non habeat latitudinem, erit linea planè Nihil. Quanquam enim Longitudo Lata non ſit, Longum tamen omne Latum eſt. Videtur etiam *Euclidem* ipſum in ea opinione fuiſſe, Punctum quanquam partem actu non habeat, potentiâ tamen diviſibile eſſe, & quantitatem; alioqui non poſtulaſſet à *puncto* ad *punctum* duci poſſe Lineam rectam. Quod impoſſibile eſt, niſi Linea habeat latitudinem aliquam. Verum ſive ita ſenſerit *Euclides*, ſive aliter; manifeſtum eſt Punctum diviſibile eſſe ex eo, quod ſectâ Lineâ in duas partes, habebit utraque pars duos Terminos, id eſt duo Puncta extrema, & per conſequens Punctum Dividens ſecatur (ſi quantitas ſit) in duas quantitates; ſi nihil ſit, in duo nihila. Etiam circulus ſecari poteſt in Sectores quotcunque, & proinde (cum omnis Sector deſinat in Punctum) ſecabitur quoque Centrum in totidem Puncta, partes totidem Centri; ſive Centrum illud quantitas ſit, ſive Nihil.

Definitio ergo *Puncti* apud *Euclidem*, quemadmodum eam intelligunt Geometræ poſt *Euclidem* omnes, vitioſa eſt. Quam tamen ſi nullum in Geometria errorem peperiſſet, præteriiſſem.

Definitio *Puncti* vera, & quæ vitium nullum in demonſtrationes illatura ſit, talis eſſe debet; *Punctum eſt diviſibile quidem, ſed cujus pars nulla in*

De-

Demonstratione consideranda est, id est, considerandum est, non ut Punctum (quod Græcè νυγμή dicitur) neque ut στιγμή (quæ Græcè est distinctio visibilis) quæ ambo Quanta sunt; sed ut Signum, quod Græcè est Σημεῖον, quo verbo utitur *Euclides*. Signum enim, quanti nomen non est.

Est enim *Geometria*, *scientia qua ex aliqua vel aliquibus mensuratis per ratiocinationem determinamus quantitates alias non* mensuratas. Rectè igitur incepit *Euclides* à definitione *Mensuræ*, qua mensurantur longitudines, & primo loco *mensuræ* illius terminum definiit, & *Signum* esse dixit. Sed cujus rei Signum? Signum à quo Mensuræ terminus unus aut alter mensurato applicatur.

Præterea si *Punctum* indivisibile esset, id est Non-quantum, id est nihil, sequeretur (supposito, ut nunc supponunt scriptores Mathematici, quantitatem dividi in infinitum, ut punctum sit pars lineæ infinitè exigua) partem infinitè exiguam lineæ rectæ, & quadratum quod sit minima pars Quadrati, & Cubum qui sit minima pars Cubi, esse inter se æqualia.

CAP. II.

De Linea.

L*Ineam* definit *Euclides Longitudinem esse, sine Latitudine.* Scilicet conformatur hæc ad Definitionem puncti, & propterea eadem omnia habet vitia. Nam ut Centrum circuli dividitur à sectoribus in partes quotlibet, ita etiam sectorum latera dividuntur secundum Latitudinem. Nam si Sector quilibet dividatur in duos sectores, quorum unus apud te esset, alter apud me, haberet uterque duo latera & propterea sive Latus illud medium habeat Latitudinem, sive non-Latitudinem, erit divisum in duas superficies vel in duas non-superficies. Itaque omni modo linea est divisibilis.

Linea ab aliis definitur *Puncti moti vestigium*, sive Via. De qua definitione *Clavius* sic loquitur: *Mathematici quoque ut nobis inculcent veram Lineæ intelligentiam, imaginantur Punctum jam descriptum superiori definitione, è loco in locum moveri. Cum enim punctum sit prorsus individuum, relinquetur ex eo motu imaginario vestigium quoddam longum omnis expers Latitudinis.* Vide Mathematicorum, qui subtiliores multo sunt, quam qui operam dederunt studiis cæterarum artium, *Clavium* subtilissimum, scribentem, hoc loco, *vestigium relinqui longum à motu ejus quod nullum habet Latitudinem*, id est à motu Nihili. Sciunt tamen omnes, nihil moveri præter corpus, neque motum concipi nisi corporis posse. Sed corpus omne motum, vestigium relinquit non modo longum, sed etiam latum. Definitio igitur

lineæ

lineæ debebat eſſe hujusmodi. *Linea eſt veſtigium quod relinquitur à motu corporis, cujus quantitas non conſideratur in demonſtratione.*

CAP. III.

De Termino.

DEfiniuntur tertio loco, Lineæ Termini, hoc modo: *Lineæ Termini ſunt Puncta.* Quam definitionem non reprehendo; ſed ut ab ea, id quod antè dixi, nimirum Punctum non eſſe indiviſibile, ſed tantum in demonſtratione non ut diviſum conſiderari, inde oſtendam. Si enim Linea ſecetur in Puncto bifariam, cum utraque habeat duos Terminos, ſitque Punctum illud, in quo dividitur Linea, omnino nihil, duæ partes à diviſione factæ ſe mutuò tantùm tangerent nec haberent ullum Punctum commune. Et proinde Terminus extremus magis diſtabit à Termino alterius Lineæ ad quod eſt Punctum dividens, quam à ſui ipſius Termino altero ad quem itidem ponitur idem Punctum dividens, id eſt, major eſt una partium quam altera, & proinde Linea illa diviſa non eſt bifariam ut ſupponebatur. Exempli gratia, Lineâ A B ſectâ bifariam in C, partes ejus ſe tangunt tantum ad C, & earum cujusque Termini (cum ſint duæ Lineæ) ſunt omnes quatuor; quare ad C erunt duo Termini, qui ſint D & E, & per conſequens, B D major eſt quam A C; non eſt ergo A B diviſa bifariam in C niſi D, C, E conſiderentur ut idem Punctum.

DCE
A|——|——|B

CAP. IV.

De Linea Recta.

DEfinitio quarta eſt, *Lineæ rectæ*, talis: *Linea recta eſt quæ ex æquo ſua interjacet Puncta.* Id eſt (interprete *Clavio*) In qua nullum Punctum intermedium ab extremis ſurſum aut deorſum, huc vel illuc deflectendo ſubſultat, in qua denique nihil flexuoſum reperitur. Non agnoſco hic orationem Mathematicorum. Quomodo Punctum ſubſultet ſurſum & deorſum, huc & illuc non intelligo, non tamen credo quemquam eſſe qui rem ipſam, Lineam (inquam) rectam animo ſuo non ſatis rectè concipiat, ideâ nata ab aliqua Linea recta materiali, quanquam ideas ſuas, non omnes homines poſſunt oratione æquè declarare. Sed neque contra, illi qui cogitata ſua optimè deſcribunt, ſunt ſemper optimi Mathematici.

[illegible] Definire enim vocabula Artis cujuscunque non est ipsius Artis, [illegible] omnino artis opus, sed partim Judicii Naturalis, quo distin-[illegible] cujusque rei Essentialia, & non Essentialia, partim Ingenii ad [illegible]endum verba & orationem prompti, quibus ea quæ Essentialia sunt proprie & adæquate significentur. Itaque diversi homines eandem [illegible] Lineæ Rectæ, non tamen eandem ejus definitionem assi-[illegible]. Indicat nobis hoc loco *Clavius* plurium doctorum hominum *[illegible]* definitiones. Primo loco *Procli*, nempe, Recta est quæ [illegible] occupat spatium, quanta est distantia inter Puncta ejus [illegible]. [illegible] *Platonis*, Recta est cujus intermedia Puncta obum-[illegible]. 3°. *Archimedis*, Recta est minima habentium terminos [illegible]. 4°. *Campani*, Recta est brevissima à puncto ad punctum exten-[illegible] 5°. Eorum qui dicunt, Rectam esse quæ describitur à Puncto moto [illegible]. Quibus ego addo aliam Authoris recentioris, Recta est [illegible], [illegible] quantitate, [illegible] non possunt.

[illegible] definitionum [illegible] sit cæteris præferenda, ex duabus re-[illegible] est Idea, & Usu. Ex Idea an vera sit; ex Usu, an Prin-[illegible] Demonstrandi Idoneum sit. Idea juxta quam definita est à *Plato-ne* [illegible], Imago erat projectæ ab ea Umbræ, quam quidem proji-[illegible] per rectam. Itaque quid sit Recta satis conceperat; sed definitio illa [illegible] est, nec ullius usus ad demonstrandum utrum Linea de qua [illegible], recta sit necne, neque ad demonstrandam rationem rectæ [illegible]. *[illegible]*, *Archimedis*, & *Campani* definitiones verbis quidem differunt, [illegible] autem significant, nempe Rectam esse, quæ inter eosdem [illegible] est brevissima, quæ orta est ab Idea visarum plurium Linearum [illegible], quarum unica visa est recta & brevissima. Atque hac [illegible]. Quis enim qui conceperit in Sphæra plu-[illegible] cum, non judicabit Axem tum rectam [illegible] brevissimam [illegible] quæ transeunt à Polo ad Polum. [illegible] definitio ultima erat, quod videret [illegible]em nihil aliud esse præter [illegible] extremorum Puncto-rum; contraque Incurvationem nihil aliud esse quam [illegible]ctionem ter-[illegible] eorundem. Quod [illegible] definiunt *[illegible] Puncti moti nec* [illegible] nulla Idea [illegible], nec [illegible] potuit; quia vacillare nihil dici [illegible] respective ad [illegible] Lineæ jam antè ductæ. Neque vide-[illegible] circulare [illegible] describit circumferentiam circuli, quam [illegible] Lineam rectam.

At [illegible] *Euclidis*, [illegible] est insignificans. Quis enim intelligat [illegible] Lineæ, ex æquo jacent inter extrema?

Quo [illegible] est Punctum non esse sua natura, sed so-

lummodo ut consideratum in demonstrationibus, indivisibile, eo... demonstrari potest, Lineam non esse sua natura sine Latitudine, sed solummodo quatenus considerata est inter demonstrandum.

CAP. V.

De Superficie.

DEfinitio quinta, *Superficies est quæ Longitudinem Latitudinemque habet*, iisdem omnibus laborat vitiis cum definitione Lineæ; cum (exempli gratia) bases duorum hemisphæriorum duæ sunt, sive hemisphæriorum illorum alterum sit apud Indos Orientales, alterum apud Occidentales, sive se mutuò contingant. Dividitur ergo unà cum Sphæra etiam maximus ejus circulus id est, dividitur secundum Profunditatem. Profunda ergo est superficies quæ basis est hemisphærii.

CAP. VI.

De Superficiei Terminis.

DEfinitio sexta, *Superficiei Termini sunt Lineæ*, probat (divisa Superficie) duos ejus Terminos, id est duas Lineas esse ex utraque parte, & (per consequens) Lineam dividi posse bifariam ab uno ejus extremo ad alterum.

CAP. VII.

De Superficie Plana.

DEfinitio septima est, *Plana Superficies est, quæ ex æquo interjacet suas Lineas*, quam *Clavius* exponens oratione nihil significante, unde ejus qua usus est in explicanda definitione Lineæ Rectæ, *Plana (inquit) est Superficies, in qua partes omnes in rectum collocatæ sunt, ita ut nihil habeat sinuum angulis, nihil anfractibus, nihil eminens, nihil lacunosum.* Quæ verba ab omni arte aliena, ne ipse quidem potuit intelligere. Quod autem partes Plani omnes in rectum collocatas esse dicat, impossibile est nisi Planum totum sit una Linea Recta; quod item Superficiem Planam lævem esse dicit qualis est Superficies perpoliti alicujus marmoris, verum non est, nisi Conus aut Sphæra marmorea non potest perpoliri æque ac Superficies Plana. Rem quidem ipsam & *Euclides*, & *Clavius* & omnes

omnes homines ſatis rectè concipiunt, ſed quæ Superficiei Planæ eſſentialia ſunt, verbis explicare, ſaltem facile, non omnes poſſunt. Si Superficiem Planam eſſe dixeris, quæ deſcribitur à Linea ita mota, ut ſinguli ejus Puncta rectas Lineas deſcribant, rectè eam definieris, & clarè, & Eſſentiæ ipſius conſentaneè.

CAP VIII.

De Angulo.

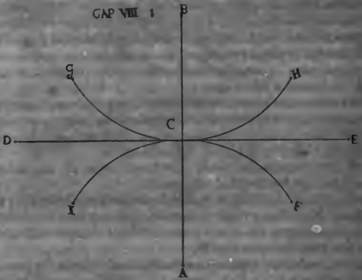
DEfinitio octava, *Angulus Planus, eſt duarum Linearum in Plano ſe mutuo Tangentium, & non in directum jacentium, alterius ad alteram inclinatio.* Ideam ſive imaginem Anguli, de quo tam multa dicuntur à Geometris, impreſſam animo, pauci habent. Quicquid maxima ex parte in Superficie late patens, deſinit in anguſtum, dicitur vulgò Angulus. Talem Ideam Anguli, etiam *Euclides* à conſpectis duabus Lineis concurrentibus conceptam, videtur voluiſſe hoc loco verbis declarare; neque (ut videtur) omnino cogitaverat aut audiverat quicquam de Angulo Contactus. Quanquam enim El. 3°. Prop. 16. conatur demonſtrare Angulum factum à Tangente & circumferentia Circuli, minorem eſſe omni angulo acuto, nuſquam tamen nominat Angulum contactus, neque de illo, ſub alio quovis nomine, quicquam dicit. Itaque non videtur voluiſſe comprehendere hac definitione Angulum Planum ullum, qui non fuerit ejuſdem generis cum angulo Rectilineo. Quod etiam ex eo colligi poteſt quod ad anguli definitionem, neceſſariam putaverit eſſe conditionem, ut *Lineæ quæ angulum efficiunt jaceant in directum.* Verum quid voluiſſe videtur *Euclides*, conjicere fruſtrà erit, Ipſam Definitionem verbatim conſideremus.

Quod ut melius faciamus (cum ſit res ſatis magni Mathematicis momenti, quæque magnas inter *Clavium* & *Pelletarium* contentiones excitavit) rem totam deſcripta figura ponamus ante oculos.

Sit recta A B diviſa biſariam in C, & Radiis A C, B C deſcribantur duo circuli F I, G H; ſecetque recta E D rectam A B ad angulos rectos in C.

Videamus primò, quænam ſint duæ Lineæ quæ angulum conſtituunt; & quæ duæ angulum non conſtituunt. Rectæ D C, C E abſque dubio conſtituunt compoſitæ, unam rectam D E. Sed an item rectæ A C, C E conſtituant unam Lineam curvam incertum eſt; imò vero certum potius quod non. Nam punctum C conſiderabitur vel ut Quantum, vel ut Nihil. Si ut Nihil neque Linea D E, neque Linea F I duci poteſt,

CAP VIII 1



neque considerari. Sin punctum consideretur ut quantum, considerabitur recta quidem D E ut rectangulum, & arcus F I ut orbis alicujus latitudinis. Itaque punctum C considerabitur ut pars utriusque communis; & sic erit idem punctum consideratum ut majus & minus, id est ut quadratum, & circulus ipsi inscriptus. Quare duæ rectæ constituentes angulum rectum nullo modo considerari ut una recta possunt. Multo autem minus, si constituunt angulum acutum. Quid ergo (inquiet fortasse aliquis) nullâne neque arte, neque fortunâ dividi potest Linea recta in partes aliquotas? Punctum enim si nihil sit, nusquam est, neque in mediâ Lineâ, neque in tertia, neque in quarta parte ejus. Sin punctum sit quantum, auferetur per divisionem aliqua pars rectæ dividendæ. Ad quod respondeo. Rectè dividetur recta, si secemus eam per Lineam habentem exiguam aliquam latitudinem, ita ut partes utrinque sint æquales, dicamusque totius rectæ secandæ medietatem esse ad mediam latitudinis Lineæ secantis. Accuratiùs autem dividi bifariam (ab humana saltem potentia) non potest. Itque hæc verba *duarum Linearum, &c.* ut obscura reprehendo, propterea quod, quæ duæ lineæ, unam constituant vel non constituant, nondum docuerat.

Id quod facit duas Lineas compositas rectè vocari *unam*, est quod idem omnino habeant punctum commune, quale quidem habent arcus

arcus F C, C I; sed non item F C, C D, neque E C, C A.

Videamus secundò quænam sint Lineæ quæ ad faciendum angulum debent se *mutuò tantum tangere*, Et (quoniam locum hunc exponens *Clavius* angulum effici dicit ex hujusmodi *concursu* seu *inclinatione*) quid sit duarum Linearum in plano concursus. *Etiam quid sit jacere in directum.* Quid etiam sit *inclinatio*, quam *Clavius* eandem rem esse putavit cum concursu. Et quid sit *Lineam à Linea secari.*

Recta arcum (sive aliam Lineam curvam) *tangit tantum*, quando tangit quidem, tota tamen est extra circulum, ut nullum sit utriusque commune punctum. Ut qui alicujus domus januam *tangit tantum*, is neque intra domum est, neque in ipsa janua, sed totus extra.

Concurrunt autem duæ Lineæ quando utriusque est aliquod commune punctum, necdum producitur ulterius.

Recta denique arcum secat quando pars rectæ est intra, pars extra circulum. Non est ergo eadem res contactus & concursus; neque quæ se plusquam tangunt necessariò se mutuo secant, neque rectè interpretatus est hoc loco *Euclidem Clavius.*

Tertiò, videamus quid sit *jacere in directum.* Verba illa *jacere in directum* quem locum in Lineis non rectis habere possunt non intelligo; nam si *vera* sint, juxta interpretationem *Clavii*, qui dicit duos arcus F C, C I *jacere in directum* etiam duæ semisses ejusdem circuli jacebunt in directum, & (quod inde sequitur) puncta omnia totius perimetri, *jacebunt* in directum & punctum potest moveri à loco suo donec ad eundem locum redeat motu directo, & fiat perimeter recta Linea.

Videamus quartò, quid sit *Inclinatio.* Quando recta rectæ ad angulos rectos insistit, non dicitur (juxta sermonem communem) omnino inclinari in utramvis partem rectæ cui insistit: Quando autem altera alteri insistit ad angulos obliquos tunc *inclinari* ad eam partem dicitur ubi angulus est minor. Atque hoc sensu *Inclinationem* intelligit in Elemento undecimo *Euclides.* Itaque minima *Inclinatio* rectæ C B ad C D tunc est, quando altera ad alteram est perpendicularis; maxima autem quando admovetur C B ad C D motu circulari ita ut ambæ coincidant. Idem etiam dici potest de *Inclinatione* rectæ C D ad C A, & rectæ C A ad C E, & rectæ C E ad C B. Motus enim circularis cujuslibet è quatuor rectis ad rectos angulos deinceps collocatis *Inclinationem* mensurat, adeoque angulos eo motu generatos, & semper quo major est pars totius circuitionis quæ eo motu circulari conficitur, eo major est angulus.

Jam *Inclinatio* rectæ C D ad arcum C I quo pacto mensurari potest, cum partes omnes arcus C I diversas habeant inclinationes, nisi quod in puncto unico C *Inclinatio* maxima est, nempe puncti C quatenus

tenus in recta D C ad idem punctum C, quatenus in arcu I C. Itaque angulus qui fit à curva C I & recta C D, omnino ad punctum ipsum C nullus est, nisi angulus contactus non sit ejusdem generis quantitatis cum angulo quem efficit Radius per motum circularem ad alium locum translatus. De quo fusiùs dicetur in examinatione Propositionis 16ᵉ Elementi tertii.

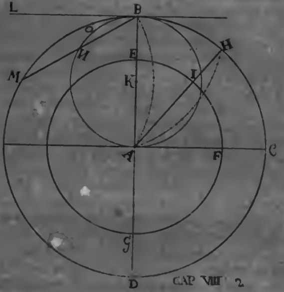
Videamus denique cur ad constitutionem Anguli, necessarium sit ut duæ Lineæ ipsum efficientes non *jaceant in directum*, cujus causam hanc reddit *Clavius*, quòd nec duæ partes ejusdem rectæ nec duo arcus ejusdem circuli faciunt angulum. Cæterum non negabit angulum habere quantitatem, neque duas quantitates (ejusdem generis proximi) compositas habere quantitatem unius duplam, neque duos angulos A C D, A C E esse vere angulos ejusdem generis. Quomodo ergo negabit duas rectas C D, C E constituere duos angulos rectos, sive unum angulum rectiduplum? Continent ergo duæ rectæ C D, C E (quanquam in directum collocatæ sint) angulum.

Postremò, *Clavius* definitionem hanc *Euclidis* exponens sic scribit, *Consistit autem anguli cujusvis quantitas in sola Inclinatione non in longitudine Linearum. Lineæ enim longius excurrentes non augent suam Inclinationem; igitur neque anguli magnitudinem.*

Quid ergo opus est omnino ad essentiam anguli lineis; quæ minui possunt ambæ in infinitum, salva quantitate & natura anguli? Etiam in angulo contactus, si minuatur arcus I C quantum fieri potest, quæ tum erit differentia inter angulos D C C & D C D? Scire hinc potes an accuratiores, acutioresve sint Mathematici quam aliarum artium studiosi. Restat ut anguli plani naturam explicem, & inter angulum contactus, & angulum ex circulatione distinguam; & utramque definiam si potero clariùs, accuratiùs, & ad usum Geometricum accommodatiùs.

Centro A, motu Radii A B describantur duo circuli D C D, E F G (neque refert utrum A B sit recta an curva, quales sunt curvæ punctis signatæ A B, A H; nam easdem describunt tum Superficies tum Lineas.) Et à centro ad circumferentiam ducatur recta A H utcunque, secans circulum E F G in I. Facit ergo A B, per motum circularem ad A H, angulum B A H, & pergens ad C facit angulum majorem ejusdem generis. Appellabimus autem hoc genus anguli *angulum genitum ex circulatione* sive motu circulari Radii. Itaque Ideam anguli hujus generis perfectam habes. Cæterum ad definitionem ejus legitimam, investiganda prius ea sunt, quæ ipsi sunt essentialia.

Primum est, ut sit quantum. Hoc autem manifestum est ex eo quòd alter



aliter altero major esse possit, ut angulus B A C major est angulo B A H.

Secundo, quia anguli B A H, E A I æquales sunt, sed neque rectæ A B, A E, neque plana B A H, E A I, æqualia sunt, certum est, quod essentia anguli non consistit neque in quantitate linearum, quibus includitur neque in quantitate Superficierum B A H, E A I; neque denique consistit essentia anguli in magnitudine arcuum B H, E I, cum anguli ipsi æquales sint, arcus æquales non sint.

Ubi ergo inveniemus æqualitatem illam propter quam æquales dicuntur duo anguli B A H, E A I?

Duo anguli B A H, E A I æquales vocantur, propterea quod æquales sunt partes, sive potiùs, eadem pars totius circumlationis Radii. Sunt enim duo arcus B H, & E I facti à motu Radii (sive recti sive curvi) A B eodem tempore. Itaque æqualitas angulorum hujus generis consistit in æqualitate partium temporis in quo circulatio tota Radii perficitur. Atque hinc est, nec aliunde, quod tum Anguli, tum Sectores in eodem circulo sumpti, sunt in eadem ratione cum suis arcubus.

Habes ergo naturam *Anguli ex circulatione geniti*, nempe eandem cum natura circulationis. Et angulus ipse est pars circulationis totius. Et arcus & anguli sui eadem est quantitas. Nomen autem anguli, arcui datum est propter lineas quæ ductæ à centro ad circumferentiam faciunt ut angulus conspiciatur. Neque sunt illæ Lineæ rectæ de Essentia anguli, qui sine illis determinatur in arcu, quanquam Essentiales sint figuris angulatis, ut triangulis, quadratis, &c.

Ex his quæ dicta sunt de natura Anguli brevis & clara emergit Anguli hujus generis definitio hæc, *Angulus est circuitus* (sive circumlationis) Radii

Radii dum circulum vel partem circuli describit, quantitas. *Dicere autem quod sit inclinatio Linearum*, aniculæ potius est sedentis ad angulum [illegible], quam Mathematici, ejusdemque accurati & rigidi.

Mensuram autem hujus generis angulorum agnoscunt omnes esse arcum circuli; agnoscunt item Mensuram & Mensuratum esse in eodem genere quantitatis. Idem ergo est quantitatis genus, Arcus & Anguli.

Consideremus jam naturam *anguli contactus*. Divisa AB bifariam in K, Radio KB describatur Semicirculus BA; ducaturque recta BL magnitudinis indefinitæ, sed parallela AF, quæ propterea tanget circulos BA & BD in puncto B. Supponamus *rectam æquam*, ut BL æqualem arcui BA, impossibile enim non est. Supponamus etiam BL in omni ejus puncto æqualiter flecti, sive incurvari, ita ut coincidat cum arcu BA; neque enim hoc est impossibile, quia ut arcus [illegible] potest Linea recta, ita recta per flectionem converti potest in arcum circuli. Habemus ergo duos arcus BA, BD æqualiter curvos, quanquam magnitudine inæquales. Deinde si à puncto B ducatur recta BM [illegible] utrumque semicirculum, majorem in M minorem in N, erunt quoque arcus BM, BN æqualiter curvæ (cum sint in eadem ratione cum [illegible] circulis integris.) Quanquam arcus BM major sit quam BN.

Præterea in eodem circulo, quo minor est arcus, eo minorem habet curvitatem; in ratione ipsorum arcuum qui in omni puncto æqualiter flectuntur, sive incurvantur.

Postremo, natura Anguli quem faciunt duo arcus BA, BD non consistit in quantitate Superficiei quam continent; nam Anguli quantitas determinata, Superficies illa indeterminata est; similiter neque consistit natura Anguli quem faciunt recta BL cum arcu BM in Superficie indefinita, cui illæ duæ lineæ utrinque adstant.

In quo ergo (inquies) consistit natura Anguli contactus duorum arcuum, vel arcus & rectæ? In eo quod Angulus ille determinat quantitatem curvitatis; ut ex modo dictis aperte constat. Nam cum duo arcus BD, BA sint æque curvi, erunt etiam arcus BM, BN (qui sunt ut arcus BD ad arcum BA) æque curvi. Et quia arcus BM duplo curvior est sua semisse, puta arcu BO, erit quoque arcus BN duplo curvior quam est idem arcus BO sibi æqualis. Atque idem omnino continget in omni alia proportione arcus exterioris ad interiorem.

Itaque arcus [illegible] qui Angulum contactus dicuntur efficere, aliud non faciunt (quoniam curvitas major, vel minor, vel æqualis, alteri curvitati esse potest) quam [illegible] circumferentiæ. Itaque Angulum contactus, si quem angulum dici volunt Geometræ, sic definio. *Angulus contactus est quantitas [illegible] quæ est in arcu circuli facta a [illegible] rectæ.*

Sequi-

Sequitur hinc, in puncto primo rectæ B L, nempe puncto B, ubi nulla intelligi poteſt flexio, nullam eſſe curvitatem, & proinde rectam B D cum arcu B M in puncto B conſtituere angulum rectum. Fatetur enim *Clavius* longitudines linearum nil mutare in magnitudine Anguli; nec ideo angulum contactus quicquam detrahere à magnitudine Anguli recti rectilinei D B L.

Sequitur etiam Angulum contactus non eſſe ejuſdem generis cum angulo rectilineo (quod & *Clavius* fatetur) cum curvitates arcuum æquales eſſe poſſunt tunc quando arcus ipſi ſunt inæquales. Hæc tibi ſatis perſpicuè puto explicavi. Sin argumenta *Clavii* contra *Pelletarium* aſſenſum tuum etiam nunc impediant, tollam ea cum iſtuc venero.

C A P. I X.

De Figura.

DEfinitio 13. nempe, *Terminus eſt quod alicujus extremum eſt*, ſera venit; cum in 3 & 6 definiiſſet terminos Lineæ, & Superficiei eſſe Puncta.

Definitio 14. *Figura eſt quæ aliquo vel aliquibus Terminis comprehenditur.* Quæro hic primo, ad quam Vocem expreſſam vel ſubauditam refertur Vox Relativa *quæ*. Si refertur ad figuram, definitio erit (*Figura eſt figura quæ aliquo*, &c.) vitioſa. Sin ad Vocem *magnitudo*, tum definitio talis erit, *Figura eſt magnitudo quæ aliquo vel aliquibus terminis comprehenditur*; vel brevius, *Figura eſt magnitudo undiquaque finita*. Quæ quidem definitio eſt legitima. Sed quomodo excludet ab hac definitione *Clavius* Finitam Lineam? Dicet fortaſſe, Lineam quæ *longitudo tantùm eſt* Terminos alios non habere præterquam longitudinis, & propterea Figuram non eſſe. Quomodo ergo differunt inter ſe duæ Lineæ Finitæ inæquales quarum altera recta altera curva eſt, ſi non Figura? differunt enim plusquam longitudine.

Definitio 15. *Circulus eſt Figura plana ſub una Linea comprehenſa, quæ peripheria appellatur, in quam ab uno puncto eorum quæ intra Figuram ſunt poſita cadentes omnes rectæ Lineæ inter ſe ſunt æquales.* Quam non reprehendo, ſed quæro, primo, quare latera omnia ſimul quæ conſtituunt ambitum Polygoni, non æquè una Linea ſunt ac perimeter Circuli, qui Circulus Polygonum cenſeri poteſt laterum numero infinitorum? Si dicant differentiam conſiſtere in eo quod duo latera Polygoni non habent punctum commune ad eos quos faciunt angulos, ſicut habent duo quilibet arcus circuli, acquieſcam. Cæterum ſi ita dicant, videant an ἀκρίβειαν illam propoſitionis 47. Elementi primi non tollant, cui maxima pars Geometriæ innititur.

nititur. Quæro secundo, cur non definivit Circulum à circumductione Radii, ut definivit Sphæram à circumductione Semicirculi; nam potuit; & fuisset definitio illa declaratio generationis circuli, & per illam hæc definitio demonstrari breviter potuisset. In his igitur definitionibus reprehendo τὴν σκαιότητα.

Definitio 34. *Parallelæ rectæ Lineæ sunt quæ cum in eodem sint plano, & ex utraque parte in infinitum producantur, in neutram sibi mutuò incident*, vera quidem est Propositio, non autem bona Definitio. Bona Definitio ingenerare debet auditoris animo Ideam Parallelismi, id est, Æquidistantiæ. At in hæc definitione, ne una quidem vox est quæ significat aut æqualitatem aut duarum rectarum distantiam. Neque omnino possibile est Ideam habere Lineæ infinitè productæ. Fortasse ex eo quod in neutram partem coincidant, demonstrari potest, quod sunt parallelæ, sive quod ubique æque distant, sed ex alia Parallelarum, sive Æquidistantium definitione.

Deinde per bonas definitiones demonstrari solent & debent conclusiones primæ; hac vero *Euclides* nusquam utitur.

Definitio denique neque demonstrabilis est, nec esse debet; cum sit Demonstrationis Principium; hanc autem demonstrabo à Definitione alia hac, *Parallelæ rectæ sunt in quarum una sumptis duobus punctis ad quodcunque intervallum, ab illis punctis duæ rectæ facientes cum ipsa ad easdem partes angulos æquales, ductæ ad alteram sunt æquales.* Ex qua definitione necessario sequitur duas illas rectas productas nunquam esse concursuras, ut quæ ubique ab æqualibus rectis æqualiter inclinatis distinentur.

Definitio mea hæc Ideam Æquidistantiæ animo ingenerat, nec ab alia priore demonstrari potest; possunt autem ab illa multo brevius demonstrari parallelarum rectarum, vel etiam parallelorum planorum proprietates, quam aut ab *Euclide* aut à *Clavio* demonstrantur.

Atque hæc dicta sufficiant de Definitionibus ad Elementum primum, ex quibus cognoscere potes quàm bene tum *Clavius*, tum *Euclides*, tum etiam eorum sectatores naturam Parallelarum, aut Anguli, aut Lineæ, aut Puncti intellexerunt. Videamus jam *Petitiones* utrum æquæ an iniquæ sint.

CAP. X.

De Pet. 1. El. 1. & de Def. 10.

PEtitio 1. *Ut à quovis puncto ad quodvis punctum, rectam Lineam ducere concedatur.*

Si concedatur Lineam habere Latitudinem aliquam visibilem, Æqua est. Nam à puncto ad punctum extendi potest ex lino filum; alioqui facta impossibile est; & propterea Petitio Iniqua est. Sed

Sed illa *Euclidis* γραμμὴ (etsi Latitudinem habeat) duci non potest, nisi in Plano. Planum autem describi non potest sine ope rectæ Lineæ, ita ut neque recta *Euclidis* neque superficies plana accuratè describi possit. Opus est instrumentis mechanicis, qualia sunt Regula & Norma, id est non accuratè. Æquum tamen esse fateor ut in opificiis humanis pro accurato habeatur, quod accurato est proximum. Sed quod Lineas Hyperbolicas & Ellipticas duci posse *Euclidistæ* non concedant (cum certius aliquanto Ellipsis & Hyperbole ope fili duci potest, quam Linea recta ope Regulæ) Iniquum est. Itaque quamdiu Geometræ Lineas has duci posse negant, tamdiu Petitio hæc Iniqua est, & propterea etiam Secunda haberi debet pro iniqua.

Definitiones Elementi secundi faciles sunt, & propter eam causam vitio carent. Idem dico de definitionibus Elementi 3 fere omnibus. Fere, inquam,

Notandum enim est quod in secunda definitione Elementi 3. definit *Tangere*, per *Tangere* nec *Secare*, incertum relinquens an Punctum Contactus intelligendum sit in una tantum Linearum contiguarum, an in utraque an inter utramque. Potest enim si (quod ille dicit) Punctum nihil est, considerari Punctum inter utramque; nam contigua possunt non modo loco disjungi, sed etiam qualitate aliqua differre, ut colore. Et propterea duo sunt; & sic habebimus tria puncta, nimirum duo in ipsis Lineis contiguis quorum alterum sit album, alterum nigrum, & inter illa duo puncta, tertium nullius coloris. Quemadmodum etiam duæ planæ Superficies admotæ ad contactum mutuum erunt altera alba, altera nigra, altera nihil, & tamen omnes simul una Superficies.

Non dubito quin *Euclides* Tangentes circulorum semper ducendas putavit per diametrorum terminos; atque ita Punctum Contactus semper commune fecit trium Linearum, nimirum, arcus circuli, Tangentis circulum, & Lineæ cujusdam per quam Tangens ab arcu dividi & loco separari posset. Neque credibile est, si Contactum quid sit clarè explicuisset *Euclides*, controversiam inter *Clavium* & *Pelletarium* de angulo Contactus ullam extitisse.

Definitio 10. *Similia circuli Segmenta sunt, quæ angulos capiunt æquales*, aut *in quibus Anguli sunt inter se æquales*. Si in duobus Segmentis circulorum valdè inæqualium inscriberentur duo Anguli inter se æquales, credamne omnem hominem qui agnosceret Angulorum illorum æqualitatem, necessariò etiam agniturum esse ipsorum segmentorum Similitudinem inferri posse ratiocinando, id est inde vel aliunde demonstrari posse. Sed tunc non erit Definitio, nam ea debet esse indemonstrabilis.

Cum Geometria tota versetur circa Quantitates, commensurabilia &

incommensurabilia, æqualitatem & inæqualitatem, Figurarum Proportiones & Similitudines; cumque Principia demonstrandi sint definitiones; Quomodo excusari possunt Geometriæ Magistri qui tanto aliis accuratiores haberi volunt, quod nusquam neque Quantitatem, neque Mensuram, neque Similitudinem definierunt. Neque ipsam Geometriam, cui, ut videtur, studere homines æquum esse existimaverunt antequam scirent Cui bono? Geometriam rectè definies *esse Scientiam qua ex aliqua vel aliquibus magnitudinibus mensuratis, cognoscimus per ratiocinationem alias non mensuratas. Mensuram* autem esse *materiale aliquid quod habenti magnitudinem applicatum semel vel pluries, ipsam æquat*; videmus enim Lineas mensurari Pede, Brachio, &c. Plana Planis, Solida Solidis, Fluida Vasibus seu locis congruis. *Æqualia* autem *esse dices quæ eidem loco congruere possunt. Similia quæ sola differunt magnitudine. Quantitatem* denique *magnitudinem definitam,* nempe Expositione aut comparatione cum alia magnitudine cognita. Quæ definitiones & faciles sunt & Principia demonstrandi.

Clavius ad Prop. 22. hujus Elementi tertii demonstrat, quod *Si duo aut plures circuli se mutuo tangant interius in uno Puncto, à quo duæ aut plures rectæ educantur, erunt & arcus inter quascunque duas Lineas intercepti, & arcus inter quamcunque Lineam & Punctum Contactus intercepti, similes.* Exempli gratia in Figura ad Cap. VIII, arcus duos BM, BN demonstrat esse similes. Et quidem recte. Sed ex eo sequetur arcum utrumque habere latitudinem aliquam, majorem majorem, minorem minorem, alioqui falsum erit, Apelle judice, vel alio quovis Pictore; cum in similibus arcubus inæqualibus latitudines ipsorum arcuum æquales esse non possunt, sed in ipsorum arcuum ratione inæquales. Etiam ut longitudines inæquales quatenus longitudines similes sint, dictu absurdum est.

Hactenus Peccata Definitionum *Euclidis* leviora. Quæ tamen si demonstrationes nullas inficiunt, pro nullis habeantur. Accedo jam ad definitiones Elementi quinti, quæ pertinent ad doctrinam Rationum, & Proportionum, Geometriæ medullam.

CAP. XI.

De Ratione.

Prima est, *Pars est magnitudo magnitudinis minor majoris, cum minor metitur majorem.* Si per Partem intelligat partem aliquotam, & inter partes aliquotas numerat Totum (nam æquale metitur æquale) bona est; & eadem in lineis est res, *pars & mensura.*

Definitio 3. *Ratio est duarum magnitudinum ejusdem generis mutua quædam*

dam secundum quantitatem habitudo. Quis ex Definitione hac, Latina sive Græca, naturam Rationis comprehendere intellectu potest? Quid enim est *ejusdem generis?* Ubi hoc in antecedentibus explicavit? Quid est illud *quædam*, sive (ut Græcè sonat) *aliqualis habitudo?* Quid denique habitudo? Neque hoc usquam definivit, neque Quantitatem.

Ideam Rationis (de qua hoc loco *Euclides*) omnes perfectam habent. Mercator scit ex Quantitate collatæ à se pecuniæ, quantum habere debet lucri. Colonus non ignorat quantum usum agri communis habere debet, ex quantitate agri sibi proprii. Mercator qui tertiam partem collatæ pecuniæ contulit, statim dicet debere sibi tertiam partem lucri. Colonus qui possidet tertiam partem agri privatim promptè postulabit tertiam partem usus agri communis. Unusquisque enim videt inesse in ea re comparationem Quantitatis ad Quantitatem, quantitatis expensi ad quantitatem accepti. Sed Ideam hanc ita oratione generali adæquate complecti, ut inde Regulas generales demonstrare possit, non facile potest unusquisque. Iuxta hanc Ideam vulgarem, proportionem in Numeris optime definivit *Euclides* Def. 24. El. 7. etsi eo loco non Rationem sed Proportionem dicat. Proportionem autem in alio sensu dicit in Def. 4. El. 5. pro Rationum similitudine. Quod parvi momenti peccatum est, nisi quod inconstantia in vocabulis signum sit obscuritatis in intellectu. Sed Ideam illam quam habuit *Euclides à partibus iisdem numerorum*, magnitudinibus quæ non semper sunt ut numerus ad numerum, adaptare non potuit. Itaque omissa illa responsione partium ad partes, coactus est Ideam aliam quærere tum magnitudinum, tum numerorum communem. Noverat in quatuor proportionalibus primum ad secundum *ita se habere* (Græce οὕτως ἔχειν) ut tertium ad quartum. Itaque à cogitatione vocis *ita habeat*, quasi ab Idea ipsa rei (converso Verbo ἔχειν in Nomen σχέσις, seu, Verbo *habere* in Nomen *habitudo*) formavit Rationis Definitionem illam sterilem, *Ratio est duarum magnitudinum ejusdem generis secundum quantitatem habitudo quædam*, sonum verborum secutus pro Idea rei.

Antequam Rationem definiam, necessarium est definire Quantitatem, & quantitatum diversa genera inter se distinguere. Interroganti enim Quantum est, qui ita respondet ut interrogantis animus acquiescat in eo quod respondetur, necesse est ut magnitudinem de qua quæritur, vel exponat ad oculos, vel determinet per comparationem cum alio quanto per mensuram determinato. Animus enim in Indefinitis non acquiescet.

Sed quia non omnia quanta mensurantur per lineam, nec per Superficiem, nec per Solidum, totidem erunt genera mensuræ, quot sunt genera quantorum. Corpus mensuratur tot mensuris quot habet dimensiones, & proinde tria habet diversa genera quantitatum, nempe Lineam, Superfi-

ciem, & Soliditatem; quarum quantitatum unius pars, pars alterius esse non potest. Et in universum Quantitates illæ diversi generis sunt, quarum, pars unius non est pars alterius; vel ut definitur ab *Euclide* quarum una quantumvis multiplicata nunquam alteram superabit.

Lineæ ergo omnes sive rectæ sive curvæ ejusdem sunt generis quantitates; & quia curva extendi potest, ita ut fiat (non mutata quantitate) recta, altera earum multiplicata, alteram superare potest.

Ab his tribus generibus *Clavius* excludit Numerum tanquam genus ab omnibus tribus diversum Non rectè. Numerus semper est in eodem genere quantitatis cum Numerato. Neque genere differunt Unum & Plura. Numerus autem & plura idem sunt. Numerus Linearum, & Lineæ habent idem genus quantitatis. Item Numerus Angulorum & Angulus; Temporum & Tempus, *&c.* Quod *Clavius* Lineam finitam & Lineam infinitam ejusdem esse generis negat, superfluum est, tanquam si quis diceret Ens & non-Ens esse diversi generis, Linea enim infinita nulla est. Quod autem dicitur in Mathematicis *Infinitum*, id significat solummodo indeterminatum, sive indefinitum, id est, quod quantum sit non est dictum.

Distinguendum etiam est inter Quantum & Quantitatem, quorum unum nunquam dicitur de altero.

Præterea etsi Magnitudo, ut Longitudo, Superficies, Soliditas, solis corporibus tribui propriè possunt, Quantitas tamen multis aliis rebus tribui rectè potest. Quicquid enim est de quo verè dicimus, quod majus vel minus alio est, vel æquale, vel de quo verè dicitur magis vel minus vel æqualiter est, habet illud quantitatem & dimensionem vel unam vel plures, & proinde:

Tempori sua quantitas est quæ exponi potest per Lineam.

Motui est sua sibi quantitas exponenda per Lineam.

Etiam Vis habet suam sibi quantitatem exponendam per Lineam vel Planum. Et Pondus quantitatem suam quæ exponi potest etiam per Lineam vel Solidum. Nec tamen inde inferri potest, aut tempus, aut motum, aut vim, aut pondus, esse Lineam aut aliam magnitudinem.

Denique Ratio (quoniam Ratio alia aliâ major est vel minor) quantitatem habet, & per duas Lineas exponitur. Quandocunque enim exponuntur duæ Lineæ, non modo exponuntur ipsæ, sed etiam ipsarum Ratio. Ratio enim est (ut eam definiam) *magnitudinis ad magnitudinem Relatio*. Neque exponi potest nisi per duas Lineas, quarum altera Antecedens altera consequens (ut in omnibus ferè aliis Relationibus) appellatur.

CAP.

CAP. XII.

De iisdem Rationibus.

Def. 6. I*N eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquè multiplicia, à secundæ & quartæ æquè multiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, utrumque ab utroque vel una deficiunt, vel una æqualia sunt, vel una excedunt; si ea sumantur quæ inter se respondent.*

In hac Definitione nulla mentio est *habitudinis unius magnitudinis ad aliam*, cum tamen ex Definitione *Euclidis* verba illa sunt de *Rationis essentia*. Itaque aut definitio Rationis aut definitio *ejusdem Rationis* vitiosa est. Neque Axioma est, quia non est lumine naturali cognoscendum. Neque est ex antecedentibus demonstrabile. Neque denique de quantitate continua demonstrabile est ex subsequentibus. Et tamen vera est propositio, & conversa Prop. 12. hujus Elementi quinti. Demonstrari autem potest per definitionem quam ego posui hanc, Ratio *est duarum magnitudinum secundum quantitatem Relatio*, & demonstratam vidi.

Clavius, sentiens (ut puto) definitionem hanc egere defensione, longam, de causa propter quam *Euclides*, *quatuor magnitudines proportionales & non proportionales; per earum æquè, multiplicia definierit*, orationem instituens, nullam adfert causam aliam, præterquam quod propter multarum magnitudinum incommensurabilitatem coactus sit investigare aliquid, quod certum sit convenire quibuscunque numeris eandem habentibus proportionem, deinde idem demonstrare convenire etiam in commensurabilibus. Hoc tamen nusquam præstitum est. Itaque idem est ac si dixisset, ideo illum proportionalia sic definiisse, quia definitionem meliorem nondum poterat reperire.

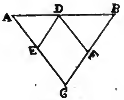
Exponantur quatuor numeri proportionales 8. 4 :: 6 3. Vides hic duas Relationes totius ad dimidium; sunt enim totum & dimidium Relativa, & Relatio totius 8 ad dimidium suum 4. eadem Relatio quæ totius 6. ad suum dimidium 3. Idem dici etiam potest de tertiis, quartis, &c. æquè ac de dimidiis. Patet ergo Rationem esse Relationem; & Rationem eandem esse Relationem eandem. Et propterea proportionem in numeris *per Partes easdem* rectè definivit *Euclides*. Sed invenire debuit aliquid quod Rationibus etiam magnitudinum incommensurabilium conveniret. Cur autem non fecit? An impossible erat? Nescio, nisi quod sit difficile. Duæ Lineæ simul atque ductæ sunt, habent inter se Rationem suam, quæcunque ea sit. Et quæ Causa efficiens erat ipsarum Linearum, eadem erat & causa ejus quam habent inter se Rationis. Causa ipsarum Linea-

rum

rum efficiens erat Ductio, id est motus, quare etiam Causa efficiens Rationis quam habet earum altera ad alteram erat motus ille idem, ex quo motu Lineæ ipsæ ortæ sunt. Etiam Ratio illa eadem erat in Motibus ipsis quibus illæ Lineæ erant *descriptæ*. Quærenda ergo est Rationis duarum Linearum inæqualium *identitas*, sive *æqualitas*, sive *similitudo* (quæ tria nomina in Rationibus idem significant) in Motuum inæqualium aliqua similitudine, id est, in responsione partis ad partem vel portionis ad portionem (sive illæ partes aliquotæ sint, sive non sint) itaque qui tales motus excogitaverit, proportionalia ipsa determinabit ductisque Lineis rectis determinabit exponetque oculis.

Factu autem difficile non est. Nosti enim *motu sive ductu Lineæ uniformi, partes Lineæ descriptas æqualibus temporibus semper esse inter se æquales.* Item si Linea descripta sit eadem semper velocitate partes ejus æqualibus temporibus descriptæ esse etiam inter se æquales.

Sit recta A B descripta motu uniformi, in Tempore quocunque; & in parte aliqua ejusdem temporis, eodem motu uniformi, descripta sit A D pars rectæ A B. Quoniam ergo motus uniformis erat in omnibus partibus æqualibus temporis, descriptæ erunt partes æquales tum totius rectæ A B, tum rectæ A D. sive illæ partes toti A B sint, vel non sint commensurabiles.



CAP XII

Eodem tempore, motu uniformi quidem, ut ante, sed tardiore, sit descripta recta A C, faciens cum A B angulum quemcunque B A C; & quo tempore descripta erat A D, eodem intelligatur descripta A E. Quare in rectis A C, A E, pro partibus sive portionibus sumptis in A B, portiones æquales semper describentur in A C, eodem modo quo tota A B respondet toti A C, & pars A D parti A E.

Habebunt ergo partes æquales factæ æqualibus temporibus in A C ad partes æquales factas æqualibus temporibus in A B, eandem rationem singulæ ad singulas, quam habet tota A C ad totam A B, sive etiam quam habet A E ad A D. Etiam partes omnes æqualibus temporibus factæ in E C (differentia inter A C, A E) ad partes omnes æqualibus temporibus factas in B D (differentia inter A D & A D) singulæ ad singulas, eandem habebunt rationem quam A C tota ad A B totam, vel A E pars ad A D partem.

Quare si A B & A D sint incommensurabiles, & proinde etiam A C, A E incommensurabiles; intelliganturque quotlibet partes æquales sumptæ

ſumptæ in A B ita ut reſtet ad complendam A B, pars minor quam una earum partium; & totidem partes æquales intelligantur ſumptæ in A D, ita etiam ut reſtet ad complendam rectam A D, minor quam una harum partium; fiatque idem in rectis A G, A E, omnes illæ partes æquales ſimul ſumptæ in A B habebunt eandem rationem ad totam A B quam habent partes ſimiles æquales ſumptæ in A C ad ipſam A C; & quam habent omnes ſimiles partes æquales ſumptæ in A D ad ipſam A D; & quam habent omnes ſimiles partes æquales ſumptæ in A E ad ipſam A E.

Eædem ergò ſunt rationes quas determinat ſive exponit motus uniformis (id eſt motus æqualibus temporibus æquales rectas deſcribens) eodem tempore, nempe ratio A B ad A C, vel A D ad A E vel differentiæ D B ad differentiam E C, ſive in commenſurabilibus ſive in incommenſurabilibus.

Quare *rationes eaſdem Definio eſſe illas quas exponit in duabus rectis motus uniformis æqualibus* temporibus; vel univerſalius *in* eadem ratione ſunt quæ determinantur à cauſa quacunque temporibus æqualibus æqualia efficiente.

In eadem Figura, ſi jungatur B C, & ducatur D F parallela E C ſecans B C in F, erit triangulum B D F ſimile toti triangulo B A C, propter angulos ad A & D æquales & angulum ad B communem. Similes autem Figuræ non ſunt quæ differunt plus quam magnitudine; nam ſi non eſſent æquiangulæ, aut non haberent latera circa æquales angulos proportionalia, non eſſet inter eas ulla figuræ ſimilitudo. Eadem ergo eſt ratio A B ad D B, quæ C A ad D F. Sed ut A D ad B D, ita oſtenſa eſt eſſe C A ad E C. Sunt ergo D F & E C æquales; & proinde (ducta D E) triangula A D E, A B C ſunt ſimilia.

Ad definitionem hanc, Propoſitiones illæ quæ ſequuntur in Elemento quinto, de Permutatione, Converſione, Compoſitione, &c. Rationum, accurrunt, & ad lucem ejus omnes ferè ſeſe demonſtrant. *Euclidis* autem demonſtrationes duplo plures ſunt, propterera quod idem in quantitate continua ſeorſim à numeris demonſtrat; & multo longiores quam erat neceſſe, propter ſterilitatem definitionis Rationis.

Sed quid (inquies) opus eſt Theorematum purè Geometricorum, demonſtrationes à motu petere. Reſpondeo primo: Demonſtrationes omnes niſi Scientificæ ſint, vitioſæ ſunt; & niſi à cauſis procedant, Scientificæ non ſunt. Secundo, niſi concluſiones à conſtructione, id eſt à deſcriptione Figurarum, id eſt à Linearum ductione demonſtrentur, vitioſæ ſunt. Jam omnis Linearum ductio motus eſt; itaque vitioſa eſt omnis demonſtratio cujus Principia prima non continentur in definitionibus motuum quibus Figuræ deſcribuntur. Sed poſt theoremata aliquot

prima demonstrata, cætera ab his dependentia non egent demonstratione quæ fit à motu, ut quorum demonstrationes in demonstrationibus priorum continentur, nec alia re egent, ut intelligantur, præter illorum priorum explicationem, vel conversionem.

CAP. XIII.

De Rationum calculo.

DEfinitio 10. irreprehensibilis est, nempe hæc: *Cum autem tres magnitudines proportionales fuerint; Prima ad tertiam duplicatam rationem habere dicitur ejus, quam habet ad secundam: At cum quatuor magnitudines proportionales fuerint; prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur ejus, quam habet ad secundam; & semper deinceps, uno amplius quamdiu proportio extiterit.*

Est autem quod reprehendi potest & debet in expositione hujus definitionis apud *Clavium.*

Sic enim scribit, *Interpretes nonnulli colligunt ex hac definitione, si proponantur plures quantitates continue proportionales, proportionem primæ quantitatis ad tertiam, esse duplam proportionis primæ quantitatis ad secundam, eo quod Euclides illam vocet duplicatam proportionem hujus. Eodem modo volunt, proportionem primæ quantitatis ad quartam, esse triplam proportionis, quam habet prima quantitas ad secundam,* &c. *Quod tamen nulla est ratione concedendum. Neque enim Euclides hoc significare voluit, sed docuit tantummodo proportionem primæ quantitatis ad tertiam, appellari duplicatam ejus proportionis, quam habet prima quantitas ad secundam; propterea quod inter primam quantitatem, ac tertiam reperitur quodammodo proportio primæ quantitatis ad secundum duplicata; quippe cum inter primam quantitatem, ac tertiam interponantur duæ proportiones æquales ei proportioni, quam habet prima quantitas ad secundam, & sic de cæteris, ut diximus. Non autem intelligit, illam duplam esse hujus, ne Theorema proponeret, quod merito quispiam concedere recusaret. Quis enim affirmabit, in his numeris continue proportionalibus 25. 5. 1. proportionem 25. ad 1. duplam esse proportionis 25. ad 5. cum potius eam quis dixerit esse quintuplam?*

In illis qui putant, positis tribus continuè proportionalibus, rationem primi ad tertium duplam esse rationis primi ad secundum; item positis quatuor proportionalibus, rationem primi ad quartum triplam esse primi ad secundum, ubi primum est omnium maximum, etiam ego sum. Exempli gratia in his numeris 8. 4 2. 1. dico rationem 8 ad 1 esse triplam rationis 8 ad 4; & sesquialteram rationis 8 ad 2; & rationem 8 ad 2 duplam esse rationis 8 ad 4. Non solum quia *Euclides* rationes illas triplicatas vel

vel duplicatas appellat, ſed quia verum eſt, & lumine naturali æquè manifeſtum, ac unum & unum eſſe duo, aut unum & duo eſſe tria.

Vox qua utitur hoc loco *Euclides*, nempe διπλασίων, & vertitur à *Clavio duplicata*, aliis in locis utitur pro dupla. Primo in Prop. 20. El. 3. Itaque angulus in Centro, non minus dicitur duplicatus anguli in circumferentia, quam duplus. Etiam à *Clavio* vertitur vox illa Græca διπλασίων non modo per *duplex*, ſed etiam per *duplus*; in propoſitione ipſa & in concluſione per *duplex*, ſcilicet ne diſſentire videretur propoſitio à concluſione; ſed in demonſtratione, per *duplus*. Si ergo *duplicatum*, *duplex*, & *duplum*, in quantitatibus non idem ſignificant, non debuit illis uti ut idem ſignificantibus.

Rurſus in Propoſitione ultima El. 9. eadem voce Græca utitur *Euclides* pro ratione 2 ad 1 vel 4 ad 2, ubi rurſus *Clavius* illam reddit per *duplam*. Nonne ergo & ipſe *Clavius* ex eo quod dixit *Euclides* duplicatam, intellexit (ſicut alii) duplam. Qui verbi ejusdem ſignificationem modo unam modo aliam facit, mihi quidem videtur ſubjectam rem nullo modo intelligere. Quo autem nomine appellabunt rationem 8 ad 4 comparatam cum ratione 8 ad 2? Dicent illam eſſe hujus *ſubduplicatam*, & rationis 8 ad 1 *ſubtriplicatam*. Numerum autem numeri ſubduplum dicent, non ſubduplicatum; & numerum 2 numeri 6 non ſubtriplicatum ſed ſubtriplum, Nomina Latinæ genti inaudita. Itaque ceſſantis jam Linguæ verba quæ velut Teſtamenta morte confirmata ſunt, & quæ mutari non debent, ſuo arbitrio ſine neceſſitate mutat. Quid enim omnino ſignificat ſubduplum aut ſubduplicatum, ſi ſignificat aliquid præter dimidium aut ſubtriplum vel ſubtriplicatum præter tertiam partem. Retinebo ergo vocabula propria, *duplicatum* vocans etiam *duplum*, & triplicatum triplum; nec pro *ſubduplicato* & *ſubtriplicato* dubitabo dicere *dimidium*, & *tertiam partem*, vel (ſi libet) *trientem*. Etiam in Rationibus, (quanquam id non concedat *Clavius*) ſimiliter dicam, niſi id falsò dici oſtendat. Quod enim rogat, *Quis affirmabit in his numeris* continuè proportionalibus 25. 5. 1, proportionem 25 ad 1 duplum eſſe proportionis 25 ad 5? Potius eam quis dixerit eſſe quintuplam, nihil probat. Quid, quia terminus primus eſt quintuplus ſecundi, & ſecundus tertii, ob eam cauſam dixerit aliquis rationem 25 ad 1, quintuplam eſſe rationis 5 ad 1 potius quam duplam? Manifeſtum eſt rationem 25 ad 5 eſſe rationem unicam, & rationem 5 ad 1 eſſe etiam unicam & ipſi æqualem; & rationem 25 ad 1 componi ex illis rationibus duabus æqualibus. Quid aliud ergo negat *Clavius* niſi rationem ex duabus rationibus æqualibus compoſitam conſtituere unius earum duplam? Cur autem hoc negat? Quia numerus 25 numeri 5 eſt quintuplus, ſcilicet oblitus quæſtionis, quæ non inſtitui-

tur de numero vel magnitudine aliqua absoluta, quæ sit alterius quintupla, sed de ratione quæ est magnitudo comparativa; itaque rationem unicam 25 ad 5 computavit pro quinque rationibus. Natus est error *Clavii* ex eo quod vulgo apud Mathematicos vocabatur ratio quintupli ad simplum quintupla ratio, & ratio dupli ad simplum (ut El. 9°. Prop. ult.) ratio dupla imperitè & falsò; nam ratio 2 ad 1 non est ratio dupla, sed simpla, nempe dupli ad simplum. Neque quicquam valet quod illustrationis causa subjungit, quemadmodum etiam proportio octupla dupla est proportionis quadruplæ; cum tamen quadruplæ duplicata sit sedecupla, ut hic patet 16. 4. 1. Difficile conceptu est quomodo octupla proportio magis sit quadruplæ dupla, quam octuplicata sit quadruplicatæ duplicata. Esto autem octupla proportio quadruplæ dupla. Quid sequitur? Nonne quemadmodum in his numeris 16 unitates duplæ sunt octo unitatum; ita sedecem rationes duplas esse octo rationum, & proinde etiam duas rationes 16 ad 4, & 4 ad 1 duplam esse rationis 16 ad 4, vel 4 ad 1; id quod *Clavius* demonstratum nollet?

Postremò, objiciens quærit, in tribus magnitudinibus æqualibus, vel in tribus æqualibus numeris, ut 4. 4. 4. atque adeo continuè proportionalibus, qui fieri potest ut proportio primi ad tertium dupla sit proportionis primi ad secundum, cum sit omnino eadem? Profectò si ratio 4 ad 4 nempe ratio æqualis ad æquale, id est ipsa æqualitas quantitas sit, valida est objectio. Sin quantitas non sit, frivola est; cum nihil ad nihil additum, vel per nihil multiplicatum semper facit nihil. Antequam autem ad hanc & alias ejus objectiones respondeam, non abs re erit *quantorum* genera amplius (ex ipsis *Euclide* & *Clavio*) distinguere, & quid sit rationum *additio* & *subtractio*, ex iisdem, explicare; & cur in tribus continuè proportionalibus, quorum primum est maximum, rationem primi ad tertium duplam esse dixi rationis primi ad secundum; non tamen quando primum est minimum.

CAP. XIV.

Adhuc de Rationum calculo.

DEf. 5ª. El. 6ⁱ. hæc est, *Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter se multiplicatæ aliquam effecerint rationem*, & vera est. Nam si sint proportiones illæ duæ eædem vel non eædem, sive prima maxima sit, vel non maxima, semper illis conveniet Definitio. Exempli gratia in his numeris 4, 2. 6, 3. ubi rationes sunt eædem, si multi-

multiplices inter ſe antecedentes 4 & 6, qui faciunt 24, & conſequentes 2 & 3 qui faciunt 6, ratio naſcens erit ratio 24 ad 6, id eſt 4 ad 1, id eſt duplicata rationis 4 ad 2, vel 6 ad 3. Rurſus in iisdem numeris inverſis 2, 4. 3, 6 multiplicatis inter ſe tum antecedentibus tum conſequentibus oritur ratio 6 ad 24 ſive 1 ad 4, quæ eſt duplicata rationis 2 ad 4. Rurſus ſint rationes non eædem, ut in his numeris 4, 2. 6, 4 multiplicatis tum antecedentibus tum conſequentibus gignetur ratio 24 ad 8 ſive 12 ad 4. Expoſitis autem his numeris 12. 6. 4, erit ratio 12 ad 6 eadem cum ratione 4 ad 2, & ratio 6 ad 4 eadem quæ antè. Idem in horum converſis continget 2, 4. 4, 6. Atque hinc intelligere licet quid ſint illæ quas appellat *Euclides* rationum *quantitates*, nempe rationum antecedentes & conſequentes. Nec tamen voluit tantam eſſe rationem quanta eſt antecedens, aut quanta eſt conſequens ejus; quarum utraque eſt quantitas abſoluta; ſed neutra earum ratio. Quantitatem autem rationis 4 ad 2 interpretatur *Clavius* per fractionem $\frac{4}{2}$, & rationem 6 ad 3 per $\frac{6}{3}$, quas appellat etiam rationis Denominatores; quas ſi inter ſe multiplices, babebis quidem fractionem cujus Numerator ad Denominatorem rationem habet compoſitam ex rationibus 4 ad 2 & 6 ad 3; propterea quod etiam ſic multiplicantur inter ſe tum antecedentes tum conſequentes ut prius; non eſt autem fractio $\frac{24}{6}$ nec $\frac{4}{1}$ ratio compoſita, nec omnino ratio, cum ſit pars quantitatis abſolutæ. Aliud enim eſt $\frac{4}{1}$ id eſt 4, aliud ratio quaternarii ad unitatem. Ratio enim duabus lineis exponitur ſemper, at quantitas abſoluta unica.

Quod *Clavius* hic ſcribit, *Quoniam denominator cujuslibet proportionis exprimit quanta ſit magnitudo antecedens ad conſequentem, dici ſolet propterea quantitas rationis.* Rectè quidem dicit *exprimit*, non rectè autem Arithmetici dicunt *eſſe*, nempe quotientem Diviſionis numeri per numerum eſſe rationem ipſam Diviſi ad Diviſorem, unde multa in Geometriam irrepſerunt abſurda, & plura indies conſequentur; quorum cauſa magna ex parte fuit *Clavii* hæc impropria locutio. Qualis etiam videtur tibi hæc oratio in Mathematicis, *quanta ſit magnitudo antecedens ad conſequentem?* Debebat enim dicere, *quanta eſt magnitudo antecedens ut comparata cum conſequente*, vel *quanta eſt ratio magnitudinis antecedentis ad magnitudinem conſequentem?* Scio *Clavium* Linguæ Latinæ ſcientiſſimum fuiſſe, ſed huic illius ſententiæ de compoſitione rationum inimica erat elocutio clara.

CAP. XV.

Etiam de Rationum Calculo.

CLavius ex hac Def. 5ª. El. 6ⁱ. recte infert, *Quod in magnitudinibus quibuscunque ordine positis, proportio primæ ad ultimam dicetur componi ex proportione primæ ad secundam, & secundæ ad tertiam, & tertiæ ad quartam, &c.* Cujus etiam demonstrationes aliquot adfert ex *Theone*, *Vitellione*, *Eutocio & Apollonio*, ita ut nullo modo à *Clavio* negari possit, qui eandem (in numeris) pro definitione ad El. 7. posuit.



Itaque in tribus lineis A, B, C ordine expositis ratio A ad C, componitur ex rationibus A ad B, & B ad C; & rursus ratio C ad A componitur ex ratione C ad B & ratione B ad A.

CAP XV

Per definitionem 5ᵗᵐ. El. 5ⁱ. quæ hæc est: *Rationem habere inter se magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ sese mutuò superare* Explicat *Euclides* (ut rectè dicit *Clavius*) quidnam requirant duæ quantitates ejusdem generis ut rationem dicantur habere, nempe, si non habeant hanc conditionem ut altera possit multiplicata alteram superare, non esse illas neque ejusdem generis, neque habere inter se Rationem.

Vnde manifestum est primò Lineam, Superficiem, & Solidum esse diversa genera, vel potius diversas species quantitatis. Nulla enim harum quantumvis multiplicata alteram superabit.

Secundò, Angulus genitus ex motu circulari, & Angulus Contactus, diversæ sunt species quantitatis. Angulus enim Contactus nulla unquam multiplicatione superabit Angulum genitum ex motu circulari.

Tertiò, Ratio majoris ad minus, & ratio minoris ad majus, sunt diversæ species quantitatis. Nam ratio minoris ad majus quanto magis multiplicatur tanto semper minor est.

CAP. XVI.

Etiam de Rationum Calculo.

CLavius ad Prop. 23. El. 16. aliam habet methodum componendi rationes. Sint duæ rationes 6 ad 4, & 2 ad 8 componendæ. Fiat

ut

ut 2 ad 8, ita consequens 4 ad aliam 16; eritque ratio 6 ad 16 composita ex rationibus 6 ad 4, & 2 ad 8. Positis enim ordine his numeris 6, 4, 16, priores duæ habent rationem 6 ad 4, posteriores duæ rationem 2 ad 8.

Habet etiam methodum auferendi rationem minorem à majore. Sit ratio 1 ad 4. auferenda ratione 2 ad 4. Fiat ut 2 ad 4 ita antecedens 1 ad aliam 2; & collocentur ordine tres numeri 1, 2, 4. Ratio 1 ad 4 componitur ex rationibus 1 ad 2, & 2 ad 4. Quare ab lata ratione 2 ad 4 ex ratione 1 ad 4, reliqua est ratio 1 ad 2.

Similiter si ex ratione 3 ad 2 auferenda sit ratio 2 ad 3, fiat ut 2 ad 3, ita 3 ad aliam $4\frac{1}{2}$. Nam positis ordine, 3. $4\frac{1}{2}$. 2, ratio 2 ad 3, id est ratio 3 ad $4\frac{1}{2}$ aufertur à ratione 3 ad 2, & relinquitur ratio $4\frac{1}{2}$ ad 2. Atque hæ methodi ambæ comprobantur à *Clavio* ad Prop. 23. El. 6.

CAP. XVII.

Responsio ad quædam quæsita Clavii.

Respondeo jam ad quæsita *Clavii*, & primo ad hoc, *Qui fieri potest ut positis tribus magnitudinibus æqualibus* 4, 4, 4 *ratio primæ ad tertiam dupla sit rationis primæ ad secundam, cum sit omnino eadem?*

Quoniam ratio primæ 4 ad secundam 4, quantumvis multiplicata nunquam superabit rationem eandem 4 ad 4 neque quantumvis per medias interpositas divisa ab illa superabitur, manifestum est rationem 4 ad 4 (& in universum æqualis ad æquale) non esse quantitatem, neque posse æqualitates alias aliis majores vel minores esse. Inæqualitatum autem alia alia major esse potest, & proinde habet quantitatem. Iam quod quærit *Clavius* quomodo positis ordine 4, 4, 4 ratio primæ ad tertiam dupla esse potest rationis primæ ad secundam idem est ac si quæsiisset quomodo positis tribus cifris 0, 0, 0 ratio primæ ad tertiam potest esse dupla rationis primæ ad secundam; cum revera & propriè loquendo, unum nihil, alterius nihil neque duplum neque duplicatum est.

Rursus *Clavius* ad finem El. 9[i]. ut probet rationem duplicatam, non esse rationem duplam, sic scribit: *Imprimis igitur compositionem proportionum* (vocabulis enim ratio & Proportio aliter quam *Euclides* promiscuè utitur) *de qua Euclides agit Def.* 10. *Lib.* 5, *&c. & in propositionibus duplicatam triplicatam, & compositam proportionem de magnitudinibus vel numeris demonstrat, dico non esse verè additionem proportionum, ita ut duplicata vel triplicata proportio sit duplo aut triplo major ea proportione cujus illa dicitur duplicata, triplicatave; item ut proportio ex pluribus proportionibus composita sit verè totum quippiam, cujus partes sint proportiones ex quibus dicitur composita. Nam, &c. Si positis his terminis

minis continuè proportionalibus 1. 10. 100, *proportio* 1 *ad* 100 *non solùm duplicata diceretur proportionis* 1 *ad* 10 , *sed verè esset duplo major, &c. quis non videt partem esse majorem toto?*

Respondeo primò non videri mihi rectè illatum ex eo quod 1 , 10, 100 sunt continuè proportionales,& ex eo quod ratio 1 ad 10 major sit ratione 1 ad 100, partem esse majorem toto.

Secundò , si illatio legitima sit, necesse est, quanquam absurda sit , sit tamen vera. Nam ipse *Clavius* utrumque affirmat (nec quisquam negat) nempe, & rationem 1 ad 100 esse totum, cujus pars est ratio 1 ad 10 ; & rationem 1 ad 10 majorem esse ratione tota 1 ad 100. Itaque si qua hic verè subsit adsurditas , *Clavii* est , nec solùm illorum qui dicunt rationem duplicatam esse duplam. Latet autem illa vel in assumpto hoc , *In magnitudinibus quibuscunque ordine positis , rationem primæ ad ultimam composita est ex rationibus intermediis* ; vel in diverso genere rationis majoris ad minus à genere rationis minoris ad majus. Quare proprietates tum rationum ordine positarum, tum utriusque generis rationum diligentiùs paulo considerabimus.

Et primo , in rationibus ejusdem generis , sive magnitudines decrescant perpetuò à majore ad minus, sive perpetuò crescant à minore ad majus, compositio vera est. Sint enim tres numeri 100, 10, 1, quæ rationes sunt majoris ad minus. Manifestum est rationem 100 ad 1 compositam esse ex rationibus 100 ad 10,& 10 ad 1,eandemque tum duplicatum tum duplam esse rationis utriusvis 100 ad 10, vel 10 ad 1. Item inversim, ubi rationes 1, 10, 100 sunt minoris ad majus,manifestum est rationem compositam 1 ad 100 æqualem esse ambabus rationibus 1 ad 10, & 10 ad 100 inter se æqualibus.

Deinde in his numeris 16 , 4 , 2 manifestum est rationem compositam 16 ad 2 æqualem esse duabus rationibus 16 ad 4, & 4 ad 2 , quarum prima ratio secundæ est duplicata , tota autem ejusdem secundæ triplicata. Item in his numeris illorum inversis 2 , 4, 16 composita ratio 2 ad 16 æqualis est duabus rationibus quarum secunda est primæ duplicata , composita autem ejusdem primæ triplicata.

Etiam in tribus aliis quibuslibet magnitudinibus quarum prima est maxima , tertia vero minima , idem continget ; ut in his numeris 12 , 8, 2, ubi ratio primæ ad secundam est eadem quæ 3 ad 2 , ratio autem secundæ ad tertiam eadem est quæ 2 ad $\frac{1}{3}$. Componamus has primò juxta definitionem traditam ab *Euclide*, Def. 5, El. 6 , per multiplicationem inter se tum antecedentium , tum consequentium. Oritur autem ratio 12 ad 2, cujus partes componentes erunt rationes 3 ad 2 , & 2 ad $\frac{1}{3}$; id est (multi-

(multiplicatis omnibus terminis per 4) ratio 12 ad 2 compoſita ex rationibus 12 ad 8, & 8 ad 2.

Deinde componamus eaſdem per regulam compoſitionis aliam traditam à *Clavio* ad Prop. 23. El.6ⁱ. Fiat ergo ut 8 ad 2, ita 2 ad aliam $\frac{1}{2}$. Expoſitisque numeris 3, 2, $\frac{1}{2}$, erit ratio compoſita 3 ad $\frac{1}{2}$ æqualis rationibus componentibus 3 ad 2, & 2 ad $\frac{1}{2}$. Nam multiplicatis omnibus terminis per 4, naſcentur numeri 12, 8, 2 iidem qui prius.

Itaque nihil video quo minus propoſitio illa, nempe, *ratio primi ad ultimam compoſita eſt ex rationibus intermediis* pro vera habeatur. Adverto etiam obiter rationes componendi Methodum hanc Clavianam eſſe veram rationum Additionem. Non autem ut vult *Clavius* Multiplicationem.

Quomodo autem eadem propoſitio, nempe, *rationem primi ad ultimum compoſitam eſſe ex rationibus intermediis*, locum habeat quando una ratio eſt majoris ad minus, altera minoris ad majus difficile explicatu eſt. Sint continuè proportionales 1, 10, 100. Sed alio ordine collocatæ, ut 1, 100, 10. Cum ergo per propoſitionem illam univerſalem, ratio 1 ad 10 compoſita eſt ex rationibus 1 ad 100, & 100 ad 10, ſicut totum ex partibus, erit ratio 1 ad 100 pars rationis 1 ad 10. Sed quota pars? Ea ſcilicet pars quam Geometræ nunc appellant ſubduplicatam rationis 1 ad 10. Quia vero ratio 1 ad 100 minor eſt quam ratio 1 ad 10, erit pars 1 ad 100 minor quam reliqua pars quanto ratio una minor eſt quam duæ & ſunt ambæ rationes 1 ad 100, & 100 ad 10 partes rationis 1 ad 10, ſi modo ratio 100 ad 100 (quæ quantitas non eſt) pro quantitate computetur; alioqui ratio 100 ad 10 non poteſt eſſe pars rationis 1 ad 10. Neque enim duæ quantitates diverſi generis, quales oſtendi ſuprà eſſe rationes minoris ad majus, & majoris ad minus, partes ejusdem quantitatis eſſe poſſunt.

Quo ergo ſenſu, inquies, verum eſt componi rationem 1 ad 10 ex rationibus 1 ad 100, & 100 ad 10? Reſpondeo, verum eſſe ſecundum verborum ſenſum proprium, nimirum ſi ratio 100 ad 10 ſive ratio 10 ad 1 addatur rationi 1 ad 100 naſci rationem compoſitam 1 ad 10 æqualem duabus rationibus 1 ad 100, & 1 ad 10. Id quod facilius intelliges, ſi prius duo illa genera rationum quomodo creſcunt, minuuntur, componuntur, & alterum ab altero ſubſtrahitur, clarè explicavero.

Sumantur ergo quinque magnitudines continuè proportionales in ratione majoris ad minus, exempli cauſa, 81, 27, 9, 3, 1, quarum inverſæ 1, 3, 9, 27, 81. ſunt in ratione continua minoris ad majus; & media omnium eſt 9. In his, incipiendo à maxima deſinendo in media tres primæ ſunt rationes majoris ad minus; incipiendo autem à minima, deſinendo in media, tres primæ ſunt rationes minoris ad majus.

Rursus incipiendo à maxima, ratio primæ ad tertiam est major ratione ejusdem primæ ad secundam, nempe duplo major; Contra incipiendo à minima, ratio primæ ad tertiam minor est ratione primæ ad secundam, nimirum duplo minor.

Tertio, incipiendo à maxima, semper prima majorem rationem habet ad eam quæ propior est tertiæ, quam ad eam quæ ab eadem tertia est remotior; Contrà vero incipiendo à minima, semper prima minorem rationem habet ad eam quæ tertiæ propior est quam ad eam quæ à tertia est remotior.

Quarto, incipiendo à maxima, rationes sunt excessuum quibus majores superant minores; Contrà verò incipiendo à minima, rationes sunt defectuum quibus minores deficiunt à magnitudine majorum.

Quinto, ratio tertiæ ad tertiam (quæ est æqualitas) in rationibus excessuum minor est omni ratione excessus; contrà verò, ratio æqualitatis major est omni ratione defectus; & quia ratio æqualitatis quantitas non est, erit quantitas rationis defectus minor nihilo, tanto quanto ratio excessus ipsi respondens major est nihilo.

81.	27.	9.	3.	1.
2.	1.	0.	1.	2.

Exempli gratia exponantur in margine eædem magnitudines proportionales; & quia ratio 81 ad 9 duplicata est rationis 27 ad 9, sub 81 ponatur 2; & sub 27 ponatur 1, quæ significent duplicatam rationem & unam rationem; ponatur autem cyphra sub 9, propterea quod ratio 9 ad 9 quantitas non est. Similiter sub 1 ponatur 2, & sub 3 ponatur 1. Vides itaque rationem 81 ad 9 duplo majorem esse ratione 27 ad 9, quia rationes illæ sunt ut duæ rationes excessûs ad unam; item rationem 1 ad 9 duplo minorem esse ratione 1 ad 3, propterea quod sunt ambæ rationes defectûs. Quoniam igitur ratio 1 ad 9 duplo minor est quam ratio 1 ad 3, manifestum est rationem 1 ad 3 duplo majorem esse quam ratio 1 ad 9.

His intellectis ostendendum est quomodo in his numeris 1. 100. 10, ratio 1 ad 10 componitur ex rationibus 1 ad 100, & 100 ad 10.

Quoniam enim rationes 100 10 ad & 10 ad 100 simul additæ faciunt rationem æqualitatis, id est altera alterius quantitatem extinguit, restabit ratio 1 ad 10 pro summa rationum 1 ad 100 & 100 ad 10; Ut qui unum dederit carenti duobus, facit ut careat tantummodo uno.

Atque hoc exactè convenit cum Def. 5ª. El. 6ⁱ. Nam antecedentes rationum 1 ad 100, & 100 ad 10, sunt 1 & 100; consequentes autem 100 ad 10. Antecedentes in se multiplicatæ faciunt 100; consequentes autem multiplicatæ in se faciunt, 1000, sed ratio 100 ad 1000 eadem est cum ratione composita 1 ad 10. Componitur ergo ita ratio 1 ad 10 ex rationi-

rationibus 1 ad 100 & 100 ad 10, ut partes componentes ſint vere partes rationis compoſitæ. Sed rationes 1 ad 100 & 100 ad 10 non ſunt partes ejuſdem rationis compoſitæ 1 ad 10; neque eſſe poſſunt, cum ſint diverſi generis rationes.

Vides ergo rationem duplicatam duplam quoque eſſe, hoc eſt duplo majorem eſſe ratione quæ duplicari dicitur. Ut in iiſdem proportionalibus 1. 10. 100. ratio defectus, 1 ab 100 duplicata eſt rationis defectus 10 ad 100 (duplicata ſcilicet defectus ratione) & propterea etiam duplo major, quia ſublatio defectus quantitatem auget.

Manifeſtè hinc ſequitur Theorema hoc univerſale.

Si fuerint quotcunque magnitudines continuè proportionales, quarum prima eſt maxima; quanto prima ad aliam à ſe remotiorem quam eſt proxima, majorem rationem habet quam ad ipſam proximam; tanto in iiſdem magnitudinibus, inverſo ordine collocatis, minima majorem rationem habet ad ſibi proximam, quam ad remotiorem in eadem diſtantia. Exempli gratia, in his magnitudinibus, 81. 27. 9. 3. 1. quanto major eſt ratio 81 ad 3 quam ratio 81 ad 27; tanto major eſt ratio 1 ad 3 quam ratio 1 ad 27, quanquam Geometræ qui nunc ſunt id non concedant.

Sed ex iis quæ hactenus dicta ſunt, conſtat naturam Rationis ne *Euclidi* quidem penitus perſpectam fuiſſe; multo autem minus *Clavio*; ſed minime omnium illis qui nunc Algebriſtæ perhibentur. Nam hi, à *Clavio* docti denominatorem rationis indicare ipſius quantitatem (ut 4 ſive $\frac{4}{1}$ denominat, indicatque quantitatem rationis 4 ad 1, & $\frac{2}{3}$ indicat rationem 2 ad 3) ſunt autem illi denominatores nihil aliud præter Quotientes natas ex diviſione numeri per numerum, temerè arripuerunt quaſi rem demonſtratam, *Fractionem & Rationem eandem eſſe rem*, nempe quantitatem abſolutam & quantitatem comparativam; quæ comparativa, quantitas omnino non eſt niſi reſpectu ad aliam rationem. Rationis enim magnitudo non determinatur, nec exponitur per unam lineam ſicut quantitas abſoluta, ſed per duas. Atque ab hoc errore tot abſurda conſequuta ſunt, ut vix magno volumine commodè contineri poſſint; quorum præcipua infrà paucis conſiderabimus, unà cum aliis quæ ex aliis principiis falſis in Geometrarum ſcripta irrepſerunt.

Numerat duodecem alia genera rationum *Pappus*, quorum duo conſiderat in commentario ad Def. 6. El. 5. *Clavius*, nimirum rationem Arithmeticam & rationem Harmonicam ſive Muſicam. Atque Arithmeticæ quidem ſatis bene convenit Definitio rationis tradita ab *Euclide*. Nam quantitates duæ quarum una alteram ſuperat quantitate determinata habent inter ſe habitudinem quandam ſecundum quantitatem. Ratio autem quam Harmonicam vocant eſt habitudo quædam non duarum ſed

 trium

trium magnitudinum. De utraque satis multa & ingeniosa habet *Clavius.* Ratio autem Arithmetica eadem est, cum quanto prima superat secundam vel ab ea superatur, tanto secunda superat tertiam vel ab ea superatur. Sed ratio Harmonica eadem est, quando extremæ sunt inter se ut differentiæ à media sumptæ, major extrema ad majorem differentiam, & minor ad minorem.

Putasne in aliis Scientiis majus peccatum inveniri posse quam est in Geometria non rectè explicasse quid sit Ratio? Quis scriptor Ethicus usus est definitione *Boni* non bona, vel Politicus definitione *Iuris* vitiosa? Attamen ejusdem est in Geometria momenti definitio Rationis cujus est in doctrina Ethica definitio *Boni,* & in Politica definitio *Iuris?*

Deinde, quod dicit *Clavius*, proportionem illam in tribus numeris ubi major extremorum est ad minorem ut differentia majoris & medii ad differentiam medii & minoris, esse Musicam seu Harmonicam, temerè dictum est. *In his* (inquit) *numeris 6. 4. 3, est ut 6 ad 3, ita 2 differentia duorum majorum, ad 1 differentiam duorum minorum. Quoniam autem 6 & 3. faciunt consonantiam Diapason; 6 & 4 consonantiam Diapente; & denique 4 & 3 consonantiam Diatessaron, vocari solet hæc proportio Harmonica.* Quod si ita sit, cur non etiam in his numeris 6. 3. 2. vel in his 42. 12. 7. quæ cadunt sub eandem definitionem, eædem sunt consonantiæ: Quare autem facit ratio 6 ad 3, vel totum quodlibet ad suum dimidium, consonantiam Diapason, nescivit *Clavius.* Id enim primis omnium docuit *Galilæus,* postquam *Clavius* mortuus esset. Nugæ meræ sunt homine Mathematico indignæ. Hactenus de Principiis *Euclidis.* Sequitur Principium aliud quibus utuntur hodie Geometræ tale.

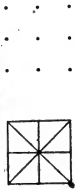
C A P. XVIII.

De Radice numerica, & Latere Quadrati.

SI quadrati duo latera angulum rectum continentia divisa fuerint, utrumque in quotlibet partes magnitudine & numero æquales, numerusque partium unius lateris multiplicatus sit per numerum partium alterius (id est si duo illi numeri æquales multiplicentur inter se) factus erit numerus quadratorum quorum latera sunt singulæ partes lateris totius quadrati. Exempli gratia, si quadrati latus sit longum 100 pedes, multiplicentur autem 100 pedes per numerum 100, unde factus erit decies mille pedes, erunt (ut illi assumunt) illi decies mille pedes, totidem quadrata, quorum uniuscujusque latus sit unus pes; & decies mille pedes longitudine simul sumptos æquales esse toti quadrato. Similiter multiplicatis

tiplicatis 1000 pedibus per numerum 100, oritur Cubus à toto latere. Potuerunt eadem ratione diviso latere quadrati bifariam, ex multiplicatione 2 in 2 pronuntiare quatuor semilatera æqualia esse ipsi quadrato.

Hæc tu absurdiora esse putabis quam ut quisquam ita computaret. Sed ita est; nec moniti ab illa computatione desistunt. Ita computavit Geometra quidam qui propter Librum quem inscripsit Mesolabium celebris est, monitusque erroris respondit, ita se computasse sicut computarunt Geometræ omnes qui fuerunt, qui sunt, & qui post erunt aliis in annis. Nihil ergo hic calumniæ est. Quid autem illos à sensu communi seducere tantum potuit?



Decepit illos Primò, idea quadrati numeri qualis appingitur, in qua latera multiplicata in se faciunt numerum quadratum.

Secundò decepit illos, quod crediderint, eandem esse rem, multiplicare partes inter se, & ducere unum latus in alterum, juxta ideam quadrati Geometrici tale, ubi tria latera multiplicata per 3 æqualia esse volunt ipsi quadrato.

Tertiò, decepit illos authoritas Archimedis (cujus hominis propter stupendissimum ingenium mentionem hoc loco invitus facio) qui magnitudinem circumferentiæ circuli per hujusmodi multiplicationem demonstrare conatus est. Deinde sæculo proximè superiore in calculo *subtensarum* eadem methodo usus est *Copernicus*, & *Regiomontanus* in doctrina Triangulorum, & postremò *Clavius* in Tabulis condendis Sinuum, Tangentium, & Secantium.

Ex hoc errore nascitur alius, nempe, Radicem numeri quadrati esse quadrati Geometrici latus. Siquidem enim multiplicatio numeri producat quadratum Geometricum, necessariò sequetur radicem numeri facti esse ipsum latus. Non videbant enim, in numeris quadratum numerum & radicem ejus, esse ambo earundem rerum numeros; & proinde radicem numeri quotcunque quadratorum, numerum esse etiam quadratorum, quemadmodum radix centum hominum sunt decem homines.

Postremo decepit illos, quod eandem rem esse putarint latus quadrati Geometrici, & Radicem quadrati numeri. Itaque regulam Algebræ, quæ regula est purè Arithmetica, ad Geometriam imperitè applicantes ex ingeniosissima reddiderunt absurdissimam, pro Linea, Quadrato & Cubo, Unitatem promiscuè supputantes. Exempli gratia cum scripsisset quidam, Si AD ponatur dupla DV & à tota AV detrahatur AS

media proportionalis inter ipsas A D, & D V, quæ relinquitur V S erit major duarum Mediarum proportionalium inter ipsas A D, D V; ad hoc confutandum sic ratiocinatus est Professor quidam Geometriæ publicus.



CAP XVIII : 2

Ponatur D V æqualis 1. A D erit 2. Ponatur A S media proportionalis inter A D, D V, & detrahatur ab A V. Relinquetur V S.

Ergo V S æqualis est 3 minus radice 2.

Quæ multiplicata in se Cubicè facit 45 minus Radice 1682, quod minus est quam quatuor Cubi à D V; quia 45 minus Radice 1681, æquales sunt quatuor Cubis à D V.

Cum ergo Cubus ab A D sit 8, erit Cubus ab V S minor dimidio Cubo ab A D, id est minor majore Mediarum inter A D & D V.

Non disputo hoc loco an major Mediarum duarum revera sit V S, sed specimen exhibeo Algebræ hodiernæ, per quam D V est linea 1, & per consequens A D est 2 lineæ; & per consequens (secundum hujusmodi Algebristas) Cubus A D æqualis est 8 lineis; & 45 quadrata à D V minus Radice 1681 æqualia quatuor lineis; nempe, quadruplus rectæ D V.

Reputa tecum an hæc non sint magis absurda quam ulla quæ inveniri possunt in Ethicis aut Politicis *Platonis* aut *Aristotelis*.

Regula autem Algebræ talis est, Theorema quod quæritur, supponatur verum esse; vel quod faciendum est supponatur factum. Ex eo supposito (assumptis aliis cognitis) inferatur conclusio, & ex his aliæ conclusiones, donec veniatur ad Principia, aut ad vera aliunde cognita, quot sufficiunt ad suppositi demonstrationem, vel donec veniatur, si ita contingat, ad absurdum aliquod. Nam si ducaris ad vera quot sufficiunt ad demonstrationem, ex illis veris conversis suppositum demonstrabitur; sin incidas in absurdum, falsum esse scis.

Hac usus est methodo primus (quantum scio) Diophantus, paucis adhibitis notis (præter literas) symbolis Radicum, Quadratorum, Cuborum. Nunc autem tota Algebra aucta symbolis ab Oughtredo, & Cartesio, & ab his ad Geometriam applicata nomen obtinuit Geometriæ symbolicæ; infecitque hujus ævi Geometras, Geometriæ veræ pestis.

Dixi de Principiis. Videamus nunc an non sit etiam aliqua *Euclidis* vel *Clavii* demonstratio cujus forma sit illegitima.

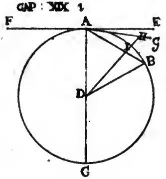
CAP.

CAP. XIX.

Prop. 16. El. 3. examinata.

QVæ ab extremitate diametri cujusque circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadet: & in locum inter ipsam rectam lineam, & peripheriam comprehensum, altera recta linea non cadet, & semicirculi quidem angulus quovis angulo acuto rectilineo major est; reliquus autem minor.

In circulo A B C, *cujus centrum* D, *diameter sit* A C, *ad quam ex* A *puncto extremo perpendicularis ducatur. Dico hanc lineam perpendicularem necessario extra circulum cadere. Si enim cadet intra ipsum, qualis est* A B; *ducta* D B: *erunt duo anguli* D A B, D B A *æquales; sed* D A B *rectus est per constructionem: Igitur &* D B A *rectus erit, quod est absurdum. Duo enim anguli in triangulo minores sunt duobus rectis. Non igitur cadet perpendicularis intra circulum; neque eandem ob causam in ipsam circumferentiam, sed extra, qualis est* E F. *Dico jam ex* A, *inter* A E, *rectam & circumferentiam* A B, *non posse cadere alteram rectam.*



Hæc est demonstrationis *Euclidis* (interprete *Clavio*) pars prima; quam dico vitiosam esse. Primò, quod punctum A dicit esse neque intra circulum neque in circumferentia ejus. Cum enim punctum A sit terminus semidiametri D A, à qua describitur circumferentia A B C, necesse est ut punctum A sit in ipsa circumferentia. Intulit ergo hanc conclusionem contra ipsam *Euclidis* constructionem, qui supponit perpendicularem F E duci ab extremo puncto diametri. At concesso punctum A non esse in circumferentia, sed perpendicularem F E solummodo radere sive tangere circulum in A; erit tamen punctum A extra circulum & ab eo separabile, more contiguorum. Itaque ductâ per terminum diametri rectâ quadam parallela ipsi Tangenti F E, illa cadet inter rectam A E & arcum A B, contra demonstrationem hujus partis primæ. Perpendicularis enim ducta per terminum diametri non erit ipsa Tangens A E, sed ipsi parallela, nec secabit

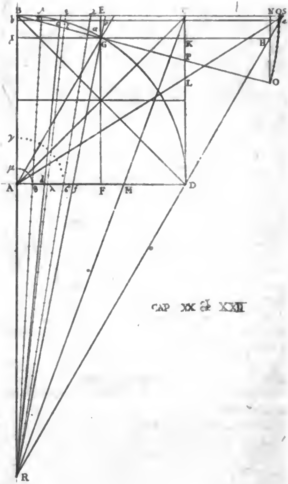
bit circulum, sed habebit punctum cum circulo commune, nempe ipsius diametri terminum.

Deinde quoniam utriusque semicirculi sunt duo termini, erunt in duobus semicirculis contiguis, ad terminum diametri, duo puncta. Nihil ergo prohibet, quicquid sit punctum, quin duobus terminis pro uno sumptis, diameter unà cum minutissima parte arcus (cum plusquam punctum illud Geometrarum, *nihil* commune sit rectæ perpendiculari & arcui) haberi possint pro lineis quæ faciunt angulum rectum. Nam crura angulorum de anguli essentia omnino non sunt; & sic falsum quoque erit quod in tertia parte demonstrationis ponit, *angulum quem facit perpendicularis cum arcu, quovis angulo acuto rectilineo esse minorem.*

Porrò in secunda & tertia parte demonstrationis sic dicit, *Quoniam ostensum est omnem rectam ex* A, *ductam, infra perpendicularem* A E, *cadere intra circulum, faciet necessario ea linea cum* A C, *angulum rectilineum acutum minorem angulo semicirculi; at verò cum* A E, *angulum rectilineum acutum majorem angulo contingentiæ, cum ille sit pars anguli semicirculi, hic vero totum quidpiam respectu anguli contingentiæ. Id quod liquido constat, ducta recta* A B, *quomodocunque infra* A E. *Nam cum hæc linea* A B, *intra circulum cadat, ut demonstratum est, erit angulus rectilineus acutus* C A B, *minor angulo semicirculi contento sub diametro* A C, *& circumferentia* A B C, *cum ille hujus sit pars: Angulus vero contingentiæ contentus sub tangente linea* A E, *& circumferentia* A B C, *minor angulo rectilineo acuto* B A E, *quod ille hujus pars sit.*

Assumit hic *Euclides* angulum rectilineum C A B partem esse anguli semicirculi, id est anguli facti à recta C A, & circumferentia A B; item angulum contingentiæ partem esse anguli rectilinei E A B. Sed ex eo manifeste sequitur, Quatuor angulos, nempe rectilineum C A B, angulum semicirculi, angulum contingentiæ, & angulum rectum rectilineum esse ejusdem generis, sicut partes & totum. Et per consequens angulum contingentiæ (per Def. 5. El. 5.) multiplicatum posse superare angulum rectum rectilineum. Manifestum enim est partem multiplicari posse donec suum totum superet. Contradicit ergo *Euclides* huic definitioni suæ quintæ Elementi quinti. Cum ergo angulus contactus, & angulus rectilineus sint diversi generis quantitatis, ita ut altera alteram multiplicata superare non possit (ut ipse *Clavius* demonstrat) angulus contingentiæ ablatus nihil auferet ab angulo recto rectilineo, non magis quam linea ablata aliquid aufert à quadrato aut superficies à solido. Itaque angulus semicirculi angulo recto rectilineo est æqualis.

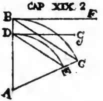
Itaque manifestum est angulum contingentiæ, etsi quantitas sit, non tamen esse quantitatem anguli, sed quantitatem diversi generis, nempe curvedinis; ut supra ostensum est. Erravit ergo hoc loco *Euclides*, deceptus à sui



CAP XX & XXII

ſui ipſius definitione Puncti. In controverſia autem inter *Clavium* & *Pelletarium* de angulo contactus veritas erat à parte *Pelletarii*, qui ſuſtinuit angulum contactus quantitatem non eſſe illius anguli, & angulos ſemicirculorum rectos eſſe omnes, & inter ſe æquales.

Quod autem anguli ſemicirculorum ſunt inter ſe æquales, ex eo quoque intelligere potes, quod ſupra demonſtravi, Similium arcuum æquales eſſe curvedines. Itaque deſcriptis duobus Sectoribus ſimilibus A B C, A D E; ductisque Tangentibus B F, D G, & ſubtenſis B C, D E, æqualiter declinabunt arcus B C, D E à Tangentibus B F, D G propter æqualitatem curvedinis ſive flexionis primæ à punctis B & D. Æquales ergo utrobique ſunt anguli contingentiæ, & (per conſequens) etiam anguli ſemicirculorum.



Iudicabis item de doctrina hac *Clavii* ex fœtu. Nam monſtra inde nata ſunt, Primum hoc ipſum, *Angulos ſemicirculorum eſſe inæquales*. Contrarium enim lumine naturali ſatis manifeſtum eſt. Secundum hoc, *Tranſitur à minore ad majus, & per omnia media, nec tamen per æquale*. Id quod nemo cogitans non videret eſſe falſum. Sed ita eſt ut nemo ferè hodie Philoſophetur ſuo, ſed Magiſtri alicujus ingenio; ideoque in abſurda incidunt, non aliter quam totidem oves principem gregis ſequentur, etſi in mare ſe præcipitaret.

C A P. X X.

De Dimenſione Circuli.

PRincipia iſta quæ ſupra à me reprehenſa ſunt, mirum eſt etiam quantum ad pulcherrima Geometriæ Problemata invenienda viam obſtruxerunt; quorum exempla aliqua hic tibi exhibere operæ pretium eſſe puto.

Sit (in fig. ad pag. 44.) quadratum A B C D. Centro A, intervallo A B, deſcriptus ſit circuli quadrans A B D. Secentur latera A D, B C bifariam in E & F. Ductâ E F ſecante arcum B D in G, erit arcus B G totius arcus B D pars tertia.

Per punctum G ducatur recta I G K parallela lateri B C ſecans A B

in I, & C D in K, producaturque ad H, ita ut I H ſit tripla I G; denique per H ducatur recta N O indefinita, & parallela D C.

Ducatur B G chorda arcus B G, & producatur ad N O in O ſecans C D in P. Deinde centro B intervallo B O deſcribatur arcus circuli ſecans B N productam in Q.

Porrò lateri B A adjungatur in directum A R æqualis duplæ G F, & ducta R D (quæ æqualis erit duplo lateri A D) producatur ad latus B C productum in S, eritque C S æqualis Tangenti 30 graduum; tranſibit autem R S per H terminum ſemiradii K H. Ducatur Q *a* parallela N H ſecans R S in *a*. Compleaturque parallelogrammum B Q *a b*. Poſtremò diviſo arcu B G bifariam in *c* ductoque ſinu arcus B *c* jungatur R *c*. Hactenus conſtructio.

Erit ergo Sinus arcus B *c* ſexta pars rectæ *b a* & ipſi parallelus; ideoque vel in ipſa *b a* vel ſupra, vel infra. Sumatur A *d* ſexta pars A D, & ducta R *d* productaque ut ſecet *b a*, abſecabit ſextam ejus partem (propter A *d*, *b a* in triangulo R *b a* parallelas.) Quare abſecabit in *b a* rectam æqualem Sinui arcus B *c*. Quod impoſſibile eſt niſi *b a* tranſeat per *c* cum ſit ut A *d* ($\frac{1}{6}$ A D) ad A D, ita Sinus arcus B *c* ad ſextuplum Sinum arcus B *c*. Tranſit ergo *b a* per *c*.

Eodem modo ſi arcus B *c* ſecetur bifariam fient arcus duodecem, & Sinus eorundem totidem, qui Sinus ſemper erunt ſimul ſumpti minores arcu B D, majores tamen recta *b a*. Eadem methodo biſecando in perpetuum, oſtendi poteſt, rectam omnem ductam infra B S ipſique parallelam, terminatam in rectis A B, D S minorem eſſe arcu B D; & (per conſequens) rectam B S (compoſitam ex radio & Tangente 30 graduum) non eſſe arcu B D majorem. Minor autem eſſe non poteſt, cum locus nullus ulteriori biſectioni relictus ſit. Etiam Geometræ omnes qui magnitudinem circuli determinarunt, arcum B D faciunt minorem quam eſt recta B S. Habes ergo demonſtrationem quadraturæ circuli verbis haud multo pluribus quàm quæ ſunt in conſtructione.

Coroll. 1. Si jungatur recta R G ſecans A D in *f*, producta *b a* in *e*, & B S in *i*, erit B *i* tertia pars rectæ B S, & æqualis arcui B G, & *b e* æqualis chordæ B G, & A *f* æqualis Radio circuli cujus quadrans æqualis eſt arcui B G; & A *d* radius arcus cujus quadrans circuli æqualis eſt arcui *b c*, & in univerſum omnes rectæ ductæ ab R ad arcum B G, ſecabunt A *f* & arcum B G in ratione radii ad quadrantem à ſe deſcriptum. Ex quo ſequitur facilis diviſio arcus ſive anguli in ratione data, ut infra patebit ad cap. 23.

Coroll. 2. Iuncta A S ſecante C D in L, erit D L æqualis ſemidiametro circuli cujus perimetri quartæ parti æqualis eſt radius A B. Sunt enim

enim S B, A B, D L (propter ſimilitudinem triangulorum S B A, A D L) continuè proportionales. Eſt autem S B ad A B ut quadrans perimetri ad radium. Quare & A B ad D L eſt ut quadrans perimetri ad radium, nempe D L.

Coroll. 3. Sumpta in A D parte A M æquali rectæ D L, ductaque R M, & producta ad B S incidet in C. Cum enim A D ſit radius circuli cujus perimetri pars quarta eſt æqualis B S, & A M radius circuli cujus perimetri pars quarta eſt æqualis A B & rectæ omnes ductæ à puncto R ſecant B S, A D in ratione quartæ partis perimetri ad Radium, recta R M producta incidet in C.

C A P. X X I.

De Magnitudine Circuli Hugeniana.

DEterminationem hanc magnitudinis arcus B D tanta diligentia à Geometris omnis ævi ſummis quæſitam, quamque veram eſſe tam manifeſtè modo demonſtravi, quam manifeſtè ulla apud *Euclidem* propoſitio demonſtrata eſt, Profeſſores Mathematici, primò noſtrates ſimul atque apparuit, magno conatu irati oppugnaverunt, conſentientibus etiam & laudantibus cæteris. Sed quibus armis, quibus innixi Principiis? Illis quæ ſupra oſtendi eſſe abſurda; nempe, *Si linea multiplicetur per numerum, Factum eſſe numerum quadratorum. Si à numero quadratorum extrahatur Radix quadrata, extractum eſſe numerum linearum. Si ex numero cuborum extrahatur Radix cubica, extractum numerum eſſe linearum. Punctum eſſe nihil; & lineam duci poſſe quæ nullam habeat latitudinem.*

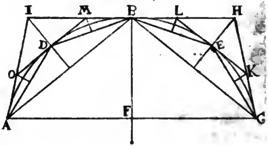
Qui Propoſitionem hanc primus exhibuit, demonſtravit illam juxta methodum Corollarii proximè præcedentis, hoc modo: Diviſo arcu B G bifariam in *c*, duxit Sinum arcus *b c*, quem Sinum duplicavit producens ad *e*. Deinde ductum I G Sinum arcus B G bifariam ſecuit in *g*; junctaſque *e g*, *e* G productas ſuppoſuit ad latus B A productum. Et biſecando rurſus arcum B *c* ductoque Sinu ejus, & diviſo I *g* bifariam, atque eodem modo biſecando quamdiu quantitas biſecari poteſt, concludebat partes arcûs B G partibus Sinûs I G ubique eſſe proportionales. Id quod & verum eſt, & ab illo verè illatum. Sequitur autem inde (recta G *e* producta) ad B S in *i* rectam B *i* æqualem eſſe arcui B G; & proinde totam rectam B S æqualem eſſe arcui toti B D.

Hoc autem à dictis Profeſſoribus impugnatum eſt partim ex Tabulis Sinuum, Tangentium, & Secantium, partim ab authoritate Archimedis. Quoniam autem Tabulæ illæ conſtructæ ſunt per multiplicationem Lineæ

per numerum, cujus productum falsò computant pro numero quadratorum; & per extractionem radicum ex illis quadratis, quasradices falsò computant pro numero linearum, argumentum ſumptum ex illis Tabulis vim refutandi nullam habent. Et quoniam Archimedes ipſe dimenſionem circuli ſuam demonſtrat per radicum extractionem, authoritas ejus in hac re valere non debet. Neque mirum eſt, ſi per hujusmodi calculum, recta *e* G producta cadere videatur in rectam B A productam, ultra vel citra punctum R.

Eandem hanc determinationem magnitudinis arcus B D impugnavit *Christianus Hugenius* ex eo, quod ipſe in Libro ſuo quem ediderat de Magnitudine Circuli, demonſtravit ut putat rectam compoſitam ex Radio & Tangente 30 graduum, qualis eſt B S, majorem eſſe arcu quadrantis B D.

CAP. XX: 1



Deſcripto enim Segmento Circuli ſemicirculo minore A B C, & diviſo à perpendiculari F B bifariam in B; ſectisque rurſus arcubus A B, B C bifariam in D & E; ductisq; eorum chordis C E, E B, B D, & D A; & Tangentibus C H, B H, B I, I A, & C K, K E, E L, L B, B M, M D, D O, O A; & deinceps biſecando quantum intelligi poteſt, demonſtrat (& quidem quantum ego video) rectè ſegmenta C E C, E B E, B D B, D A D minora eſſe triangulis C K E, E L B, B M D, D O A. Quod autem idem infert, Si perpetua biſectione fierent infinita numero Segmenta, Illa quoque ſimulſumpta minora fore omnibus triangulis, quæ Segmentis reſpondent ſimulſumptis, male infertur, niſi recta I B H ſit extra circulum, ita ut punctum B non ſit ambarum Linearum rectæ & curvæ commune, ſed inter utramque. Nam ſi B ſit utriusque lineæ commune, omnes illæ Tangentes numero infinitæ conſtituent ipſum arcum A B C. At ſi B ſit extra circulum quamvis ipſi contiguum, chordæ A B, B C ſecabunt circu-

circulum non in eodem puncto in quo secatur à recta F B, sed utrobique citra ipsum. Docet enim *Euclides* (Prop. 2. Elem. 3.) rectam C B totam esse intra circulum, & (Prop. 16. El. 3.) Tangentem esse totam extra circulum. Itaque nulla recta præter F B transire potest per arcum & tangentem ad idem punctum B, nempe ad punctum quod vocant *Contactus* nisi utrique lineæ attribuatur latitudo aliqua.

Itaque falsò usus principio hoc, *Punctum esse nihil*, post multas demonstrationes intulit, *Differentiam inter tertiam partem arcus quadrantis & chordam, ad differentiam inter chordam ejusdem tertiæ partis, & Sinum ejus* (sive Semiradium circuli) *majorem habere rationem quam* 4 *ad* 3; quod non parum confirmat id quod refutare voluit; quod autem intulit rectam compositam à Radio & Tangente 30 graduum majorem esse arcu quadrantis, deceptus fecit, eo quod putaret radium circuli non minorem esse quam quæ ab eodem centro ad Tangentem ducitur quæ est extra circulum. Consule ipsum illius librum cujus mihi exemplar dum hæc scribo deest; nec, si adesset, demonstrationes ejus commodè hic transcriberentur.

C A P. XXII.

De Sectione Anguli.

Revertere ad Diagramma Capitis xx.

In illo Diagrammate, sit datus arcus trifariam secandus B α.

A puncto R ducatur recta R $\varkappa$ secans A D in β, & B C in γ. Secetur B γ trifariam in δ & ε; ducanturque rectæ R δ, & R ε secantes arcum B α in η & ζ, & A β in θ & λ.

Dico arcum B α divisum esse trifariam à duabus rectis R η, R ζ.

Nam propter parallelas B γ, A β, divisa est etiam A β trifariam in η & λ ab iisdem rectis R δ, R ε. Est autem A β ad totam A D ut arcus quadrantis descripti intervallo A β, ad arcum totum B D descriptum intervallo A D.

Etiam arcus quadrantis descripti à tertia parte arcus A β erit tertia pars B α.

Arcus quadrantis descripti ab A θ sit θ μ; arcus autem quadrantis descripti ab A β sit β ν.

Non differunt ergo arcus duo β ν & B α inter se longitudine, sed curvedine tantum, cum sit B α, minus β γ magis curva. Idem dicendum est de arcu θ μ & cæteris omnibus arcubus descriptis super θ λ, λ β & cæteris arcubus qui adhuc describerentur super harum æqualibus partibus comparatis, cum partibus similibus circumferentiæ B α.

Intellige jam puncta α & β admota esse in lineis A B & $\beta\alpha$ ad β & α, & proinde arcum $\beta\nu$ jacere in B α. Congrueret ergo cum arcu ipso B α, si modo omnia puncta θ, λ, & omnes partes harum æquales ferrentur simul in suis quæque lineis ductis ab R donec pervenirent ad arcum B α. Necesse enim esset si A β & B α divisa essent in partes æquales in quot possibile est eas dividi, ut singulæ abscinderent partem arcus B α æqualem quadranti super se descripto. Quare etiam recta R θ abscindit ab arcu B α tertiam partem arcus B α nempe B η; & R λ duas tertias ejusdem.

Est ergo arcus B α datus divisus trifariam à rectis R δ, R ε. Eodem modo potest arcus non major quam arcus B G dividi quinquifariam vel in ratione quacunque data. Sicut etiam arcus major quam B G si bisecetur donec pars ejus minor sit quam B G; nempe partem inventam duplicando toties quoties datus bisectus fuerat.

Angulum ergo in ratione data divisimus, & propterea etiam proportionem datam dividere docuimus in partes æquales quotcunque requirentur. Idque methodo brevi & perspicua.

C A P. X X I I I.

De Quantitate rectæ compositæ ex Radio Circuli & Tangente 30 graduum. Item, Dubitatio super Prop. 47. Elementi primi, &c.

Quadratum rectæ compositæ ex Radio Circuli & Tangente arcus 30 graduum, est ad quadratum à Radio, ut decem ad quatuor.

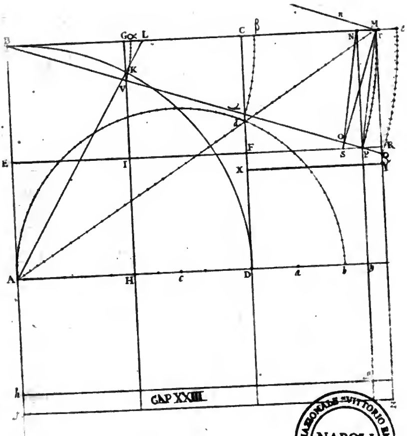
Sit (in fig. ad finem Capitis) Radius circuli A B, cujus quadratum sit A B C D. Ducatur arcus B D, qui est quadrans circuli descripti ab A B.

Secetur quadratum A B C D in quatuor quadrata æqualia à rectis E F, G H secantibus se mutuo in I. Secet autem G H arcum B D in K, jungaturque recta A K, producaturque ad B C in L, erit B L Tangens 30 graduum.

Rectæ B L adjiciatur in directum L M æqualis B C. Erit ergo tota B M composita ex B C Radio Circuli & C M Tangente 30 graduum.

In C M sumatur C N æqualis semiradio B G. Producatur A D ad *y*, ita ut A *y* sit æqualis B N; jungaturque N *y* quam secet E F producta in P, jungaturque B P secans G H in V.

Est ergo (per Prop. 47. El. 1.) quadratum à B P decuplum quadrati ab N P. Est autem quadratum à Radio A B quadruplum quadrati ab N P; & propterea quadratum à B P est ad quadratum ab A B ut


CAP XXIIII

ut 10 ad 4. Probandum ergo eſt, rectas B P, B M eſſe æquales.

Ducatur M Q parallela N P ſecans B P productam in Q, & E P Productam in R. Erit ergo N M R P rectangulum. Ducatur à puncto M ad B P perpendicularis M O quæ producta incidat in E P ad S.

Sunt ergo triangula B N P, B O M ſimilia. Nam anguli ad N & O ſunt recti æquales, & angulus ad B communis. Quare etiam anguli B M O, B P N ſunt æquales.

Si jam rectæ M S, M Q ſunt æquales, manifeſtum eſt æquales quoque eſſe inter ſe tum R S, O Q, tum etiam M O, M R, & præterea B O, B N; & per conſequens, quadratum à B M ad quadratum à B C ut 10 ad 4. Quod eſt propoſitum.

Sumatur in B M pars ipſius tertia B α, quod fiet ſumendo G α tertiam partem rectæ G L. Radio autem B α deſcribatur arcus circuli ſecans rectam G V alicubi, & quidem (ſenſu judice) in ipſo puncto V.

Rurſus duplicato B α, ut fiat B β duæ tertiæ rectæ B M; & radio B β deſcribatur arcus circuli ſecans C D in γ; iterum (ſenſu judice) punctum γ erit in interſectione rectarum B P, C D. Poſtremo radio toto B M deſcriptus arcus circuli tranſibit per punctum P. Unde judicio ſenſuum tertia pars rectæ B P æqualis erit tertiæ parti rectæ B M, & proinde tota B P æqualis toti B M.

Sed hæc (inquies) non ſenſuum ſed rationis judicio determinanda ſunt. Recte dicis; itaque ne videar ſeveritatem diſciplinarum corrumpere velle, conabimur rem demonſtrare.

In duobus triangulis ſimilibus, ſi latus unum primi majus vel minus fuerit quam latus homologum ſecundi, etiam reliqua duo latera ejuſdem primi majora vel minora erunt reliquis homologis ſecundi utrumque utroque. Id quod per ſe ſatis manifeſtum eſt.

Quoniam eſt in triangulis ſimilibus B Q M, B M O, ut B Q ad B M, ita B M ad B O, erunt B Q, id eſt B e, B M, B O continuè proportionales; & ratio B e ad B O duplicata rationis B e ad B M, vel B M, ad B O. Sed ut B e ad B M, ita eſt B P ad B N. Quare ratio B e ad B O duplicata eſt rationis B P ad B N. A puncto P erigatur ad B e perpendicularis ſecans B M productam ubicunque quæ incidet vel in e vel citra vel ultra, & abſcindet à producta B M majorem vel minorem quam eſt ipſa B e. Si incidat in ipſum punctum e, erunt rectæ B e, B P, B N continuè proportionales. Sin incidat citra vel ultra e, erit ratio cujuſdam rectæ majoris vel minoris quam B e ad B P, duplicata rationis B P ad B N, ſive B M ad B O. Quod eſt abſurdum, cum B e, B M, B O, ſint continuè proportionales. Sunt ergo B e, B P, B N continuè proportionales. Sed ut B Q ad B P, ita eſt B e ad B M. Sunt autem B Q, B e æqua-

æquales. Quare etiam B P, B M sunt æquales. Radius ergo circuli una cum Tangente 30 graduum æqualis est rectæ quæ subtendit angulum rectum in triangulo rectangulo, cujus latus unum æquale est tribus semiradiis, alterum uni semiradio. Quod erat demonstrandum.

Sunt ergo M S, M Q æquales.

Est autem M Q æqualis tertiæ parti B M. Est autem M S (propter triangula B G V, M R S æqualia & similia) æqualis B V tertiæ parti B P. Itaque B M, B P sunt æquales; & quadratum à B M ad quadratum à B C ut 10 ad 4. Quod erat demonstrandum. Nec in veritate Theorematis sensus & ratio dissentiunt.

Corollarium hinc oritur manifestum, rectas B N, B O, ut & O P, P R, item P S, P Q esse inter se æquales; & esse B Q, B P, B O id est B *e* (facta æquali B Q) B M, B N continuè proportionales, & N O, M P esse parallelas; & angulos N O P, O M P, N P M, P M R esse omnes inter se æquales; & denique facto angulo N M *n* æquali angulo O P S, parallelas esse B P, M N æquè altas.

Ex proportione hac modò demonstrata sequitur Theorema novum circa dimensionem circuli, nempe hoc, *Arcum quadrantis descripti semidiametro* B M, *æqualem esse quinque semiradiis; arcum autem quadrantis cujusdam qui sit æqualis rectæ* A B *descriptum esse à semidiametro quæ est media proportionalis inter* A B *sive* C D *& ejusdem duas quintas.*

Secetur enim A D (quæ æqualis est Radio) in quinque partes æquales, quibus adjiciuntur in directum aliæ duæ quintæ. D *a*, *a b*. Divisa autem A *b* bifariam in *c* describatur semicirculus secans C D in *d*. Est ergo ut $\frac{2}{7}$ Radii A D ad D *d*, ita D *d*, ad Radium A B. Sed ut $\frac{2}{7}$ Radii A B ad mediam B *d*, ita sunt duo semiradii, id est A B ad mediam inter A B & quinque semiradios. Est autem B M (ut modo demonstratum est) media inter A B & quinque semiradios. Sunt ergo D *b*, D *d*, D C, B M & quintuplus semiradius continuè proportionales. Ducta ergo A *d* & producta incidet in M, propterea quod est ut M B ad B A, ita B A id est A D ad D *d*. Quoniam ergo demonstratum est, Cap. XX, & defensum Cap. XXI, contra Hugenium (qui problema hoc profundissimè contemplatus, & ex Principiis Euclidis accuratissimè ratiocinatus est) rectam B M æqualem esse arcui B D, eandemque modo ostendi æqualem esse Mediæ inter A B & quinque semisses ejusdem A B, sequitur (propterea quod A B est radius quadrantis æqualis rectæ B M) rectam D *d* esse Radium quadrantis æqualis A B; & duas quintas Radii A B, nempe D *b*, esse Radium quadrantis D *d*; & denique rectam B M esse Radium quadrantis æqualis quintuplæ C N, id est quintuplo semiradio. Unde exsurgit etiam, Rectam D *d* æqualem esse duabus quintis arcus B D.

Quæ

Quæ omnia vidit quidem & edidit Iosephus Scaliger, sed cum non rectè demonstrasset, damnavit ipse (nil dubitans de Principiis Euclidis) sed postquam fuisset conviciis Clavii acerbissimis oneratus.

Consideremus nunc eadem hæc in Numeris. Ad B M adjiciatur M *e* æqualis P Q; eritque N *e* æqualis O Q, id est G V, id est tertiæ parti semiradii B G; semissis autem rectæ N *e* (qui sit N *r*) erit sexta pars ejusdem B G.

Erit ergo quadratum à B G æquale 36 quadratis ad N *r*. Est autem recta B N octodecupla ipsius N *r*, & proinde quadratum ejus æquale 324 quadratis ab eadem N *r*. Est autem B *e* vigecupla ejusdem N *r*, & proinde quadratum ejus æquale 400. quadratis ab eadem N *r*.

Est autem B *r* æqualis novemdecem rectis N *r*; & quadratum ejus æquale 361 quadratis ab eadem N *r*. Majus ergo est quadratum rectæ B *r*. quam quadratum rectæ B P sive B M. Quadratum enim à B P æquale est tantummodo 360 quadratis ad N *r*.

Inter quadrata à B *e*, & B M, id est inter 400 & 324 sumatur numerus medius proportionalis (cadit enim inter quoslibet duos numeros quadratos unus medius proportionalis) eritque ille numerus medius 360, nempe tot quadrata à sexta parte B G, quot sunt æqualia decem quadratis à semiradio toto B G. Itaque si Gnomon circumponi intelligatur quadrato à B M, cujus Gnomonis latitudo sit M *r*, Gnomon ille æqualis erit quadrato ab N *r* sexta parte semiradii. Hactenus nulla causa est dubitandi de Prop. 47. El. 1..

Rursus quadratum à C N æquale est 36 quadratis ab N *r*. Est autem C *e* octupla ipsius N *r*, & quadratum ejus æquale 64 quadratis ab eadem N *r*. Et quia C *r* septupla est ipsius N *r*, quadratum ejus æquale erit 49 quadratis ab eadem N *r*.

Iam cum C M Tangens sit 30 graduum, erit quadratum ejus (secundum Prop. 47. El. 1.) æquale 48 quadratis ab N *r*. Est enim A L secans 30 graduum dupla Tangentis B L, sive C M, & A B radius duplus semiradii B G. Cum ergo quadratum ab A L sit ad quadratum à B L ut 4 ad 1, erit ad quadratum ab A B ut 4 ad 3. Quare etiam quadratum Tangentis B L erit ad quadratum semiradii B G ut 4 ad 3 sive 48 ad 36. Sed quia quadratum à B G sive C N est 36, erit quadratum à B L, sive C M (secundum Euclidem) æquale 48 quadratis ab N *r*. Est autem quadratum à C *r* 49, quare si Gnomon cujus latitudo sit M *r* circumponeretur quadrato à C M, esset ille Gnomon æqualis quadrato ipsius N *r*. Sed ostensum est quod Gnomon cujus latitudo sit M *r* circumpositus quadrato à B M æqualis est quadrato ab eadem N *r*. Non est ergo quadratum à Tangente 30 graduum ad quadratum à

Semiradio ut 4 ad 3. Quod est contra Prop. 47. El. 1. Non videtur ergo propositio illa universaliter vera, sed dubitans nil pronuntio.

Error est, inquies, aliquis vel in illa, vel in hac demonstratione. Certissimè. Incumbe igitur toto animo utriusque examinationi; nec ratiocinationes tantum sed etiam Principia excute. Inprimis autem cave ne tenuissima triangula vel sectores quantuloscunque computes pro lineis rectis, aut parallelogramma obliquangula exigua pro rectangulis. Id quod evitare non potest is qui rectangulum non quadratum sectum putet à linea per angulos oppositos bifariam, ut est in Propositione 34, El. 1. quanquam enim in quadrato diagonalis considerari potest ut mera longitudo, atque etiam ut minutissimum rectangulum, quia dividit oppositos angulos bifariam; in oblongo tamen ubi diagonalis non dividit oppositos angulos bifariam considerari non potest neque ut rectangulum neque ut mera longitudo sed ut vel triangulum obliquangulum, vel parallelogrammum obliquangulum. Sed ut hanc difficultatem facilius examinare possis, ostendam tibi nunc quanto juxta *Euclidem* quadratum à Tangente 30 graduum majus est quam quadratum à semiradio.

Dico autem quadratum à Tangente 30. graduum nimirum quadratum à C M æquale esse quadrato à C N una cum tertia ipsius parte & duobus quadratis ab N M sive P R. Tangentis & Semiradii differentia, si vera sit Prop. 47, El. primi.

Super C M constituatur quadratum C M Y X. Item super B M constituatur quadratum B M Z *f*. Etiam super B N constituatur quadratum B N *g h*. Erit ergo tum P Y, tum *g* Z quadratum differentiæ inter C M Tangentem 30 grad. & semiradium C N.

Constat autem quadratum N *h* æquale est novem quadratis à Semiradio C N. Quod autem quadratum B *f* æquale est decem quadratis à C N supra demonstratum est.

Est ergo Gnomon qui quadrato N *h* appositus est æqualis quadrato N F. Differentia autem inter quadratum M X & N F est Gnomon constans ex duplo rectangulo M P & quadrato P Y, cui æquale est quadratum *g* Z.

Gnomon autem qui adjectus est quadrato N *h* æqualis est sextuplo rectangulo M P una cum quadrato *g* Z. Est autem Gnomon ille æqualis quadrato Semiradii. Minus ergo est quadratum Semiradii quam quadratum Tangentis 30 grad. tertia sui & præterea tanto quantum est duplum quadratum à P Y vel *g* Z.

Excessus ergo quadrati Tangentis 30 graduum supra quadratum Semiradii majus est quam tertia pars quadrati Semiradii, tanto quantum est duplum quadratum P Y. Quod est contra Prop. 47, El. 1.

Error

Error autem hic in quadratis ipsis, ut vides, satis est sensibilis, etsi in lateribus non tam facile apparet. Apparebit autem si ad $\frac{3}{2}$ rectæ B G addideris in directum Radium totum, sive $\frac{12}{2}$ atque inter illas mediam inveneris proportionalem. Nam erit illa quidem non valdè diversa à Tangente, sed tamen si cum diligentia operabere media illa minor erit quam Tangens 30 grad. nimirum quam B L; est tamen illa media, latus verum, quadrati æqualis 48 quadratis à sexta parte B G, nimirum ab N *r*.

Verum error ille an magnus an parvus sit, nihil hic refert. Nam etsi nullus esset, cum tamen propositio illa (propter Principia quibus innititur, quæ sunt ut suprà ostendi dubiæ fidei etiam ipsa dubia est. Itaque temerè dictum est à Clavio ad Prop. 16, El. 3. contra Pelletarium, *Geometricas* (id est Geometrarum) *demonstrationes ejusmodi esse ut consensum extorqueant, ac dubitationem omnem excludant, nulloque modo quempiam sinant ancipiti opinione distrahi, sic, ut tum assentiatur si velit, tum si nolit dissentiat.*

Si circulus vel triangulum sectum fuerit in quatuor partes, quæ partes dispersæ essent, una ad Indos Orientales, altera ad Indos Occidentales, tertia ad Polum Arcticum, quarta ad Antarcticum, putasne esse demonstrationem Geometricam aliquam quæ me cogere posset ut credam, puncta eorum verticalia non esse quatuor puncta, sed unum idemque punctum. Item si quid moveatur motu æquabili per Minus & Majus spatium, extorquebitne demonstratio ulla ut credam quod non transeat per æquale, aut ut credam vera esse quæ supra ostendi esse absurda.

Si mea hæc rectè demonstrata sunt, animadvertenda tibi præterea sunt, primo, maximam partem propositionum quæ dependent à 47. El. 1. (sunt autem multæ) nondum esse demonstratam.

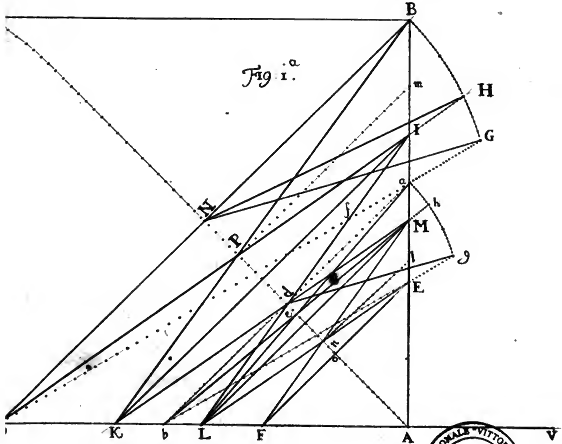
Secundo. Tabulas Sinuum, Tangentium, & Secantium egregiè falsas esse; propterea quod calculus eorum dependet à veritate horum duorum Assumptorum, 1. *Radix numeri quadratorum non est numerus quadratorum sed linearum.* 2. *Numerum Linearum per numerum (simpliciter) multiplicatum facere numerum quadratorum.* Cum enim quadratum à recta composita ex Radio & Tangente 30 grad. æquale sit decem quadratis à semiradio; si ponatur Semiradius 5000, erunt tres Semiradii 15000 pro B N. Quadratum autem à Semiradio est 25000000, & quadratum à B N 225000000 quæ duo quadrata simul sumpta sunt 250000000, cui æquale est quadratum à B M composita ex Radio & Tangente 30 grad. Radix autem numeri 250000000 est 15811---- quarum partium Radius est 10000. Relinquitur ergo pro Tangente 30 grad. 5811---- proximè. Est autem in Tabulis Tangentium pro ejus quantitate positus numerus 5773----, qui est error momenti satis magni in calculis Astronomicis, & in calculo

triangulorum quo utuntur Agrimensores. Iisdem principiis quæ ostendi supra esse falsa attribuere potes, quod quantitas circuli à magnis ingeniis omni ævo, quæsitum, inveniri tamen non potuerit. Quis enim præjudicium Archimedis non vereretur? Etsi liber ejus de Dimensione circuli non mihi videatur ab ipso editus; continet enim tres tantum propositiones, nec eas ordine quo oportuit dispositos, nec sicut alii ejus libri ad quenquam qui eos consideraret missus, sed ut cui nondum manum ultimam imposuerat apud se retentus, ab aliis Geometriæ minùs peritis post mortem ejus editus.

Doctrina autem & ipsa nomina Sinuum, Tangentium & Secantium calamitas Geometriæ nupera est. Qui subtensas & semisubtensas quæ nunc vocantur dimidiatorum arcuum Sinus, calculo primus subjecit fuit Ptolomæus. Sinum nusquam Scriptum invenio ante Regiomontanum, qui verò Tabulas Sinuum, Tangentium, & Secantium quibus utimur primus condidit fuit Clavius.

Secundo, notatu dignum est, causam quod Quadratura circuli, divisio Rationis, aliaque pulcherrima, sed difficillima Geometriæ problemata tam diu latuerunt, in illis ipsis esse demonstrationibus quas cogentes esse prædicant. Primi omnium Arabes invenerunt quadratum quadrantis perimetri decuplum esse quadrati à Semiradio; quod etsi verissimum sit, confutavit per extractionem Radicum Iohannes Regiomontanus (qui idem esse putavit quadrati latus & numeri quadrati Radicem) Audi ipsum Regiomontanum: *Arabes olim circulum quadrare polliciti ubi circumferentiæ suæ æqualem rectam descripsissent, hanc pronuntiavere sententiam: Si circuli diameter fuerit ut unum, circumferentia ejus erit ut Radix de Decem. Quæ sententia cum sit erronea, quemadmodum alibi explanavimus, cumque numeros introducat rectilineationem effecturos, numeri ipsi in hoc negotio sunt suspecti.* Olim ergo, ut vides, magnitudo circuli cognita fuisset, nisi obstitissent quæ à Geometris nunc Cogentia appellantur. Iterum doctrina hæc Arabum apparuit à Scaligero, atque iterum disparuit expulsa exorcismo convitiorum à Clavio. Sed tertiùm nunc apparens, docta jam exorcismos & convitia contemnere, nunquam puto abigetur.

Notabis præterea convitiorum causas. Quod Scaligerum Clavius, Orontium & Longomontanum alii, convitiati sunt, quæ causa esse potuit? Quo læsi fecerunt? Paralogismus meus damnum tuum non est. Unde igitur iræ tantæ? An à zelo boni communis, nimirum ne corrumperetur paulatim Mathematica? Utinam quidem illis omnibus cura Boni communis tanta esset, ut nihil omnino in libris falsi paterentur esse sine confutatione. Sed ita est homo, nisi præcepta vera Philosophiæ moralis antè didicerit, ut famam aut lucrum primariò, Veritatem secundariò


Fig. 1.a
B
m
H
I
G
a
h
M
N
P
f
l
g
d
E
e
n
o
K
b
L
F
A
V

dariò appetat. Inde eſt quod iraſcantur illis quorum induſtria nimia veritatis lux infertur, qua pateſcat omnibus quantuli viri ſunt qui volunt haberi maximi. Ego aliqua quidem in *Euclidi* reprehendi, non tamen ut illum non putem magni faciendum eſſe, qui Scientiarum Mathematicarum tradendarum methodum primus tradidit. Nihil ab Archimede editum non laudo. Conſilium mihi aliud non eſt quam Arithmeticæ & Algebræ in demonſtrandis Propoſitionibus purè Geometricis abuſum tollere, ſi potuero. Vale.

APPENDIX.

Cum in fine Capitis 22 ex data Anguli omnimoda ſectione, Diviſionem etiam Rationis omnimodam inveniri præſumpſerim, id nunc qui fiat oſtenſurus ſum.

De Mediis Proportionalibus in genere.

Inter duas rectas datas invenire Medias Proportionales quotcunque.

Sint primo inveniendæ duæ Mediæ inter datas (in fig. 1.) quaſcunque A B majorem, & A V minorem.

Fiat ab A B quadratum A B C D; & in lateribus A B, A D, ſumantur A E, A F, utraque æqualis A V.

Inter A B & A E inveniatur media A *a*; cui æqualis in latere A D ſumatur A *b*, ducaturque *a b*, quam ducta diagonalis A C neceſſariò ſecabit bifariam, & ad angulos rectos in *d*.

Ducatur etiam diagonalis B D ſecans A C in N. Itaque A C, B D ſecabunt ſe mutuò bifariam, & ad angulos rectos in N.

Jungantur D *a*, *b* E, ducaturque E F ſecans A C in *o*; eruntque A N, A *d*, A *o* continuè proportionales, in eadem ratione cum rectis A B, A *a*, A E, ſive A D, A *b*, A F, & rectæ B D, *a b*, E F continuè proportionales.

Centro N radio N B deſcribatur arcus circuli B G ſecans D *a* productam

ductam in G; item centro *d*, radio *da*, describatur arcus circuli *ag* secans *b* E productam in *g*, ducaturque *dg*.

Quoniam ergo est ut A D ad A *a*, ita A *a*, id est A *b*, ad A E, erunt D *a*, *b* E parallelæ, & anguli B D *a*, D *ab*, *ab* E æquales; & per consequens anguli B N G, *adg*, (dupli angulorum B D *a*, *abg*) inter se æquales.

Secetur arcus B G in tres partes æquales, quarum B H sint duæ; jungaturque D H secans latus A B in I. Ducta ergo N H, erit angulus B N H duplus anguli B D H, id est duplus anguli B D I.

Rectæ A I sumatur (in latere A D) æqualis A K, ducaturque B K.

Quoniam igitur æquales inter se sunt tam A B, A D quam A I, A K, erunt quoque inter se æquales D I, B K & secabunt se mutuò in diagonali A C ad P; eruntque tum D P, P B, tum K P, P I æquales; & ducta I K erit parallela rectis B D, *ab*, E F. Quatuor denique anguli B D I, D B K, D I K, B K I erunt æquales, & eorum quilibet æqualis duabus tertiis anguli B D *a*.

Similiter secetur arcus *ag* in tres partes æquales, quarum *gh*, sint duæ, & *ha* una, jungaturque *dh* secans A B in M, & ducatur *b* M. Angulus ergo *adh* in centro, qui (idem est cum angulo *ad* M) duplus est anguli *abh* in circumferentia.

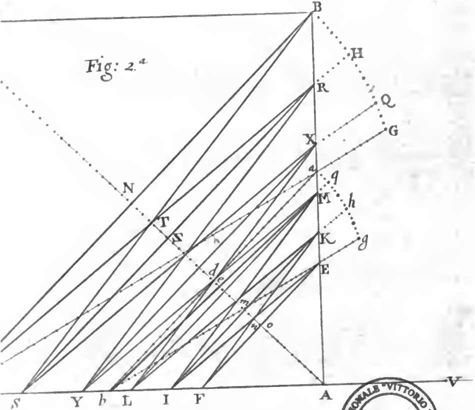
Rectæ A M sumatur (in latere A D) æqualis A L. Jungatur *d* L; quæ erit ipsi *d* M æqualis. Ducatur *a* L. Cum autem (propter tum A *a*, A *b*, tum A M, A L æquales) æquales quoque sint *a* L, *b* M, illæ secabunt se mutuò in diagonali A C ad *e*; eruntque anguli *ba* L, *ab* M æquales.

Ducatur M L; quæ (propter A L, A M æquales) erit rectæ *ab* parallela. Quia autem *b* M, *a* L secant se mutuò in *e*, erunt quatuor anguli *ab* M, *ba* L, *b* M L, *a* L M æquales, & totus angulus *d* M L, sive ipsi æqualis *d* L M æqualis tertiæ parti anguli *adg*, id est æqualis duabus tertiis anguli *ab* E, sive anguli B D *a*, id est æqualis angulo B K I vel D I K; & quia rectæ *ab*, M L sunt parallelæ, erit etiam angulus *ad* M æqualis eidem angulo D I K sive B K I.

Producatur L *d* utcunque ad *f*. Erit ergo angulus *fd* M externus æqualis ambobus simul angulis internis *d* L M, *d* M L, Angulus ergo *fd* M duplus est anguli *ad* M, dividiturque angulus *fd* M à recta *da* bifariam. Ducatur P *m* dividens angulum B P I bifariam, & secans A B in *m*. Cum igitur angulus B P I duplus sit anguli P K I, erit angulus *m* P I æqualis angulo *fda*, & angulus *m* P *d* rectus; & rectæ P *m*, *da* parallelæ, & proinde anguli I P *d*, *fd* P æquales. Quoniam igitur I K secat P *d* ad angulos rectos, producta L *f* incidet in I.

Similiter

Fig: 2.ª



Similiter oſtendi poteſt rectam M *d* productam tranſire per K.

Eſt ergo quadrilaterum I P K *d* I Rhombus.

Iungantur M F & L E, quæ quia ſunt æquales ſecabunt ſe mutuò in diagonali ad *n*. Et parallelæ ſunt tum D *a*, *b* E, tum D B, M L; tum etiam I K, E F; erit ergo angulus *b* E L æqualis angulo I D *a*; & anguli L E F, L M F æquales duobus angulis B D I, D B K, id eſt duobus angulis I L M, K M L uterque utrique.

Eſt ergo quadrilaterum M *d* L *n* M Rhombus.

Sunt ergo P B, *d* I, *n* M, *n* E continuè proportionales.

Sed ut P B ad P I, id eſt ad P K, ita eſt A B ad A K, id eſt ad A I propterea quod recta A P dividit angulum B A K bifariam. Item ut *d* I ad *n* M, id eſt ad *d* L, ita eſt A I ad A L ſive ad A M; quia A *d* dividit angulum I A L bifariam. Item ut *n* M ad *n* E, id eſt ad F *n*, ita eſt A M ad A F ſive A E; quia A *n* dividit angulum M A F bifariam.

Sunt ergo rectæ A B, A I, A M, A E continuè proportionales, & A I, A M; ſive A K, A L Mediæ quæſitæ.

Rurſus inter datas quaſcunque A B, A V inveniendæ ſint quatuor Mediæ. Fiat ab A B (fig. 2.) quadratum A B C D, ſumanturque in lateribus A B, A D partes A E, A F utraque æqualis minori A V; ſumatur autem inter A B, A E media A *a*, cui (in latere A D) ſumatur æqualis A *b*, junganturque D *a*, & *b* E, ducanturque D B, *a b*, *b* E, E F. Ducatur etiam diagonalis A C ſecans D B, *a b*, E F, in N, *d*, *o*. Deinde centro N, radio N B deſcribatur arcus circuli ſecans D *a* productam in G. Secetur autem arcus B G in quinque partes æquales, quarum B H ſint duæ, B Q quatuor.

Item centro *d*, radio *d a*, deſcribatur arcus circuli *a g* ſecans *b* E productam in *g* ſeceturque arcus *g a* in quinque partes æquales quarum *g h* ſint duæ, & *g q* quatuor.

Ducatur D H ſecans A B in R. Et in latere A D, ſumatur A S æqualis A R. Ducanturque B S, R S; eruntque D R, B S æquales; & propterea ſecabunt ſe mutuò in diagonali A C ad T, & erunt D B, R S parallelæ; & quatuor anguli N B T, N D T, T R S, T S R æquales, & quilibet eorum æqualis duabus quintis anguli B D G.

A puncto S ducatur S X parallela D R, & à puncto R ducatur R Y parallela B S. Erunt ergo S X, R Y æquales, & ſecabunt ſe mutuò in diagonali ad Z. Itaque quadrilaterum S T R Z S erit Rhombus, junctaque X Y erit parallela rectis D B, R S, & *a b*; & utervis angulorum Z X Y, Z Y X æqualis erit angulo B D R, id eſt duabus quintis anguli B D G.

Duca-

Ducatur *dq* secans AB in M, ducatur etiam *b*M, eritque angulus *ab*M semissis anguli *ad*M. In latere AD sumatur AL æqualis AM, junganturque ML & *a*L. Itaque *b*M, à L, secabunt se mutuò (cum sint æquales) in diagonali AC ad *e*. Quare ambo simul anguli *d*ML, *e*ML, sunt æquales angulo ZXY.

Et quia *ad*, ML sunt parallelæ, erit angulus *ad*M æqualis angulo *d*ML, id est angulo ZXY. Iungatur L*d* (quæ æqualis est *d*M) & producatur utcunque ad *f*. Erit ergo angulus *fd*M duplus anguli *ad*M, id est æqualis angulo BTR sive DTS, sive YZS, sive RZX. Est ergo recta L*f* rectis BS, ZR parallela, & recta *d*M rectis DR, SX parallela. Sunt autem anguli *adf*, ZXY æquales, & tum *ab* tum XY secat AC ad angulos rectos. Sunt ergo anguli *fd*Z, XZ*d* æquales. Quare recta L*f* (quæ transit per *d*) incidet producta in X; & propter eandem rationem producta M*d* incidet in Y. Est ergo quadrilaterum YZX*d*Y Rhombus.

A puncto M ducatur recta MI parallela LX secans AD in I; item à puncto L ducatur recta LK parallela YM secans AD in K; quæ duæ MI, LK, cum sint æquales, secabunt se mutuò in diagonali AC ad *m*; quia autem LM secat eandem diagonalem ad angulos rectos, & sunt tum *d*L, *m*M, tum *d*M, *m*L parallelæ, erit quadrilaterum L*d*M*m*L Rhombus.

Postremò jungantur IE, KF quæ (cum sint æquales) secabunt se mutuò in diagonali ad *n*. Quoniam ergo tum IK, DB, tum EF, SR, tum *b*E, D*a* sunt parallelæ, & tam IE, KF, quam BS, DR secant se mutuò in diagonali AC, erunt anguli *n*IK, *n*KI, *n*EF, *n*FE æquales tum inter se, tum angulis TBN, TDN, TRS, TSR & recta FK parallela rectis BS, RY, XL, MI, sicut & IE parallela rectis DR, SX, YM, LK.

Est ergo quadrilaterum I*m*K*n*I Rhombus. Quare BT, RZ, X*d*, M*m*, K*n* sunt continuè proportionales; & propter angulum BAS, RAY, XAL, MAI divisum ab AN bifariam, erunt (per Eucl. 6. 2.) rectæ AB, AR, AX, AM, AK, AE, sicut & AD, AS, AY, AL, AI, AF continuè proportionales. Itaque inter duas AB, AV datas inventæ sunt quatuor Mediæ AR, AX, AM, AK, sive AS, AY, AL, AI.

Ad Mediarum numerum omnem demonstrationes applicare singulas impossibile est. Manifestum autem est, quod, si arcus BG secetur septifariam, inveniri sex Rhombos latera habentes totidem continuè proportionalia, & consequenter sex Medias; quemadmodum ex trisectione inventæ sunt duæ Mediæ, & ex quinquisectione quatuor Mediæ; atque ita

in

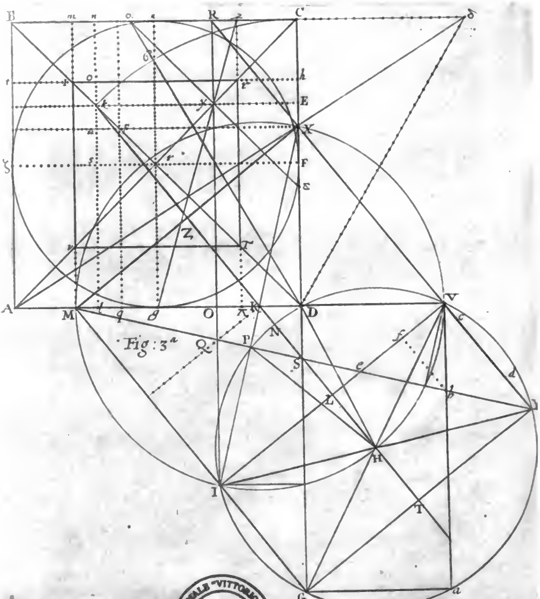


Fig: 3a

in infinitum pro Mediis numero paribus. Datis autem paribus, omnis Mediarum numerus impar facile innotescit per sumptionem inter singulas proportionales singularum Mediarum. Invenimus ergo Methodum generalem inveniendi inter duas rectas datas Medias quotcunque per sectionem anguli; quomodo autem angulus in ratione data quacunque secandus sit docuimus suprà Cap. 22.

Hæc quanquam certa & demonstrata, corruerent tamen si verum esset, quod Algebristæ nostri dicunt, Radicem numeri quadrati, & figuræ quadratæ latus idem esse.

Examinabimus jam Logicæ quam illi jactitant severitatem.

Vitiosam esse ajunt demonstrationem in quam non ingreditur omne id quod ad constructionem assumitur. Ego contrà, demonstrationem in qua neque propositionem, neque consequentiam ullam falsam reperio, peccatorum omnium contra Logicam absolvendam censeo. Neque illorum regulam illam utcunque speciosam legisse me memini in Aristotele, neque in alio scriptore logico.

Exhibenda mihi igitur est demonstratio legitima, ubi assumptum aliquod ad constructionem non tamen adhibetur ad demonstrationem. Demonstrabo autem absque trisectione anguli inter rectam datam & ipsius semissem quænam sint Mediæ duæ proportionales.

Sint datæ (fig. 3.) duæ rectæ AD, DV facientes unam rectam AV. Sit autem DV semissis ipsius AD, fiatque à majore AD quadratum ABCD. Inter AD & DV inveniatur Media proportionalis DE, cui in lateribus BC, AD ponatur æqualis AO, & BR; jungaturque RO, & producatur.

Secetur DO bifariam in K; centro autem K intervallo KV describatur circulus VIMX secans CD in X, AD in M, & RO productam in I. Quoniam ergo RO, CD sunt parallelæ, anguli deinceps ad O & D sunt recti, & DK, KO æquales, & proinde etiam OM, DV æquales. Æquales item sunt IK, KX; & IX diameter circuli VIMX, eademque æqualis rectæ MV. Itaque ductis rectis VX, XM, MI, IV erit VIMX rectangulum; & tres rectæ DM, DX, DV continuè proportionales. Divisis autem MX, IV bifariam in Z & L, ducta ZL transibit per K, & secabit tum MX tum IV ad angulos rectos.

In recta IK sumatur IP æqualis DV, erit ergo reliqua PX æqualis DM, & PK æqualis DK; item LK secabit angulum DKP bifariam.

Producatur CD in G (secans KL in S) ita ut DG, CD sint æquales.

A puncto P ducatur recta PY perpendicularis rectæ IP, æqualis autem DG junganturque VI, GV.

Quoniam ergo IP est æqualis DV, & PY æqualis DG, & anguli ad P & D recti, erunt YI, GV æquales, & divisâ YI bifariam in H, circulus descriptus radio HI transibit per P & Y.

Producta autem YP transibit per M, eritque PM æqualis DX. Cum enim IP, DV sint æquales, & IM, VX æquales & parallelæ, & in triangulis IPM, XDV anguli ad P & D recti, erunt quoque PM, DX æquales. Similiter quia OM, est æqualis DV, & MI, XV æquales & parallelæ, erit OI æqualis eidem DX, & tota YM æqualis toti GX.

Secent autem se mutuo PM & OI in Q. Æquales ergo inter se sunt QI & QM, æquales item anguli QMI, QIM; item anguli OMP, OIP cum æquales sint tum KP, KO, tum KI, KM, tum etiam OQ, PQ, & angulus PMI æqualis angulo DXV, & angulus PIM æqualis XVD, propter similitudinem triangulorum PMI, DXV, & angulus PQI externus duplus anguli interni PMI vel PIM.

Quoniam autem OQ, DS sunt parallelæ, transibit MY per S. Est enim angulus KSD æqualis angulo DXV propter KS, XV parallelas; est autem angulus MQI ejusdem anguli DXV sive KSD duplus. Ubicunque ergo MY secat DG faciet cum illa angulum anguli KSD duplum. Cum enim anguli ad P & D sint recti, & anguli ad K æquales, atque etiam rectæ DK, KP æquales; producta MP donec concurrat cum KL, faciet cum illa angulum æqualem angulo KSD; id quod fieri potest in unico puncto rectæ KL, nempe S. Quare recta KL dividit angulum PSD, simulque verticalem ipsius YSG bifariam.

Quia vero æquales inter se sunt tum GD, YP, tum DS, PS, æquales quoque erunt rectæ GS & YS. Ducta ergo GY secabitur à KL producta bifariam & ad angulos rectos in T.

Cum autem in triangulis TYS, DXV, anguli ad T & D sint recti, & anguli ad S & X æquales, erit angulus TYS æqualis angulo XVD.

Iungantur HS, HP, HD. Quoniam ergo in triangulis HPS, HDS, latera PS, DS sunt æqualia, & latus HS commune, erunt quoque latera HP, HD æqualia; & anguli HPS, PHS æquales angulis HDS, DHS uterque utrique. Circulus ergo descriptus radio HP (qui transit per I & Y) transibit etiam per D.

Etiam quia rectæ DK, KP, ut & anguli ad K æquales sunt transibit HS per K; & proinde secabit IV bifariam & ad angulos rectos in L. Postremò, cum anguli KLV, KLP sint recti, & IL, LV æquales; si intel-

intelligatur ducta recta D a diagonalis rectanguli DVa, G, ea secabit diagonalem alteram bifariam in H. Cum enim trianguli æquicruri PH Y, anguli ad P & Y sunt æquales, & utrivis eorum æqualis sit angulus aDG, æquales erunt anguli YPH, aDG. Angulus autem LSG æqualis est utrique simul angulo SPH, SHP, sed anguli LSG, LSY sunt æquales; quare recta SL producta faciet cum Da angulum angulo SHP æqualem. Recta ergo Da (& proinde etiam GV) transit per H.

Dividitur ergo recta GV bifariam in H, & circulus descriptus radio HP transit per puncta G, I, P, D, V, Y. Est ergo angulus GYV in semicirculo.

Est igitur tum IGYV, tum GMXY, tum etiam (ut antè ostensum est) IMXV rectangulum.

Itaque triangula rectangula GDM, MDX, XDV similia sunt; & propterea quatuor rectæ DG, DM, DX, DV continuè proportionales, quarum DM, DX sunt Mediæ quæsitæ. Item OR, OV, OI, OM continuè proportionales, quarum OV, OI sunt Mediæ quæsitæ. Item PY, PX, PM, PI continuè proportionales, quarum PX, PM sunt Mediæ quæsitæ.

Cor. Quoniam YX, GM sunt parallelæ & æquales, item GM, VR parallelæ & æquales erunt rectæ VY & XR æquales.

Idem demonstrari potest ex eo ipso, quod recta DE est media proportionalis inter AD & ipsius semissem DV, hoc modo:

Quoniam autem RCEγ, γC$h\mu$ sunt quadrata; & Cμ, CE æquales, erunt tres rectæ Cγ, γE, Ch, continuè proportionales in ratione CE ad Ch, id est in ratione DC ad DE, vel DE ad DF. Si ergo à puncto C sumatur Cω æqualis Ch, erunt Cγ, Cμ, Cω continuè proportionales. Quod si ab ω ducatur ad latus DC perpendicularis, erunt in CE tria spatia continuè proportionalia quorum minimum est hE. Quoniam autem est ut DC ad DE ita CE ad Ch, erit ratio DC ad DE ad rationem DC ad Dh ut ratio triplicata ad rationem duplicatam; sed ratio DC ad DX est duplicata rationis DC ad Dh. Nam non modo DF, DE, DC, sed etiam DF, DX, Dh sunt continuè proportionales; & proinde ratio DC ad Dh duplicata est rationis DE ad DX. Sunt ergo DC, Dh, DX, DF continuè proportionales; & Dh, DX Mediæ quæsitæ.

Si quis in hac demonstratione propositionem falsam aut non necessariam illationem ostenderit, modo convitiis se abstineat (etsi mihi meus error placere non potest) veritati tamen studens non inique feram. Sed ut eo solum nomine accuser, quod postquam ad constructionem

assumpsissem mediam proportionalem inter extremas, medietate illâ non sum usus, iniquum est. Dicant velim, illa regula à quo Magistro Logicæ profecta est, ut cum Magistro ipso controversia mihi sit. Sin nullius Magistri, sed suæ ipsorum prudentiæ dictamen sit ostendant esse infallibile. Quod dicant sine exemplo esse, nihil moror; quæram enim vicissim quis fuit ille qui alia methodo duplicationem Cubi demonstravit. Euclides multas habet in initio Elementorum definitiones, quibus tamen nusquam utitur. An Definitiones ad demonstrationes minus necessariæ sunt quam Assumpta. Analytici omnes assumunt aliquid ignotum (etsi ab ignoto per se, notum fieri nihil potest) sed ope aliorum præcognitorum Problemata multa aut solvunt aut solvi non posse demonstrant. An Verum Positum minus valebit, quam pro vero suppositum dubium? Errant qui sic sentiunt; Verum enim, tam sui quam falsi index est, ut à quo nihil nisi verum derivatur.

Sed ne quid omittamus quod Problemati nobili perspecuitatem allaturum videatur, eandem nunc conclusionem ab eo ipso demonstrabimus, quod recta A O æqualis sumpta sit rectæ D E, id est mediæ proportionali inter extremas A D & D V.

Sumatur (in latere D C) recta D F æqualis D V, & describatur quadratum D F *r g*. Erit autem punctum *r* in diagonali D B.

Describatur quadratum D X *p q*, & erit punctum *p* in eadem diagonali D B.

Describatur quadratum D E *k l*; cujus etiam punctum *k* erit in eadem diagonali D B. Secet autem *l k* producta latus B C in *n*, & rectam X *p* productam in *u*, & rectam F *r* productam in *s*.

Describatur denique quadratum D M *i h*, cujus punctum *i* erit in eadem diagonali D B; cujus quidem latus *h i* productum secet *l n* in *o*, & A B in *t*, latus autem M *i* productum secet B C in *m*.

Ostensum autem est tres rectas D M, D X, D V, id est M *i*, *q p*, *g r* esse continuè proportionales, item O M, D V, id est O M, *g* A esse æquales, & proinde) dempta communi *g* M) æquales esse A M, & O *g*, id est, *t i*, vel *i m*, vel F E, & propterea rectam *g* M æqualem esse E C, vel *k n*, vel *o s*.

Quoniam jam *l k* media est proportionalis inter *l n*, & *l s*, erunt tres rectæ *l s*, *l k*, *l n* continuè proportionales. Erunt item *g r*, *q p*, M *i*, id est *l s*, *l u*, *l o* continuè proportionales. Est autem utriusque Analogismi eadem Antecedens *l s*. Quare (per Prop. 28. Elementi decimi quarti) ratio *l u* ad *l o* duplicata erit rationis *l k* ad *l u*. Sed ut *l k* ad *l u*, ita est M *i* ad *l k*.

Ratio ergo *l n* ad *l o* duplicata est rationis *l o* sive M *i* ad *l k*.

Sed ratio quadrati D *h i* M ad quadratum D E *k i* duplicata est rationis M *i* (id est *l o*) ad *l k*.

Si

Si ergo quadratum D hi M intelligatur ductum perpendiculariter in suum latus M i, item quadratum D E kl perpendiculariter in rectam ln æqualem lateri A D, fient duo parallelipipeda quorum latera & altitudines reciprocantur. Quare (per Prop. 34. Elementi undecimi) erit cubus à D M (Cubus autem est parallelipipedum) æqualis parallelipipedo cujus basis est æqualis quadrato D E kl, altitudo æqualis ln sive A D.

Sed quadratum D E kl æquale est rectangulo sub A D, D V, id est, rectangulo M R, parallelipipedum autem sub rectangulo M R ductum in O R æqualem A D, est dimidium Cubi totius à latere A D, id est, æquale quatuor Cubis à latere D V. Itaque recta D M est Mediarum duarum inter A D, D V major, & cætera. Quod erat demonstrandum.

Ostendam jam rectam D O semissem esse Tangentis 30 graduum. Secet R O rectam E k in y; eritque O y sinus 45 graduum. Itaque utraque rectarum A y, D k æqualis erit A B, videlicet lateri totius quadrati A B C D. Circulus ergo descriptus radio D C transibit per k, & circulus descriptus radio A B transibit per y.

A puncto y erigatur recta $y\alpha$ perpendicularis ipsi A y, secans B C in α, producaturque αy ad latus C D in z. Erit ergo triangulum C αz æquicrurum, & anguli ejus ad α & z semirecti. Producatur gy ut secet arcum C k in β, eritque angulus C D β tertia pars recti. Quare producta D ϵ faciet cum latere C B angulum æqualem duabus tertiis recti.

Quoniam autem angulus R $y\alpha$ est semirectus, & angulus C D ϵ tertia pars recti, faciet D ϵ producta cum $y\alpha$ angulum anguli recti partem sextam. Sed angulus R αy qui etiam est semirectus una cum sexta parte recti faciet duas tertias recti. Quare juncta $\alpha\epsilon$ & producta incidet in D, Est ergo C α Tangens anguli 30 graduum, & huic æqualis C z. Sed (propter angulum C $y\alpha$ rectum divisum bifariam ab R y) recta C α dupla est rectæ C R, id est rectæ D O.

Cor. 1. Quoniam D V est semissis lateris B C, & D O semissis adjunctæ C δ, & ducta A δ transit (ut supra ostensum est) per X; erit ratio B δ ad D X duplicata rationis A D ad D X. Quare ratio O V, sive D b (semissis ipsius B δ) ad D F (semissem ipsius A D) duplicata erit rationis A D, ad D X, id est eadem ratio quam habet D C ad D X. Ut ergo D C ad D X ita est O V sive D b ad D F. Sunt ergo rursus D C, D b, D X, D F continuè proportionales.

Cor. 2. Jungatur gy producaturque ad R C in γ. Quoniam ergo A y dupla est A g, erit quoque (propter similitudinem triangulorum A yg, C $y\gamma$) recta yC dupla C γ. Itaque C γ, B m sunt æquales, & R γ, quæ est differentia inter C R & C γ, æqualis differentiæ inter dimidium lateris & Tangentem 30 graduum.

Cor. 3. Dupla ry æqualis eſt Tangenti 30 graduum, nempe rectæ C α. Nam R γ, γr ſunt æquales.

Cor. 4. Semiſſis circumferentiæ circuli deſcripti à gr ſemiradio æqualis eſt lateribus ambobus Cuborum quorum unus circumſcribitur, alter inſcribitur eidem ſphæræ in qua maximus circulus eſt qui deſcribitur radio gr ſemiſſi lateris A B; quod ſic oſtendo: Si in quadratorum eorum quæ cubi baſes ſunt uno quocunque ducatur diagonalis, erit quadratum ejus duplum quadrati à latere cubi. Rurſus, ſi in termino alterutro illius diagonalis erigatur perpendicularis æqualis cubi lateri, recta quæ ſubtendit diagonalem, & latus illud cubi erectum, poterit triplum cubi latus. Erit autem illa ſubtendens maxima omnium rectarum quæ intra cubum duci poſſunt; & per conſequens, diameter erit ſphæræ cui cubus inſcribitur. Nam diameter ſphæræ triplum poteſt lateris Cubi in illa ſphæra inſcripti.

Centro r radio gr ſemiſſe lateris A B, deſcribatur circulus $\eta\zeta g$ F, ducaturque $\gamma\pi$ parallela & æqualis C D, ſecans diagonalem A C in μ. Quoniam ergo γm æqualis eſt Tangenti C α, ſi jungatur μi, erit illa æqualis eidem C α; cujus quadratum eſt $\mu i \nu \lambda$. Quoniam ergo latus D C triplum poteſt rectæ C α, ut manifeſtum eſt (ex eo quod ſinus 60 graduum triplum poteſt ſemiradii, & eſt ut ſinus 60 graduum ad ſemiradium, ita radius ad Tangentem 30 graduum erit) cubus cujus quadratum eſt $\mu i \nu \lambda$ inſcriptus in ſphæra cujus maximus circulus eſt $\eta\zeta g$ F. Manifeſtum autem eſt cubum cujus unum quadratum eſt A B C D circumſcriptum eſſe ſphæræ eidem $\eta\zeta g$ F, & oſtenſum eſt rectam compoſitam ex latere A B cubi circumſcripti, & C α, id eſt μi lateri cubi inſcripti, æqualem eſſe arcui quadrantis B D, id eſt ſemiſſi circuli $\eta\zeta g$ F.

Poſtremò, Eadem hæc comparemus cum numeris; & (quia radix numeri non ſemper eſt numerus) quadrata ipſi in numeros convertemus.

Producatur B C, in δ, ita ut B δ poſſit decem quadrata à recta D V ſive D F, jungaturque A δ, quæ ſecabit D C in X; quod ſic oſtendo:

Quoniam B δ poteſt decem quadrata à D V, & A B poteſt quatuor quadrata ab eadem D V, erit quadratum à B δ, 10; quorum quadratum ab A B ſive D C eſt 4; ſive quorum quadratum à B δ eſt 40, eorum quadratum à D C eſt 16. Eſt autem ut 40 ad 16, ita 16 ad $6\frac{2}{5}$.

Cumque D h oſtenſa ſit ſemiſſis totius B δ, poterit D h decem quadrata à ſemiſſe ipſius D V, ſive à quarta parte lateris D C.

Quadratum ergo à D C ad quadratum à D h ſive à D M, eſt ut 16 ad 10.

Rurſus ut 16 ad 10 ita eſt $6\frac{2}{5}$ ad 4. Sed quadratum à D F eſt 4; quorum quadratum à D C eſt 16. Quare latus quadrati 16 eſt ad latus quadrati

drati 10, ut latus quadrati $6\frac{2}{5}$ ad latus quadrati 4. Quare rectæ D C, D *b* latus quadrati $6\frac{2}{5}$ D F ſunt proportionales.

Sed oſtenſum eſt eſſe ut D C ad D *b*, ita D X ad D F. Latus ergo quadrati $6\frac{2}{5}$ eſt ipſa D X.

Sequitur hinc, Primò rectam D X eſſe mediam proportionalem inter D C, & duas quintas ejusdem D C. Quadratum enim à D X, nempe D X *p q*, eſt duæ quintæ quadrati à D C, quia $3\frac{1}{5}$ eſt quinta pars 16, & $6\frac{2}{5}$ duæ quintæ ejusdem quadrati à D C & propterea æquale rectangulo ſub D C & duabus quintis ejusdem D C.

Sequitur ſecundò, Quod ductâ A X & productâ ad occurſum B C productæ in δ, rectam B δ poſſe 10 quadrata à D F.

Sequitur tertiò, rectam D E (quæ eſt media proportionalis inter D C & D F) mediam quoque eſſe inter D *b* & D X. Cum enim quadratum à D *b* ſit 10, quorum quadratum à D C & 16, & quadratum à D E 8; Si fiat ut 10 ad 8, ita 8 ad tertium erit illud tertium $6\frac{2}{5}$. Unde patet etiam hoc, rationem D F ad D E, eſſe ad rationem D F ad D X ut ſubtriplicata ad ſubduplicatam, ut illi loquuntur; ego autem malim dicere, ut tres rationes minoris ad majus, ad duas rationes minoris item ad majus.

Sequitur quartò, rectam B δ eſſe ad D X ut 5 ad 2. Cum enim quadratum à B δ ſit ad quadratum à D C ut 40 ad 16, id eſt ut 5 ad 2, & ut quadratum à B δ ad quadratum à D C ita ipſa B δ (quia quadrata ſunt in duplicata ratione laterum) ad D X erit B δ ad D X ut 5 ad 2; & quadratum à B δ ad quadratum à D F ut 25 ad $2\frac{1}{2}$, id eſt ut 10 ad 1; & ipſam B δ ad D F ut *l.* 10 quadrata ad *l.* 1. Atque hactenus quidem calculi Geometricus & Arithmeticus conſentiunt inter ſe & cum Euclide.

Sunt autem rectæ D *b* (ſive D M) D X, D F (ſive D V) continuè proportionales, propter ſemicirculum M X V. Quare etiam earundem quadrata ſunt continuè proportionalia. Atqui ſi reducantur ad numeros, numeri illi proportionales non erunt. Eſt enim quadratum à D *b*, 10, quorum quadratum à D X eſt $6\frac{2}{5}$, & quadratum à D F, 4. Qui numeri non ſunt proportionales, Reducantur enim ad numeros integros (quod fiet multiplicando ſingulos per 5.) Facti autem erunt 50, 32, 20, qui proportionales non ſunt. Sunt enim 50, 32, $20\frac{24}{50}$ continuè proportionales; quorum minimus eſt juſtò major. Continuè item proportionales ſunt D C, D *b*, D X, quibus reſpondent numeri 16, 10, $6\frac{2}{5}$; qui proportionales non ſunt. Nam reducti ad integros fient 80, 50, 32;

qui

qui proportionales non ſunt. Proportionales enim ſunt 80, 50, $31\frac{1}{4}$, quorum minimus eſt juſtò minor.

Unde autem naſcitur hæc Geometriæ & Arithmeticæ diſſentio? Ab eo quod ſubtendens trianguli rectanguli non ſemper poteſt latera duo, angulo recto adjacentia, cum ſubtendens illa non ſit linea, ſed minutum triangulum; cujus ſi punctum verticale computetur pro nihilo, terminus alter erit trianguli minuti baſis.

Cum enim duæ rectæ B A, B C punctum habent commune B quantitate carens; ſi ab eodem puncto B ducatur tertia recta faciens angulum quemcunque cum B A vel B C, illa tertia propior erit utrivis duarum B A, B C, quam altera earum alteri; & propterea habebit tertia illa cum utravis priorum plus quam punctum commune, id eſt communem partem. Quare tres illæ rectæ una eademque erunt recta. Item propter eandem cauſam totum circuli planum erit linea recta. Quod ſatis eſt abſurdum.

Recta ergo ſubtendens pro linea haberi non poteſt, niſi quæ ſit diagonalis quadrati. Illa enim dividit angulum rectum biſariam; id quod non facit diagonalis rectanguli non quadrati. Unde neceſſe eſt numerantibus quadrata, (quia minutiſſimi trianguli baſis quantulacunque ea ſit, quantitas tamen eſt) unam & eandem quantitatem ſæpius numerare.

Si denique cubos ipſos per numeros inveſtigare volumus, impoſſibile volumus; quia quadratum multiplicatum per numerum facit ſemper quadrata, quorum nulla multitudo faciet cubum. Cauſa ergo quare problemata illa, metiendi circulum, duplicandi cubum, dividendi Angulum, dividendi Rationem, & alia multa inventa hactenus non fuerint, nulla aſſignari poteſt præter has. 1°, quod ad ea invenienda abuſi ſunt Arithmetica. 2°. Quod errores antiquorum, recentiores nimium venerati ſunt. 3°. Quod qui errores illos conati ſunt detegere, eos imperiti homines (ne ſua inſcitia ſimul detegeretur) convitiis abſterruerunt. Quibus tamen omnibus, propter rei difficultatem, & antiquitatis reverentiam, ignoſci poteſt, præterquam ultimis illis, convitiatoribus, non Geometris, ſed inſulſis, indignis, Geometriæ procis.

FINIS.